

UNIVERSITE DE PARIS I - PANTHEON - SORBONNE
U.F.R. D'ECONOMIE

N° attribué par la bibliothèque

|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

Année 2002

THESE

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS I

(arrêté du 30 mars 1992)

Discipline : Sciences Economiques

présentée et soutenue publiquement

par :

Philippe de PERETTI

le 10 décembre 2002

FONDEMENTS MICROECONOMIQUES DE LA
MONNAIE : IMPLICATIONS THEORIQUES ET
EMPIRIQUES POUR QUATRE DOMAINES DE
L'ECONOMIE MONETAIRE

Directeur de thèse :

M. Thierry CHAUVEAU, professeur à l'Université de Paris I

Jury :

M. Christian de BOISSIEU, professeur à l'Université de Paris I, président

M. William A. BARNETT, professeur à l'Université de Kansas

M. Christian BORDES, professeur à l'Université de Paris I

M. Michel BOUTILLIER, professeur à l'Université de Paris X

M. Jean-Bernard CHATELAIN, professeur à l'Université d'Orléans

M. Thierry CHAUVEAU, professeur à l'Université de Paris I

A Elizabeth et Pauline

Oh i Sciucca, è duttore u vosciu zitellu.

Era lungu, mà avà è cumpiu...

Remerciements : je tiens à remercier : Mustapha Baghli, William Barnett, John Baude, Laurent Bilke, Christian de Boissieu, Christian Bordes, Michel Boutillier, Jean Bernard et Kirsten Chatelain, Thierry Chauveau, Thérèse Chevallier, Claire Loupias, Jean de Peretti, Rosette de Peretti, Elizabeth de Peretti (et Pauline), Jean Guillaume Sahuc.

Résumé

Dans cette thèse, nous menons une analyse monétaire, théorique et empirique, sur données françaises, basée sur des fondements microéconomiques. En particulier, quatre domaines de l'économie monétaire sont concernés : (a) la définition de la monnaie, (b) la mesure du flot de services monétaires, c'est à dire la théorie de l'agrégation, (c) les relations causales entre la monnaie et les prix, ainsi qu'entre la monnaie et l'activité, (d) la demande de monnaie. Pour définir la monnaie, nous procédons en deux temps. Tout d'abord, nous définissons un concept de monnaie, en étudiant des modèles basés sur le comportement d'optimisation d'un agent représentatif, et expliquant de façon endogène la monnaie. Ensuite, nous cherchons les actifs correspondant empiriquement à ce concept. Ceci est fait en étudiant la structure des préférences d'un agent représentatif, et plus particulièrement en utilisant le critère de faible séparabilité des préférences. Afin de définir empiriquement la monnaie, nous développons un nouveau test non-paramétrique de faible séparabilité. En appliquant ce test sur données françaises, pour les ménages et l'ensemble des détenteurs, nous montrons que la monnaie est un ensemble d'actifs liquides et moins liquides. Pour mesurer le flot de services monétaires rendus par ces actifs, nous utilisons les résultats de la théorie microéconomique de l'agrégation, et montrons que seul un indice du type Törnqvist-Theil (Divisia) permet de mesurer la monnaie, alors qu'un indice construit par simple sommation, comme M3 ou M2, en est incapable, reposant sur la parfaite substituabilité des actifs. Nous utilisons alors l'indice Divisia, et cherchons le contenu en information de ce dernier concernant les prix et le revenu national. A partir de tests de causalité à la Granger menés dans un cadre VECM, nous montrons principalement que la monnaie cause les prix sur le court et long terme. Nous montrons aussi que la monnaie semble neutre, ne causant

pas l'activité, mais étant causée par cette dernière. Enfin, nous considérons la demande de monnaie dans le cadre de la théorie du consommateur, et utilisons les systèmes de demande micro-économétriques LAIDS et Rotterdam à deux niveaux d'agrégation. Au niveau le plus désagrégé, il apparaît que les actifs monétaires sont complémentaires et non substituables, confirmant une agrégation de type Divisia. Au niveau agrégé, nous montrons qu'une telle approche est beaucoup mieux adaptée que les équations à la Goldfeld, en terme de pouvoir explicatif, prédictif, et de stabilité. Nous concluons donc à la pertinence d'un niveau d'analyse microéconomique concernant le domaine monétaire.

Mots clefs : monnaie, fondements microéconomiques, faible séparabilité des préférences, tests non-paramétriques, agrégation, Divisia, causalité à la Granger, demande de monnaie, systèmes de demande.

Abstract

In this Ph.D. dissertation, we implement a theoretical and empirical monetary analysis, based on microfoundations. In particular, four fields are concerned : (a) Defining money, (b) measuring the flow of monetary services, (c) the causal relationships between money and prices and activity, (d) the demand for money. In order to define money, we first focus on the theoretical concept of money, by using optimization-based models. Second, we search the assets empirically corresponding to this concept. This is achieved by using the weak separability criterion. With regard to this criterion, we develop a new non-parametric test of separability, and implement it on two kinds of data : for all money holders and for the households. We show that money is a set of liquid and less liquid assets. To measure the flow of monetary services, we use the aggregation theory related to nonparametric aggregation methods, and show that only the Törnqvist-Theil (Divisia) index is able to measure money, compared to a simple sum index. We then study the information content in such an aggregate. Using causality tests within a VECM framework, we show that money Granger-causes prices on both the short and long-run, but seems to be neutral with respect to real GDP. At last, the demand for money is considered within a demand systems framework (LAIDS and Rotterdam). Two aggregation levels are used. At a disaggregated one, we show that monetary assets found out separable are complements and not substitutes. At an aggregated level, we show that such functions have better empirical properties than those based on the Goldfeld's methodology, being stable and reporting a surprisingly good forecast. This Ph.D. dissertation concludes in favor of the microeconomic level in order to study the monetary phenomena.

Key words : monetary analysis, microfoundations, weak separability cri-

terion, non-parametric test, aggregation, Divisia, Granger-causality, demand for money, demand systems.

Table des matières

I	Introduction générale	21
II	Définition théorique et empirique de la monnaie, agrégation	45
1	Définition théorique, et valeur positive de la monnaie	46
1.1	Introduction	46
1.2	les modèles informationnels	49
1.2.1	Le modèle de Brunner et Meltzer (1971)	50
1.2.2	Une extension du modèle : l'approche de Thornton (2000)	55
1.3	Monnaie et double coïncidence	59
1.4	La monnaie dans les modèles de prospection	65
1.4.1	Un modèle précurseur : le modèle de Jones-Oh	66
1.4.2	Le modèle de Kiyotaki et Wright (1991)	71
1.5	Conclusion	79
2	Définition empirique de la monnaie : le critère de faible sé-	
	parabilité	82
2.1	Introduction	82
2.2	Procédure NONPAR et définition de la monnaie : une revue de la littérature	86

2.3	Faible séparabilité et procédure NONPAR	90
2.3.1	Présentation théorique du concept de faible séparabilité	91
2.3.2	La procédure NONPAR	93
2.4	Deux extensions de la procédure NONPAR	101
2.4.1	Critiques de la procédure	101
2.4.2	Un test de normalité pour juger la significativité des violations	106
2.4.3	Une procédure quadratique pour résoudre les inégalités d'Afriat	132
2.5	Applications empiriques	150
2.5.1	Cadre général et description des données	151
2.5.2	Définition de la monnaie pour les ménages	159
2.5.3	Définition de la monnaie pour l'ensemble des détenteurs	163
2.6	Conclusion	163

3 Mesure du flot de services monétaires, théorie de l'agrégation

	tion	168
3.1	Introduction	168
3.2	Analyse théorique de l'agrégation	170
3.2.1	Justifications théoriques de l'agrégation sur les biens .	170
3.2.2	Méthodes d'agrégation paramétriques et non paramétriques	173
3.3	Application à la théorie monétaire	187
3.3.1	Aperçu général	187
3.3.2	Le prix de la monnaie	189
3.3.3	Interprétation de l'indice Törnqvist-Theil	192
3.3.4	Agrégation quand certains actifs sont risqués	194
3.4	Applications empiriques	199

3.4.1	Définition des indices et des seconds moments	199
3.4.2	Applications	203
3.5	Conclusion	209
III	Implications macro-économiques	213
4	La causalité monnaie-prix, monnaie-revenu	214
4.1	Introduction	214
4.2	La causalité monnaie-prix, monnaie-revenu : une revue de la littérature	217
4.3	Causalité au sens de Granger et procédure de test dans un processus VAR	224
4.4	Les tests de causalité dans un cadre VECM	230
4.4.1	Cointégration multivariée : l'approche de Johansen	230
4.4.2	La procédure Toda-Phillips	237
4.5	Applications empiriques	243
4.5.1	Analyse en terme de stationnarité	243
4.5.2	Détermination du nombre de vecteurs cointégrants	247
4.5.3	Résultats des tests de causalité	257
4.5.4	Causalité et fonctions de réponse d'un VECM	261
4.6	Conclusion	268
5	La demande de monnaie dans la théorie du consommateur	269
5.1	Introduction	269
5.2	Demande de monnaie et théorie du consommateur : une revue de la littérature	272
5.2.1	Les précurseurs	273
5.2.2	Approximation locale et globale	276

5.2.3	Formes flexibles, stationnarité et ajustement incomplet	279
5.3	Maximisation de l'utilité, dualité et fonctions de demande . . .	284
5.3.1	Maximisation de l'utilité et dualité	284
5.3.2	Fonction de coût et propriétés des fonctions de demande	287
5.4	Présentation théorique des modèle AIDS et Rotterdam	289
5.4.1	Le modèle AIDS	289
5.4.2	Trois extensions du modèle AIDS	292
5.4.3	Le modèle Rotterdam	298
5.5	Applications empiriques	300
5.5.1	Méthodes d'estimation de système d'équations struc- turelles	303
5.5.2	Fonctions de demande d'actifs monétaires	305
5.5.3	Fonctions de demande d'un indice Divisia de monnaie .	321
5.6	Conclusion	329
IV	Conclusion générale	331
A	Données : Prix	371
B	Données : Quantités	377
C	Prix et quantités simulés	384
D	Eléments de programmation pour résoudre les inégalités d'Afriat	387
E	Fonctions de réponse	390
E.1	VECM 1	391
E.2	VECM 2	396
E.3	VECM 3	401

F Simulations dynamiques du modèle LAIDS en différence, pour les biens de consommation et le loisir	406
--	------------

Liste des tableaux

2.1	Résultats des simulations. Probabilités P et $(1 - P)$	104
2.2	Paniers violant GARP.	124
2.3	Estimation de l'erreur de type I, modèle 1.	129
2.4	Estimation de l'erreur de type I, modèle 2.	130
2.5	Estimation de l'erreur de type I, modèle 3.	131
2.6	Estimation de l'erreur de type II, modèles 1, 2 et 3.	131
2.7	Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : algorithme de Varian.	139
2.8	Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : algorithme alternatif.	145
2.9	Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : procédure stochastique.	149
2.10	Actifs utilisés dans l'analyse.	155
2.11	Taux propres des actifs.	157
2.12	Statistiques descriptives des données.	159
2.13	Résultats des test non paramétriques avec erreur de mesure : données pour les ménages.	160
2.14	Répartition du portefeuille moyen pour un ménages représen- tatif.	162

2.15	Résultats des test non paramétriques avec erreur de mesure : tous les détenteurs.	164
2.16	Répartition du portefeuille moyen pour un agent représentatif (tous les détenteurs).	165
3.1	Indices de quantité et de prix	201
3.2	Indice, et seconds moments	202
4.1	Résultats du test KPSS.	247
4.2	Statistiques pour les résidus du modèle 1.	249
4.3	Statistiques pour les résidus du modèle 2.	250
4.4	Statistiques pour les résidus du modèle 3.	251
4.5	Résultats des tests pour la détermination du nombre de vec- teurs cointegrants.	252
4.6	Tests d'hypothèses structurelles pour les vecteurs cointégrants.	253
4.7	Matrices Π des coefficients de long terme.	255
4.8	Tests multivariés de stationnarité.	256
4.9	Résultats des tests de causalité pour le modèle 1.	257
4.10	Résultats des tests de causalité pour le modèle 2.	259
4.11	Résultats des tests de causalité pour le modèle 3.	261
4.12	Matrices de corrélations des résidus.	264
5.1	Actifs monétaires inclus dans l'analyse.	304
5.2	Parts budgétaires incluses dans l'analyse.	306
5.3	Statistiques descriptives relatives aux parts budgétaires.	306
5.4	Résultats du test ADF pour les prix (en logarithme) : modèles LAIDS et Rotterdam.	307
5.5	Résultats du test ADF pour les parts budgétaires et le revenu réel : modèle LAIDS.	308

5.6	Résultats du test ADF pour $\overline{w_i} \Delta \log q_i$: modèle Rotterdam.	309
5.7	Paramètres estimés du modèle LAIDS en niveau.	310
5.8	Résultats des tests de cointégration : modèle LAIDS.	310
5.9	Paramètres estimés du modèle LAIDS en différence première.	311
5.10	Statistiques du modèle LAIDS en différence.	312
5.11	Elasticités-prix non compensées évaluées pour une part bud- gétaire moyenne : modèle LAIDS.	314
5.12	Elasticités-revenu évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.	315
5.13	Elasticités-prix compensées évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.	315
5.14	Elasticités de substitution évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.	316
5.15	Statistiques du modèle Rotterdam.	317
5.16	Paramètres estimés du modèle Rotterdam.	318
5.17	Elasticités-prix non compensées évaluées pour une part bud- gétaire moyenne : modèle Rotterdam.	319
5.18	Elasticités-revenu évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle Rotterdam.	319
5.19	Résultats des tests de spécification.	320
5.20	Résultats du test ADF	322
5.21	Résultats des tests de cointégration.	322
5.22	Statistiques du modèle LAIDS en différence.	324
5.23	Paramètres estimés du modèle LAIDS en différence première.	324
5.24	Elasticités évaluées pour une part budgétaire moyenne.	326
C.1	Tableau des prix.	385
C.2	Tableau des quantités.	386

Table des figures

1	Taux de croissance mensuel de M2 et de l'indice Divisia L, pour les Etats-Unis.	30
2.1	Une allocation possible du budget en deux étapes.	92
2.2	Violation de GARP sans transitivité.	98
2.3	Violation de GARP avec transitivité	99
2.4	Probabilité que l'algorithme renvoie des valeurs qui ne vérifient pas les inégalités d'Afriat.	105
2.5	Distributions cumulées.	124
2.6	Indice chaîne de quantités, et V^*	143
2.7	Indice chaîne de quantités, et $\frac{1}{\mu^*}$	144
2.8	Biens de consommation réels, et services, par tête, (1980=100).	153
2.9	Loisir	154
2.10	Taux de référence R	158
2.11	Evolution de la détention totale de monnaie, ménages, données par tête.	162
2.12	Evolution de la détention totale de monnaie, ensemble des détenteurs, données par tête.	166
3.1	Fonction distance.	184

3.2	Indices de quantités nominaux, Divisia et arithmétique (1980=100), ménages.	204
3.3	Vitesse de circulation normalisée (1980=1) (en logarithme), calculée à partir d'un indice Divisia, et d'un indice arithmétique, ménages.	206
3.4	Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice Divisia) et l'indice de prix dual (en logarithme), ménages.	206
3.5	Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice arithmétique) et l'indice de prix dual (en logarithme), ménages.	207
3.6	Indices de quantités nominaux, Divisia et arithmétique (1980=100), ensemble des détenteurs.	208
3.7	Vitesse de circulation normalisée (1980=1) (en logarithme), calculée à partir d'un indice Divisia, et d'un indice arithmétique, ensemble des détenteurs.	209
3.8	Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice Divisia) et l'indice de prix dual (en logarithme), ensemble des détenteurs.	210
3.9	Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice arithmétique) et l'indice de prix dual (en logarithme), ensemble des détenteurs.	211
4.1	Indices Divisia nominaux ($divQ^n$) et réels ($divQ^r$) (en logarithme).	244
4.2	Revenu nominal (gdp^n) et réel (gdp^r) (en logarithme).	244
4.3	Taux d'intérêt de court terme (r^{oun}) et taux d'intérêt de long terme (r^{lt}).	245

4.4	Déflateur du revenu national (p) (en logarithme), et inflation trimestrielle (Δp).	245
4.5	Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 1, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.	260
4.6	Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 2, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.	262
4.7	Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 3, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.	262
5.1	Comparaison des quatre indices de prix.	294
5.2	Résidus récursifs pour l'équation de demande de monnaie.	325
5.3	Parts budgétaires monétaires, observées et simulées.	327
5.4	Variations observées et simulées, des parts budgétaires monétaires.	328
5.5	Indice Divisia observé, indice Divisia simulé.	329
A.1	Evolution du prix des dépôts à vue, billets et pièces.	372
A.2	Evolution du prix des comptes d'épargne logement.	372
A.3	Evolution du prix des livrets d'épargne populaire et des livrets "jeune" (à partir de mai 1996).	373
A.4	Evolution du prix des livrets imposables.	373
A.5	Evolution du prix des livrets "A", "Bleu" et CODEVI (à partir de novembre 1983).	374
A.6	Evolution du prix des bons de caisse et comptes à terme.	374
A.7	Evolution du prix des comptes et titres en devises.	375

A.8	Evolution du prix des OPCVM.	375
A.9	Evolution du prix des TCN.	376
A.10	Evolution du prix des FCC.	376
B.1	Evolution des quantités réelles par tête : billets et pièces, ensemble des détenteurs et ménages.	378
B.2	Evolution des quantités réelles par tête : dépôts à vue, ensemble des détenteurs et ménages.	378
B.3	Evolution des quantités réelles par tête : livrets "A" et livrets imposables, ménages.	379
B.4	Evolution des quantités réelles par tête : livrets "Bleu" et comptes d'épargne logement, ménages.	379
B.5	Evolution des quantités réelles par tête : livrets d'épargne populaire, CODEVI et livrets "jeune", ménages.	380
B.6	Evolution des quantités réelles par tête : TCN, ensemble des détenteurs et ménages.	380
B.7	Evolution des quantités réelles par tête : FCC, ensemble des détenteurs et ménages.	381
B.8	Evolution des quantités réelles par tête : OPCVM, ensemble des détenteurs et ménages.	381
B.9	Evolution des quantités réelles par tête : titres et comptes en devises (convertis en Francs), ensemble des détenteurs et ménages.	382
B.10	Evolution des quantités réelles par tête : bons non négociables, ensemble des détenteurs et ménages.	382
B.11	Evolution des quantités réelles par tête : comptes à terme, ensemble des détenteurs et ménages.	383

F.1	Parts budgétaires observées et simulées, pour la consommation agrégée.	407
F.2	Parts budgétaires observées et simulées pour le loisir.	407

Première partie

Introduction générale

Au début des années 1970, l'essor des thèses monétaristes conduisit à reconsidérer le rôle central de la monnaie dans l'économie, tant au niveau théorique qu'au niveau empirique. En effet, outre le lien généralement admis entre la monnaie et l'inflation, Friedman et Schwartz (1963) ont suggéré que sur longue période, les variations de la masse monétaire M2 semblaient toujours précéder les variations de l'activité. Notamment, des accélérations du taux de croissance de la masse monétaire étaient suivies par des périodes d'expansion de l'activité, et inversement. A partir de ces résultats empiriques, Friedman et Schwartz (1963) conclurent à l'existence d'une relation causale de la monnaie sur l'activité, imités par Andersen et Jordon (1968) à partir de l'équation de S^t Louis, ainsi que par Sims (1972) en utilisant des tests de causalité à la Granger.

Bien que ces thèses furent critiquées, menant à la célèbre controverse entre keynésiens et monétaristes, elles furent largement appliquées en terme de politique monétaire, conduisant au contrôle d'un agrégat large de monnaie. Un des piliers de cette stratégie reposait sur l'existence de fonctions de demande de monnaie à la Goldfeld stables, ayant un fort contenu prédictif. La stabilité des fonctions de demande de monnaie assurait que les déterminants de la demande de monnaie étaient parfaitement connus, donc que la demande de monnaie était prévisible, que l'agrégat était contrôlable si un des déterminants était contrôlé par la banque centrale, et qu'enfin les comportements monétaires étaient stables sur la période (Goldfeld (1973, 1989)).

Dès la fin des années 1970, il est cependant apparu dans un certain nombre de pays, que les fonctions de demande de monnaie à la Goldfeld étaient instables, ayant une tendance systématique à sur-prédire l'évolution de l'agrégat de monnaie. Comme illustration, l'épisode de la "missing money" aux Etats-Unis.

Dans le même temps, ont été reconsidérés les liens empiriques entre la monnaie et l'activité. Trois méthodes économétriques ont été principalement employées, des tests de causalité à la Granger, des tests de neutralité, et enfin plus récemment des modèles VAR (Vector Auto regressive) structurels. Hayo (1998) présente de façon synthétique les résultats de la volumineuse littérature dédiée aux tests de causalité. A la suite de Stock et Watson (1989), il note que des chercheurs ayant utilisé des spécifications voisines, sont arrivés à des résultats diamétralement opposés. Ainsi, l'étude de cette littérature ne permet pas de conclure sur les liens de causalité entre la monnaie et l'activité. Hayo (1998) montre également que la monnaie a certainement joué un rôle, mais que ce rôle semble s'être distendu. De plus, les résultats restent très tributaires de la définition de la monnaie adoptée (agrégats étroits ou larges). Une conclusion voisine peut être appliquée à la littérature concernée par la neutralité de la monnaie (Espinosa-Vega (1998), King et Watson (1992)). Enfin, la littérature utilisant des modèles VAR (Sims (1992)) a débouché sur deux problèmes majeurs connus sous le nom de "price puzzle" et "output puzzle" : un choc positif de la masse monétaire conduit, de façon transitoire, à une baisse des prix et de l'activité, qui posent la question de la validité de cette approche.

L'instabilité des fonctions de demande de monnaie, ainsi que des résultats empiriques contradictoires ne permettant pas de confirmer le lien entre la monnaie et l'activité, ont conduit un certain nombre d'économistes à conclure que les comportements monétaires avaient changé, et que les liens entre la monnaie et l'activité mais aussi avec l'inflation s'étaient distendus (Rasche (1993), Friedman et Kuttner (1992, 1993), Trecroci et Vega (2000)). Cette situation ayant généralement été attribuée à l'accélération des innovations financières.

A partir de ces résultats empiriques, les banques centrales ont procédé en deux temps. Dans un premier temps, elles ont considéré que la définition de la monnaie avait changé à la faveur des innovations financières. Pour en rendre compte, elles ont élargi les agrégats de monnaie, espérant ainsi restaurer une certaine stabilité des fonctions de demande, et à assurer une corrélation entre la monnaie et l'activité. On est ainsi passé de M2 à M3, puis à L dans certains pays. Dans un deuxième temps, certaines banques centrales ont constaté l'inutilité de cette stratégie, et ont alors décidé d'abandonner le contrôle d'un agrégat large de monnaie au profit du suivi d'un taux d'intérêt, censé mieux représenter la politique monétaire. Cette décision était aussi motivée par la minceur de la frontière entre actifs monétaires et actifs financiers, rendant la définition d'un agrégat large de monnaie, et donc son suivi, assez difficile.

Or, cette analyse est paradoxale, puisque la remise en cause du rôle de la monnaie est basée sur les résultats d'études utilisant à la fois :

- (1) Des modèles, en particulier ceux servant de base aux équations de demande de monnaie, qui n'ont pas de bases théoriques fortes, c'est à dire n'expliquant pas de façon endogène pourquoi la monnaie est détenue et valorisée. Ils ne captent donc pas la spécificité monétaire, pas plus que les déterminants de sa demande (Barnett, Liu et Jensen (1997)). Comme le note Thornton (2000) :

"A major problem in monetary economics has been to introduce money into the economy in a way that (1) explains how money arises endogenously (2) explains why money is preferred to other methods of exchange".

- (2) Des agrégats comme M2 ou M3 qui sont généralement incapables de mesurer la monnaie.

Force donc est de constater que les principaux modèles monétaires uti-

lisent la monnaie, et cherchent à expliquer sa demande, sans avoir en amont de théorie de la monnaie. Ainsi, loin de remettre en cause le rôle de la monnaie, la variabilité des résultats empiriques ne devrait elle pas plutôt conduire à s'interroger sur la pertinence des modèles utilisés.

Pour illustrer ces deux points, partons tout d'abord des fonctions de demande de monnaie à la Goldfeld. Celles ci sont basées sur deux modèles théoriques, les modèles d'inventaires de Baumol (1952), Tobin (1956), Miller et Orr (1966), et le modèle de Tobin (1958), soulignant respectivement les motifs de transaction et de spéculation. Dans les modèles d'inventaires, la monnaie est détenue car il existe un décalage temporel des flux de dépenses et de recettes. L'agent arbitre entre détenir de la monnaie, ce qui lui permet de payer ses transactions mais qui ne lui rapporte rien, et détenir un actif qui rapporte un taux d'intérêt mais qui ne peut pas être utilisé dans les transactions. La demande de monnaie va être fonction du montant des transactions, du taux sur le placement alternatif et d'un coût de transaction payé lors du passage entre la monnaie et l'actif, et inversement. Le modèle Tobin (1958) part de la théorie de la préférence pour la liquidité de Keynes, et intègre la théorie des choix de portefeuille : la demande de monnaie dépend dès lors du degré d'aversion au risque et des différentiels de taux d'intérêts, entre la monnaie et les autres actifs.

Or, comme le note Brunner et Meltzer (1971) et Thornton (2000) concernant la première approche, le décalage des flux de recettes et de dépenses n'impliquent pas que la monnaie soit détenue, et valorisée. Si une économie n'a pas de moyen d'échange, et si l'information peut être acquise sans coût, le décalage des flux peut être résolu par une simple promesse de payer, et il n'y a pas de besoin pour un moyen d'échange. Concernant le modèle de Tobin (1958), il ne permet de répondre à l'interrogation de Hicks (1935), qui

cherche à comprendre les raisons pour lesquelles la monnaie, alors qu'elle est dominée en terme de taux d'intérêt, est valorisée. En effet, pour deux mesures de risque égales, les agents n'ont aucun intérêt à détenir l'actif ayant le rendement le plus faible.

Ces deux approches ne permettent donc pas de capter la spécificité monétaire, et donc d'expliquer les raisons de la détention et de la valorisation de la monnaie à l'équilibre.

Cette critique associée aux modèles de demande de monnaie, c'est-à-dire leur incapacité à expliquer la monnaie de façon endogène, peut être étendue aux principaux autres modèles de théorie monétaire.

En effet, les modèles ci dessus peuvent être rattachés à une famille de modèles plus généraux basés sur le comportement d'un agent représentatif. Ces modèles sont, avec les modèles à générations imbriquées, et les modèles basés sur des relations d'équilibre une des trois alternatives les plus couramment employées pour l'étude des phénomènes monétaires.

- (1) Entrent dans la première famille de modèles, c'est à dire les modèles basés sur un comportement de maximisation, les modèles incluant directement la monnaie dans la fonction d'utilité et les modèles à encaisses préalables. Les premiers ont été développés par Sidrauski (1967). La monnaie y est un argument de la fonction d'utilité, véhiculant un flot de services monétaires, laissés implicites. L'argument utilisé pour justifier ce genre de modèle est que, si la monnaie est valorisée à l'équilibre, alors elle entre obligatoirement dans la fonction d'utilité (Feenstra (1986), Poterba et Rotemberg (1987), Croushore (1993)). Cependant, il n'est pas expliqué pourquoi la monnaie a une utilité directe, et en particulier pourquoi un actif, sans valeur intrinsèque (monnaie fiduciaire), est utilisé. La notion de services monétaires, sert à théoriser une si-

tuation observée *a posteriori*. Il en est de même pour les modèles à encaisses préalables. Ces modèles partent d'une contrainte à la Clower (1967) pour laquelle, dans une économie monétaire, la monnaie achète les biens, les biens achètent la monnaie, mais les biens n'achètent pas les biens. Cette contrainte qui met en avant le rôle transactionnel de la monnaie est imposée de façon exogène dans le modèle. Ainsi, les modèles à encaisses préalables, ne captent pas non plus les raisons de l'utilisation de la monnaie : la monnaie est imposée de façon exogène. Ces deux modèles souffrent donc de la même critique.

- (2) Les modèles à générations imbriquées, deuxième famille de modèles, sont aussi basés sur des mécanismes d'optimisation. A la différence des modèles précédents, ce n'est pas la fonction transactionnelle qui est ici importante, mais la fonction de réserve de valeur. Cette fonction sert à expliquer de façon endogène l'utilisation et la valorisation de la monnaie. Ils ont été utilisés en particulier par Wallace (1980), Sargent (1987) et Champ et Freeman (1994). Un des résultats bien connu de ces modèles, est la minceur des équilibres monétaires, c'est-à-dire la minceur des équilibres dans lesquels la monnaie est utilisée. Ce résultat a été critiqué par Mc Callum (1983), qui a montré que la non prise en compte du rôle d'intermédiaire des échanges de la monnaie conduisait à ce résultat. Or, c'est ce rôle qui va permettre de définir la spécificité monétaire. Les modèles à générations imbriquées ne permettent donc pas de répondre à l'interrogation hicksienne.
- (3) Enfin, la troisième famille de modèles, est basée sur des relations d'équilibre et a été souvent critiquée, reposant sur des hypothèses *ad hoc* (Walsh (1998)).

Outre la problématique de la demande de monnaie, si les modèles mo-

nétaires ne captent la spécificité monétaire, ils ne peuvent être utilisés pour la définir et donc la mesurer. Ainsi, la construction d'agrégats de monnaie, censés mesurer la monnaie, ne va pas reposer sur des bases théoriques fortes, mais le plus souvent sur des critères empiriques. En effet, la décision d'inclure un actif dans un agrégat, a souvent reposé sur des critères empiriques : caractéristiques intrinsèques de l'actif, capacité à restaurer un lien entre l'agrégat et l'activité, stabilité des fonctions de demande de monnaie.

Belongia et Chrystal (1991), à la suite des travaux de Barnett, résument les problèmes associés à la construction des agrégats de monnaie par les banques centrales, et critiquent le manque de fondements théoriques. Tout d'abord, tous les actifs compris dans un agrégat large ne sont pas forcément de la monnaie. Ensuite même s'ils le sont, utiliser une agrégation basée sur la simple sommation des composants n'est valable que s'ils sont parfaits substitués, c'est-à-dire, s'ils rendent tous le même service monétaire. Ceci est une hypothèse forte et irréaliste, avec pour corollaire que généralement, les agrégats de monnaie construits par les banques centrales, tel que M2 ou M3, ne permettent pas de mesurer la monnaie, et incorporent donc une erreur de mesure. L'existence d'une telle erreur a donné naissance à une critique, connue sous le nom de "critique de Barnett", définie par Chrystal et McDonald (1994). Elle stipule qu'il existe une incohérence entre la théorie microéconomique de l'agrégation, et la façon dont sont effectivement construits les agrégats de monnaie. Cette critique est extrêmement forte, car elle remet potentiellement en cause les conclusions d'études empiriques utilisant les agrégats construits par les banques centrales. Les auteurs notent :

"Rejections of the role of money based upon flawed measures are themselves easy to reject".

Barnett (1997) illustre par deux exemples les conséquences de cette erreur

de mesure en terme de politique monétaire.

- (1) Durant la période monétariste aux Etats-Unis, de novembre 1979 à août 1982, l'agrégat M2 a été contrôlé afin de réduire progressivement l'inflation. Or cette stratégie a débouché sur une récession. Cette dernière n'était pas anticipée, le taux de croissance de la masse monétaire étant de 9,3 %. En utilisant un agrégat de quantité Divisia, ayant de bonnes propriétés théoriques, Barnett (1997) trouve un taux de croissance de 4,8 %, ce qui annonçait un choc déflationniste.
- (2) En septembre 1983, l'agrégat M2, a connu une forte hausse, ce qui laissait anticiper une forte augmentation de l'inflation, qui ne s'est, en fait, pas produite. Barnett (1997) a analysé cet apparent relâchement entre la monnaie et les prix. Il montre que l'agrégat Divisia ne présente pas une telle évolution (figure 1). La monnaie n'a pas augmenté sur la période, il n'y avait donc pas de raisons pour que l'inflation augmente.

A partir de ces deux exemples, il conclut :

” There are only two possible conclusions : either money growth has no effect on prices, and hence all macroeconomic theory is wrong, or simple sum M2 is a terribly defective measure of monetary service flow” .

Ces deux exemples empiriques, montrent à la fois, les conclusions erronées que l'on peut tirer à partir de mauvaises mesures de la monnaie, ainsi que les risques en terme de politique monétaire.

Les deux critiques que nous venons de présenter, c'est à dire : (1) l'incapacité des modèles traditionnels à expliquer pourquoi la monnaie est détenue, valorisée et demandée, (2) l'incapacité des agrégats construits par les banques centrales à mesurer la monnaie, se rattachent à une critique beaucoup plus

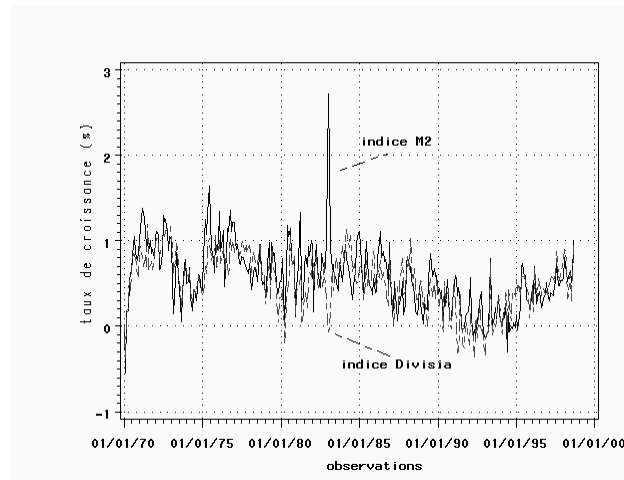


FIG. 1: Taux de croissance mensuel de M2 et de l'indice Divisia L, pour les Etats-Unis.

fondamentale et générale, qui est le manque de fondements microéconomiques de la théorie monétaire (Dixon (1997), Laidler (1997), Mizen (1997)). L'idée de faire reposer la théorie monétaire, et l'étude des phénomènes monétaires, sur des fondements microéconomiques, n'est pas récente. On la trouve déjà chez les auteurs néo-classiques, en particulier Jevons (1875) et Menger (1892), ainsi que chez Hicks (1935). Ce dernier a en effet suggéré que seul le niveau microéconomique était pertinent pour étudier la monnaie, et expliquer pourquoi un actif dominé en terme de taux d'intérêt était détenu et valorisé à l'équilibre. Pour ce dernier, l'utilisation de monnaie, et donc sa demande, doit reposer sur des mécanismes d'optimisation au niveau individuel. Afin de capter la spécificité monétaire, il introduit la notion de services monétaires qui sera reprise ultérieurement, et définie de façon plus rigoureuse. La littérature monétaire basée sur des fondements microéconomiques n'a connu un réel essor qu'assez récemment. Trois facteurs ont été à l'origine de son développement. Premièrement, un nouvel axe de recherche s'est attaché à mieux comprendre la spécificité monétaire. Deuxièmement, la volonté d'in-

sérer la monnaie dans des modèles d'équilibre général. En effet les modèles à la Arrow-Debreu ne permettent pas de penser la monnaie. L'économie étant organisée autour de marchés à terme, la monnaie n'a pas d'utilité. Enfin, les développements empiriques récents notamment l'instabilité des fonctions de demande de monnaie, ou le problème de substitution de monnaie, ont nécessité de repenser la monnaie.

La littérature monétaire qui utilise explicitement des fondements microéconomiques pour étudier la monnaie et les phénomènes monétaires ne forme pas un courant théorique unifié. Elle ne se rattache pas non plus à un courant théorique précis, et se situe, en partie, en amont, de certains modèles traditionnels. Les études se rattachant à cette littérature ont en commun l'utilisation d'outils d'analyse néo classiques, une définition transactionnelle de la monnaie, et comme cadre d'étude, une économie non walrasienne. Dans certains cas, cette littérature va fournir une justification théorique à des modèles, notamment ceux incluant directement la monnaie dans la fonction d'utilité. Dans d'autres cas, elle va servir comme base d'une remise en question, concernant notamment les modèles à générations imbriquées, et les modèles de demande de monnaie à la Goldfeld. Trois branches peuvent être distinguées, chacune cherchant à répondre à une problématique spécifique, respectivement, (1) l'émergence et l'utilisation de la monnaie, ainsi que les raisons de sa valeur positive à l'équilibre, (2) la définition des formes empiriques de la monnaie et l'agrégation, (3) la demande de monnaie.

- (1) La première branche de cette littérature, se propose d'expliquer de façon endogène les raisons de la détention de monnaie, de sa valeur positive, dans le cas de la monnaie fiduciaire, et de déduire une définition du concept de monnaie. Les principaux modèles se rattachant à cette branche sont ceux de Niehans (1969), Brunner et Meltzer (1971), Ostroy

(1973), Ostroy et Starr (1990), Jones (1976), Oh (1989) et plus récemment Kiyotaki et Wright (1989, 1991, 1992, 1993) et Thornton (2000). Tous ces modèles sont basés sur deux idées communes. Premièrement, la monnaie ne peut se comprendre que par rapport à une autre situation, l'économie de troc. Deuxièmement, ils adoptent un cadre d'étude non walrasien : la monnaie est étudiée dans un cadre décentralisé, en univers incertain. Le niveau pertinent d'analyse retenu est donc celui de l'agent représentatif. Ce dernier, pour atteindre un niveau d'utilité doit échanger. Or en économie de troc, et en situation d'incertitude, il existe un certain nombre de coûts de transaction associés à l'échange. Ces coûts diminuent l'espace de consommation possible. Afin d'atteindre des niveaux d'utilité plus élevés, l'agent a intérêt à casser l'échange direct, et à detenir un actif ou un bien servant de façon intermédiaire dans l'échange. Pour Brunner et Meltzer (1971), les coûts de transaction sont définis en terme de ressources perdues. Ainsi, les services monétaires sont directement liés à l'économie de ressources jusqu'ici nécessaires pour pouvoir échanger. Thornton (2000) reprend cette analyse, mais incorpore la notion de temps passé dans l'échange (voir aussi Saving (1971)). Dans ces modèles, l'échange est coûteux, mais faisable, et la monnaie est un substitut en information. Les modèles d'Ostroy (1973) et d'Ostroy et Starr (1990), cherchent à réintégrer la monnaie dans un modèle d'équilibre général. Pour ces derniers, l'échange direct n'est pas seulement coûteux en terme de temps, il est souvent impossible, du fait de l'absence de double coïncidence. La monnaie rend ainsi l'échange faisable, elle apparaît comme une mémoire de l'échange. Dans les modèles de Jones (1976) et Oh (1989), c'est le mécanisme d'émergence d'un bien comme monnaie qui va être plus particulièrement étudié. Les agents se

fixent des stratégies d'échange, anticipant des probabilités d'échange pour chaque bien. Les stratégies étant symétriques, les agents ont les mêmes probabilités, et les anticipations sont autoréalisatrices. Un bien émerge comme monnaie, car les agents anticipent que la probabilité d'échanger ce bien dans une stratégie indirecte est importante. L'idée d'anticipation autoréalisatrice est reprise dans les modèles de prospection par Kiyotaki et Wright (1989, 1991, 1992, 1993), qui l'étendent à l'étude de la monnaie fiduciaire. Dans ces modèles, qui forment certainement les modèles les plus aboutis en théorie monétaire, les frictions sur l'échange sont une condition nécessaire pour que la monnaie soit acceptée. Elle n'est toutefois pas suffisante dans le sens où les agents doivent aussi croire en la monnaie. La notion d'acceptabilité est donc modélisée explicitement. Ainsi, les apports de cette branche de la littérature sont (1) montrer que le processus qui conduit à l'utilisation de la monnaie est endogène, (2) définir la monnaie comme un moyen de paiement généralement accepté, (3) définir un ensemble de raisons pour lesquelles la monnaie est valorisée à l'équilibre.

- (2) La deuxième branche de cette littérature, se propose de définir empiriquement la monnaie, et de la mesurer. Elle part du fait que, si la monnaie a une valeur positive dans l'équilibre, elle entre directement dans la fonction d'utilité (Feenstra (1986), Poterba et Rotemberg (1987), Croushore (1993)). La monnaie est un ensemble d'actifs rendant à titre divers des services monétaires. Ces services sont mesurés par un coût d'opportunité (Barnett (1978, 1980)), centré sur une définition transactionnelle de la monnaie. Le fait d'incorporer directement la monnaie dans la fonction d'utilité autorise l'application à la théorie monétaire, des résultats de la théorie microéconomique de l'agrégation.

En particulier, deux résultats sont appliqués concernant (1) les conditions d'existence d'un agrégat, (2) les modalités d'agrégation, et plus spécifiquement les nombres indices. En théorie de l'agrégation, la condition nécessaire et suffisante pour qu'un agrégat puisse exister, est que ce dernier internalise les effets de substitution. Cela n'est possible que si les préférences sont séparables. Dans ce cas, l'agent alloue son budget en deux étapes. Dans la première étape, il alloue le budget entre de grosses catégories de dépenses. Dans un second temps, il alloue les sous budgets préalablement définis en maximisant des sous fonctions d'utilité distinctes. Ainsi, lors de la seconde étape, le taux marginal de substitution entre deux biens d'un groupe est indépendant des quantités et des prix des biens en dehors du groupe. En théorie monétaire, le critère de séparabilité, sous sa forme faible, a été parfois appliqué, pour définir *a posteriori* la monnaie, c'est-à-dire pour sélectionner les actifs qui sont rationalisés par la sous fonction d'utilité monétaire. En effet, comme la monnaie est définie de façon endogène, les actifs qui apparaissent comme des solutions du programme de maximisation de la sous utilité monétaire, sont considérés comme assez homogènes, pour rendre à des degrés divers des services monétaires. Swofford (1995) souligne "*the weak separability criterion is a way to identify money as whatever people view as money*". Les principales études empiriques ont été menées par Swofford et Whitney (1987, 1994), Serletis (1987a), Belongia et Chrystal (1991), Patterson (1991), Fisher et Fleissig (1997) ou Spencer (1997). La raison principale du nombre restreint d'études sur ce sujet est la relativement faible puissance des tests de séparabilité, particulièrement les tests non paramétriques (Varian (1982, 1983)). Ainsi, dans la majeure partie des travaux, la séparabilité des préférences est posée

par hypothèse, ce qui permet d'utiliser directement les résultats de la théorie de l'agrégation concernant les modalités de l'agrégation sur des actifs. Le résultat majeur de la théorie microéconomique de l'agrégation est d'avoir démontré le lien entre certains nombres indices, dits superlatifs, et les fonctions agrégeantes comme la fonction d'utilité ou la fonction distance. En particulier, l'indice pondéré Törnqvist-Theil de quantité, approximation de l'indice Divisia, est le seul indice correspondant aux variations de ces deux fonctions, alors qu'un indice construit par simple sommation des composants n'en est capable que si tous ses composants sont parfaits substitués. Il existe une assez large littérature ayant montré empiriquement la supériorité des indices Divisia sur les indices construits par simple sommation, en terme d'amélioration des prévisions, des liens entre la monnaie et les grandeurs macroéconomiques, ou de la stabilité des fonctions de demande de monnaie. Barnett, Fisher et Serletis (1992) font une revue de cette littérature, qui conclut généralement en faveur de l'utilisation des indices Divisia. L'étude de Belongia (1996) est caractéristique de cette littérature. Elle reprend des études empiriques utilisant des agrégats construits de façon arithmétique, et les réestime en utilisant des indices Divisia. Elle montre que, dans la majeure partie des cas, les résultats basés sur des indices Divisia remettent en cause les conclusions précédemment trouvées avec des indices arithmétiques. Les résultats majeurs de cette littérature concernent donc (1) la définition d'une méthodologie générale pour définir la monnaie (faible séparabilité), (2) la définition du prix de la monnaie, (3) la mesure du flot de services monétaires, c'est-à-dire la construction d'un agrégat de monnaie (critique de Barnett).

(3) La troisième branche de la littérature s'intéresse aux fonctions de de-

mande de monnaie. Elle part du constat de l'instabilité des fonctions de demande de monnaie à la Goldfeld, et substitue une logique alternative reposant sur des bases théoriques beaucoup plus fortes (Fayyad (1986)), Poterba et Rotemberg (1987)). Cette branche utilise les résultats précédents, c'est-à-dire l'introduction de la monnaie dans la fonction d'utilité, la définition du prix de la monnaie (Barnett (1978, 1980) et la faible séparabilité des préférences. Comme la monnaie est assimilée à un bien durable, cette littérature se propose d'étudier sa demande en utilisant logiquement des systèmes de demande microéconomiques. Cuthbertson (1997) fait une revue de cette littérature. Deux niveaux d'agrégation sont utilisés : soit la modélisation de la demande pour chaque actif entrant dans la sous utilité monétaire, soit la modélisation d'un indice Divisia. Dans le premier cas, le plus étudié, la séparabilité est le plus souvent posée par hypothèse, ce qui évite la prise en compte des prix et quantités des biens en dehors de la sous utilité monétaire. Une des finalités d'une telle analyse est, outre l'explication de la demande de chaque actif, de calculer des élasticités revenu et de substitution. En effet, les élasticités de substitution permettent d'analyser le degré de substituabilité des actifs, et donc de savoir s'ils sont parfaits substitués. L'enjeu étant de critiquer sur des bases empiriques les agrégats construits de façon arithmétique. Au niveau le plus agrégé, on cherche à expliquer la demande de monnaie, c'est-à-dire l'évolution de l'indice Divisia. Généralement, les études empiriques confirment le faible degré de substituabilité entre les actifs monétaires, et donc l'inutilité des agrégats arithmétiques. Elles montrent aussi que l'utilisation de systèmes de demande microéconomiques est pertinente en terme de pouvoir explicatif, prédictif, et de stabilité. Ces systèmes permettent

d'expliquer la demande de monnaie d'une manière plus satisfaisante que les modèles traditionnels. Se rattachent à cette littérature, en particulier les travaux de Chetty (1969), Donovan (1978), Ewis et Fisher (1984), Serletis et Robb (1986), Serletis (1988, 1991), Barr et Cuthbertson (1990, 1992), et plus récemment Collins et Anderson (1998).

Le but de cette thèse est d'étudier et d'appliquer les résultats de ces trois branches de la littérature monétaire basée sur des fondements microéconomiques, à l'analyse de la monnaie sur données françaises. Nous choisissons de restreindre cette analyse à quatre domaines fondamentaux de la littérature monétaire qui sont :

- (1) La définition de la monnaie, au niveau théorique et empirique.
- (2) La mesure de la monnaie, ou plutôt la mesure du flot de services monétaires en utilisant les méthodes d'agrégation.
- (3) Le contenu en information de l'agrégat de monnaie
- (4) La demande de monnaie.

Ainsi, le premier thème étudié dans cette thèse est relatif à la définition de la monnaie. Cette problématique est double, elle concerne tout d'abord la définition théorique de la monnaie, puis la définition des formes empiriques correspondantes au concept théorique. Pour étudier la monnaie de façon conceptuelle, nous utilisons les résultats de modèles basés sur le comportement de maximisation d'un agent représentatif. Pour passer d'une forme théorique à une forme empirique, nous utilisons le critère de faible séparabilité des préférences. Ce critère a été généralement testé à partir de méthodes non paramétriques (Varian (1982, 1983, 1990)). Or, conclure à partir de ces tests s'avère souvent difficile, ces derniers étant, en particulier, non stochastiques (Barnett et Choi (1989)). Dans cette thèse, nous analysons la puissance de

ces tests à partir de simulations de Monte Carlo, notamment la robustesse de la procédure lorsque les données sont mesurées avec des erreurs. Nous montrons l'importance des erreurs de type I, et donc la faible puissance du test. Sur la base de ces résultats, nous développons une procédure alternative de séparabilité, robuste, alors même que les données peuvent être mesurées avec erreur, et démontrons sa puissance. Nous répondons ainsi à Barnett (1987) qui écrivait " *better methods of testing for blockwise weak separability seem to be needed*". Ce test constitue un des apports majeurs de cette thèse.

Le deuxième thème abordé dans cette thèse concerne l'agrégation des actifs trouvés séparables, c'est-à-dire la mesure du flot de services monétaires rendu par l'ensemble des actifs monétaires. Nous utilisons la branche concernée par l'agrégation sur les biens, et délaissions la question de l'agrégation sur les agents, puisque nous retenons l'hypothèse d'un agent représentatif. La théorie microéconomique de l'agrégation répond à quatre questions (1) qu'est ce qu'un agrégat paramétrique (2) qu'est ce qu'un agrégat non paramétrique, (3) à partir de formes flexibles, quel est le lien entre ces deux notions, (4) comment choisir une formule d'agrégation non paramétrique, c'est-à-dire un nombre indice.

Le troisième domaine analysé concerne le contenu en information d'un agrégat non paramétrique ayant des bases théoriques, et plus particulièrement les liens de causalité entre l'agrégat, l'activité et l'inflation. Comme cet agrégat tient compte de la critique de Barnett, étant construit à partir d'actifs séparables, et étant agrégé d'une façon cohérente avec la théorie microéconomique de l'agrégation, les liens mis en avant sont les liens entre la monnaie, l'activité et l'inflation. A travers cette problématique, plus centrée vers la politique monétaire, nous cherchons à répondre à plusieurs interrogations, (1) la neutralité de la monnaie, (2) le lien entre la monnaie et les prix,

en différenciant entre la causalité de court et long terme, (3) le contrôle de l'agrégat.

Enfin, nous étudions la demande de monnaie. Une fonction de demande stable de monnaie est souvent considérée comme un préalable à une politique monétaire centrée sur le contrôle d'un agrégat. Nous analysons la demande de monnaie à partir de systèmes de demandes microéconomiques avec deux objectifs. Le premier consiste à rechercher si les fonctions de demande au niveau agrégé, constituent une alternative aux fonctions à la Goldfeld, en terme de pouvoir explicatif, prédictif et de stabilité. En second, nous analysons les fonctions de demande au niveau le plus désagrégé, c'est-à-dire pour chaque actif entrant dans la sous utilité monétaire, en utilisant les résultats des tests de faible séparabilité. Le but ici est (1) d'étudier si les résultats obtenus sont cohérents avec la théorie du consommateur, en terme d'élasticité propre. En d'autres termes, la demande de monnaie peut elle être étudiée dans le cadre de la théorie du consommateur (2) les actifs sont ils substituables ou complémentaires, avec dans ce dernier cas, une justification empirique de l'inutilité des agrégats construits par simple sommation.

Cette thèse est divisée en quatre parties, les parties deux et trois ayant respectivement trois et deux chapitres. La deuxième partie de la thèse est relative à la définition théorique et empirique de la monnaie ainsi qu'à la théorie de l'agrégation. Cette partie se situe en amont des modèles monétaires principaux. Une fois la monnaie définie et mesurée d'une façon cohérente avec la théorie microéconomique, nous cherchons dans une troisième partie le contenu en information de cet agrégat, notamment la causalité monnaie-revenu et monnaie-prix, et nous étudions la demande de monnaie. Cette troisième partie est donc centrée sur les implications macroéconomiques.

Le premier chapitre de la seconde partie aborde des problématiques cen-

trales en théorie monétaire, concernant le mécanisme conduisant à l'émergence d'un bien ou d'un actif comme monnaie, les raisons de la détention de monnaie, ainsi que la définition du concept de monnaie (spécificité monétaire). Le but de ce chapitre n'est pas de faire une revue exhaustive des différents modèles de théorie monétaire, ce qui pourrait faire l'objet d'une thèse en soit. Au contraire, nous présentons de façon synthétique les principales familles de modélisation qui nous semblent pertinentes, pour en déduire des résultats théoriques clés servant dans le reste de cette thèse. Trois familles de modèles sont étudiées formant les trois sections de ce chapitre. Elles ont toutes pour point commun de penser la monnaie dans un univers décentralisé, et en environnement incertain. Les deux premières familles servent à étudier le concept de monnaie, alors que la troisième famille sert plus spécifiquement à étudier la monnaie fiduciaire. Dans la première section nous introduisons des modèles que nous définissons comme des modèles informationnels. Ces derniers sont représentés principalement par les travaux de Brunner et Meltzer (1971) et Thornton (2000). La monnaie y apparaît comme un substitut à un investissement en information. La deuxième section introduit le modèle d'Ostroy et Starr (1990), basés sur les travaux d'Ostroy (1973). Ces modèles réintroduisent la monnaie dans un cadre d'équilibre général, et reposent explicitement sur la notion d'absence de double coïncidence. Dans ces derniers, la monnaie est plutôt perçue comme une mémoire des échanges. Dans les modèles de projection, troisième section, ainsi que dans les modèles précurseurs de Jones (1976) et Oh (1989), l'absence de double coïncidence est aussi la condition nécessaire pour qu'un actif, ou un bien, ait un rôle monétaire. Comme les modèles de prospection cherchent à étudier la monnaie fiduciaire, l'absence de double coïncidence est une condition nécessaire, mais pas suffisante pour que la monnaie soit détenue. Il faut aussi que cette dernière

soit acceptée, ce qu'analysent explicitement ces modèles. Dans ce chapitre, les modèles à générations imbriquées sont volontairement ignorés. Même s'ils cherchent à expliquer la monnaie fiduciaire de façon endogène, ils ignorent la fonction d'échange de la monnaie. Ils ne captent ainsi pas sa spécificité, puisqu'un grand nombre d'actifs peut servir comme instrument de passage de pouvoir d'achat, alors que peu d'actifs sont effectivement utilisés dans l'échange. Pour la même raison, le modèle "turnpike" de Townsend (1980) est aussi ignoré.

Dans le deuxième chapitre de cette deuxième, nous utilisons les résultats obtenus précédemment afin de définir empiriquement la monnaie. Nous montrons que définir les formes de la monnaie revient alors à analyser la structure des préférences d'un agent représentatif, et plus particulièrement la faible séparabilité des préférences. La première section présente de façon synthétique les résultats de la littérature utilisant ce critère pour définir la monnaie. La deuxième section introduit le concept de faible séparabilité. Dans la troisième section, nous présentons les tests non paramétriques de faible séparabilité (NONPAR). A l'aide de simulations de Monte Carlo nous montrons les limites de cette approche. La quatrième section, développe un nouveau test de séparabilité, et analyse la puissance du test. La section cinq est consacrée à deux applications empiriques, sur données françaises, sur la période 1980-1997.

La faible séparabilité des préférences est aussi la condition nécessaire et suffisante pour qu'un agrégat puisse exister. Le troisième chapitre considère donc la théorie de l'agrégation. Dans une première section, nous présentons la théorie microéconomique de l'agrégation, et plus particulièrement le lien entre la théorie des nombres indices et les fonctions agrégeantes, telle que la fonction d'utilité, ou la fonction distance. Cette section souligne les rai-

sons théoriques conduisant à l'utilisation d'indices superlatifs, comme l'indice Törnqvist-Theil, approximation en temps discret de l'indice Divisia (1925), ou l'indice de Fisher. Sont aussi mis en avant les limites d'une agrégation par simple sommation des composants. Dans une deuxième section, nous présentons l'application des résultats de la théorie de l'agrégation à la théorie monétaire. Nous expliquons en détail la formulation du prix de la monnaie, déjà utilisé dans le chapitre précédent. Nous étudions aussi les développements récents de la théorie des nombres indices lorsque des actifs risqués sont présents dans l'analyse. Dans une dernière section, nous présentons deux applications empiriques. Nous comparons, de façon purement descriptive l'information contenue dans les indices Divisia, et les indices arithmétiques et leur lien avec la vitesse de circulation. Cette section introduit aussi les formules de calcul des indices Divisia et des seconds moments.

Dans la troisième partie de cette thèse, nous utilisons dans deux études économétriques, les indices préalablement construits. Nous étudions respectivement dans le premier et deuxième chapitre le contenu en information de ces agrégats, et la demande de monnaie dans des systèmes microéconomiques.

Dans le premier chapitre de cette troisième partie, nous analysons le contenu en information d'un agrégat Divisia en utilisant des tests de causalité à la Granger, et adoptons donc une problématique de politique monétaire. Etant donné que les banques centrales suivent l'évolution d'un agrégat pour l'ensemble des détenteurs, nous ne considérons pas l'agrégat Divisia pour les ménages. Trois systèmes sont étudiés, un système dans lequel la monnaie et le PIB sont définis en termes nominaux, un système dans lequel seule la monnaie est nominale, et le PIB réel, et enfin un système dans lequel la monnaie et le PIB sont réels. Les tests sont conduits dans un environnement multivarié pour prendre en compte l'influence de l'ensemble d'information.

Le premier système est utilisé afin d'étudier les liens entre la monnaie et l'inflation, ainsi qu'entre la monnaie et l'activité. Ce test est donc voisin de l'équation de S^t Louis. Le second modèle nous sert à analyser, outre le lien entre la monnaie et les prix, la neutralité de la monnaie. Enfin, le dernier modèle porte sur le lien entre les encaisses réelles et l'activité réelle, lien souligné par les théories incluant directement la monnaie dans la fonction d'utilité. La première section est consacrée à la revue de la littérature, et met en avant les résultats d'études utilisant des indices Divisia dans les tests de causalité. La deuxième section de ce chapitre définit la causalité au sens de Granger, ainsi que les procédures de tests. Comme les séries utilisées sont intégrées et cointégrées, la troisième section présente en détail les modèles vectoriels à correction d'erreurs (VECM), ainsi que la procédure de test Toda-Phillips. Enfin, la dernière section donne les résultats des tests de causalité pour les trois modèles VECM, la structure complète de causalité pour chacun des trois modèles, et analyse aussi les fonctions de réponse des modèles VECM.

Le deuxième chapitre de cette partie est relatif à l'étude des fonctions de demande de monnaie. En cohérence avec le niveau d'analyse de cette thèse, nous utilisons des systèmes de demande microéconomiques. Deux systèmes sont considérés, le système "Almost Ideal Demand System" (AIDS), ou plutôt sa version linéaire LAIDS, et le système Rotterdam. La problématique de ce chapitre est double. Elle consiste tout d'abord à étudier si les systèmes de demande microéconomiques représentent une alternative valable aux équations de demande à la Goldfeld. Ceci en terme de stabilité et en terme de pouvoir explicatif et prédictif. Deuxièmement, si les systèmes de demande de monnaie sont pertinents, l'analyse des élasticités permet d'étudier le degré de substituabilité entre les actifs, et ainsi d'infirmier ou de confirmer l'hypothèse de parfaite substituabilité, essentielle pour conclure à la supériorité des

agrégats Divisia. Dans une première section nous faisons une revue de la littérature, en mettant l'accent sur les méthodes employées. Dans une deuxième section nous présentons la théorie sous jacente à l'estimation des systèmes de demande. La section trois présente les systèmes AIDS/LAIDS et Rotterdam, et introduit les développements récents des modèles AIDS. Enfin, la dernière section est relative à deux applications empiriques, pour les ménages. Une application au niveau le plus désagrégé, c'est-à-dire au niveau de la sous utilité, et une application à un niveau plus agrégé, qui analyse la demande d'un agrégat Divisia.

Enfin, la quatrième partie conclue sur la validité d'un niveau d'analyse micro économique concernant l'analyse monétaire.

Deuxième partie

Définition théorique et empirique de la monnaie, agrégation

Chapitre 1

Définition théorique, et valeur positive de la monnaie

1.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre, est de donner une définition théorique de la monnaie, qui sera utilisée tout au long de cette thèse. Définir la monnaie, revient à étudier les raisons pour lesquelles sa valeur est positive à l'équilibre, c'est-à-dire les raisons pour lesquelles la monnaie est détenue, et a donc une utilité. Cette problématique est ancienne dans la littérature monétaire. En 1971, Brunner et Meltzer notaient " *One of the oldest unresolved problems of monetary economics is to explain the use and holding of money*". Dans la plupart des modèles monétaires, cette difficulté est évitée en introduisant la monnaie de façon exogène, ou en posant des contraintes qui forcent l'utilisation de la monnaie. Ceci est particulièrement le cas des modèles incluant directement la monnaie dans la fonction d'utilité, à la Sidrauski (1967), ou des modèles à encaisses préalables. Dans le premier cas, la monnaie est détenue, car les quantités réelles de monnaie sont censées donner une utilité

directe, fonction de services monétaires, laissés implicites. Cette approche ne permet donc pas d'expliquer pourquoi des actifs sont valorisés alors qu'ils ont une valeur intrinsèque nulle, ni de définir précisément la notion de services monétaires. Elle correspond à une théorisation *a posteriori* d'une situation réellement observée : la valeur positive de la monnaie à l'équilibre. Dans le second cas, l'utilisation de la monnaie est basée sur une contrainte à la Clower, pour laquelle, dans une économie monétaire, les biens achètent la monnaie, la monnaie achète les biens, mais les biens n'achètent pas les biens. Ainsi, cette contrainte exogène force l'agent à détenir une quantité nominale de monnaie pour pouvoir échanger. La monnaie entre dans la contrainte budgétaire. Ces modèles n'expliquent donc pas non plus les raisons pour lesquelles la monnaie est utilisée, pas plus qu'ils ne permettent de définir la spécificité monétaire. Cette critique s'applique aussi aux modèles servant de bases aux équations de demande de monnaie, c'est-à-dire aux modèles de Baumol (1952, 1958), Tobin (1956) et Miller et Orr (1966). Ces modèles font de la préférence pour la liquidité, ainsi que du décalage des flux de recettes et de dépenses, les raisons principales de la demande de monnaie. Or, ils n'expliquent pas pourquoi la monnaie est détenue et valorisée à l'équilibre.

Si un modèle n'explique pas de façon endogène les raisons de la valorisation et de la détention de monnaie à l'équilibre, il ne peut être utilisé pour analyser les raisons de son émergence, et donc pour définir la spécificité monétaire.

De façon générale, l'étude de la détention de monnaie, n'a de sens que relativement à une autre situation, et dans une économie non walrasienne, ce qu'ignorent les modèles précédents. Ainsi, la monnaie ne peut s'analyser que par rapport à une situation de troc, dans un univers décentralisé, et en situation d'incertitude. En effet, en univers décentralisé et en situation

d'incertitude, il existe un certain nombre de coûts de transaction, rendant l'échange coûteux en terme de ressources et/ou de temps. Pour atteindre des états pareto supérieurs, et diminuer ces coûts de transaction, l'agent va, de façon endogène sélectionner un bien ou un actif et l'utiliser comme intermédiaire des échanges. Ce bien ou actif deviendra un intermédiaire des échanges généralement accepté. Ceci à plusieurs implications. Premièrement, le niveau pertinent retenu pour l'analyse monétaire ne peut être qu'un niveau microéconomique (au niveau d'un agent représentatif), l'usage de la monnaie étant lié au processus de maximisation de l'utilité. Deuxièmement, si la monnaie est détenue car elle permet de surmonter les frictions associées à l'échange, le mécanisme conduisant à l'utilisation de la monnaie est purement endogène. Aucune contrainte légale ou institutionnelle n'est nécessaire pour expliquer la monnaie. Enfin, si la monnaie naît pour surmonter les frictions dues à l'échange, la spécificité monétaire réside dans le fait que la monnaie est avant tout un moyen de paiement généralement accepté. Une économie monétaire sera donc une économie dans laquelle un moyen d'échange est utilisé dans la majorité des paiements¹.

Dans ce chapitre, nous présentons des modèles de théorie monétaire basés sur ces trois aspects clefs. Trois familles de modèles sont exposées. Les modèles informationnels (Brunner et Meltzer (1971), Thornton (2000)), section 2, proposent un cadre général pour étudier la monnaie. Dans le modèle de Brunner et Meltzer (1971), l'échange est coûteux en terme de ressources, ce qui incite l'agent à détenir un intermédiaire des échanges. Les notions de coûts de transaction et de services monétaires sont définis précisément. Thornton (2000) étend le modèle en incorporant le loisir. Bien que ces modèles soient assez généraux pour expliquer à la fois la monnaie marchandise

¹Ceci contraste avec la définition de l'économie monétaire de Clower (1967).

et la monnaie fiduciaire, nous les utilisons surtout pour analyser les raisons de l'émergence de la monnaie, et pour définir le concept de monnaie. Dans la deuxième famille de modèle développée par Ostroy et Starr (1990), section 3, la monnaie est analysée dans un cadre d'équilibre général. Ce modèle relie directement l'utilisation de la monnaie au problème de double coïncidence, condition nécessaire et suffisante pour qu'un échange direct puisse avoir lieu. Ostroy et Starr (1990) montre que la monnaie, en cassant l'échange direct, permet l'annulation des excès de demande. Enfin, dans la section 4, nous analysons le modèle de Jones-Oh et ses développements, les modèles de prospection. Nous utilisons ces derniers pour étudier de façon spécifique la monnaie fiduciaire². Dans les modèles de prospection, les frictions associées à l'échange ne sont qu'une condition nécessaire et non suffisante pour que la monnaie soit détenue, il faut en plus que les agents anticipent qu'elle sera acceptée.

1.2 les modèles informationnels

Les modèles informationnels constituent la première famille de modèles de théorie monétaire étudiés dans ce chapitre. L'objectif de ces derniers est d'expliquer les raisons pour lesquelles une économie de troc bascule dans une

²La monnaie fiduciaire peut aussi être étudiée en utilisant les modèles à générations imbriquées (voir par exemple Kareken et Wallace (1980) ou le modèle "turnpike" de Townsend (1980)). Ces modèles, se centrent sur la fonction de réserve de valeur de la monnaie, et ignorent les frictions sur l'échange. Ils ne captent donc pas la spécificité monétaire (Ostroy et Starr (1990)), et ne sont pas étudiés dans ce chapitre pour cette raison. De plus, ils ne permettent pas de justifier l'introduction de la monnaie dans la fonction d'utilité, la monnaie ne délivrant pas un flot de services monétaires, ce que nous voulons montrer ici.

économie monétaire, définie comme une économie dans laquelle la majorité des échanges sont effectués de façon indirecte en utilisant un moyen de paiement généralement accepté. Sera ainsi étudié l'émergence d'un bien ou actif comme intermédiaire des échanges, sa généralisation dans l'économie et le choix du bien ou de l'actif servant comme monnaie. Faisant reposer l'émergence de la monnaie et sa généralisation sur un mécanisme d'optimisation, ils proposent une théorie endogène de la monnaie. Ils retiennent comme raison principale de l'apparition de la monnaie, en univers décentralisé, une information incomplète. Celle ci génère un certain nombre de coûts de transactions. Dans une économie de troc, en information incomplète, échanger est coûteux, et nécessite d'investir dans de l'information. Accepter un bien ou un actif comme intermédiaire des échanges, dont la qualité peut être connue à bas prix, permet d'économiser des ressources, et ainsi d'atteindre des niveaux d'utilité supérieurs. Au fur et à mesure que l'actif ou le bien se diffuse comme intermédiaire, ses qualités sont de plus en plus connues. Il se généralise dans l'économie, et devient un moyen de paiement généralement accepté. La spécificité de la monnaie va donc être liée à sa fonction d'intermédiaire des échanges, sa définition ne va pas être statique, puisque la monnaie entre en concurrence avec d'autres biens ou actifs ayant de faibles coûts d'information. Plusieurs actifs ou biens peuvent servir de moyen d'échange. Nous commençons par présenter le modèle de Brunner et Meltzer (1971), puis des extensions de ce modèles (Saving (1971) et Thornton (2000)).

1.2.1 Le modèle de Brunner et Meltzer (1971)

Le modèle de Brunner et Meltzer (1971) est sans doute un des premiers modèles théoriques analysant la monnaie dans un cadre microéconomique. Il répond ainsi à la critique de Clower (1967), pour lequel la théorie monétaire

doit être basée sur des fondements microéconomiques. Brunner et Meltzer (1971) se proposent d'étudier les coûts de transactions associés à l'économie de troc, dans laquelle l'information est limitée. Dans cette économie va émerger, de façon endogène un bien ou un actif, dont la fonction va être d'économiser des ressources jusqu'ici dédiées à la faisabilité de l'échange. Le bien ou l'actif devient alors un intermédiaire des échanges. L'utilisation de la monnaie n'est pas imposée comme dans les modèles à encaisses préalables, elle apparaît de façon endogène : la détention de monnaie est le signe du dépassement de contraintes, liées à l'économie de troc. Nous commençons par détailler les coûts inhérents à l'économie de troc.

Dans le modèle de Brunner et Meltzer (1971), les agents sont naturellement échangeurs, mais sont en situation d'incertitude, dans le sens où ils possèdent une information limitée, notamment à propos des personnes avec lesquelles ils vont pouvoir échanger (lieu, identité), de la qualité du bien offert ou encore des termes de l'échange (rapport d'échange). Il va donc exister des coûts de transaction associés à l'échange. Pour obtenir le panier espéré, l'agent va investir une partie de ses ressources. Deux investissements sont requis :

- Un investissement en information, afin de connaître la qualité du bien échangé, les termes de l'échanges, la location du co-échangiste,
- Un investissement directement lié à l'échange. Cet investissement est inhérent à la planification de la chaîne de transaction nécessaire pour obtenir le bien de façon finale. Si la longueur de cette chaîne est supérieure à deux, à chaque étape intermédiaire, l'agent doit accepter un intermédiaire de l'échange, le transporter, le stocker, puis le ré échanger pour obtenir le bien final. A chaque étape intermédiaire de la chaîne de transaction, l'agent doit investir en information sur la qualité des biens

utilisés comme intermédiaires des échanges.

Formellement, l'agent maximise une fonction d'utilité (1.1), sous contrainte (1.2). Il choisit un panier espéré, ainsi qu'un montant d'investissement optimal en information et une chaîne de transaction optimale.

$$U = U(\epsilon, v, Q) \quad (1.1)$$

avec :

ϵ : Le panier espéré,

v : La variance, qui peut être interprétée comme la probabilité d'avoir un panier qui ne correspond pas à son choix, étant donné l'incertitude sur la qualité et donc les prix,

Q : La dotation initiale en information.

$$R_0 = C_0 + X_0 + I_0 + S_0 \quad (1.2)$$

avec :

R_0 : Les ressources initiales,

C_0 : La partie des ressources destinée à être consommée,

X_0 : La partie des ressources destinée à être échangée,

I_0 : La partie des ressources destinée à être investie en information,

S_0 : La partie des ressources destinée à assurer l'échange.

Les ressources R_0 sont donc allouées entre quatre postes. C_0 et X_0 représentent respectivement la consommation du bien en dotation initiale et la portion du bien destinée à l'échange. I_0 représente le montant des ressources nécessaires pour obtenir de l'information sur le marché, et S_0 , les ressources liées au coût de l'échange. Plus I_0 est important, plus l'agent a accès à des paniers de meilleure qualité (ϵ augmente). Il connaît mieux les opportunités de l'échange. La probabilité d'avoir un bien de consommation qui ne lui

conviennent pas diminue (v diminue). Donc, plus l'agent investit dans I_0 , plus l'incertitude diminue, et plus l'utilité augmente. Cependant, toute augmentation de I_0 contracte les ressources dédiées à la consommation et à l'échange. L'optimum est atteint lorsque la désutilité marginale des ressources retirées de la consommation et de l'échange, est égale au gain d'utilité marginale lié à l'accroissement de l'information. Une fois le montant d'investissement nécessaire à l'information dépensé, il reste à l'agent $R_0 - I_0$ pour consommer et échanger. L'échange requiert deux composants distincts, X_0 et S_0 , respectivement, le montant des biens échangés, ainsi que les ressources nécessaires à l'échange. Ces dernières sont une fonction croissante de la chaîne de transaction nécessaire pour acquérir le bien, T , soit $S = S(T_0)$. Plus l'agent investit dans S , plus il peut s'engager dans une chaîne de transaction optimale. Il peut ainsi augmenter ϵ et diminuer v , donc augmenter son utilité. Comme précédemment, un accroissement de S_0 , à I_0 constant, permet d'augmenter l'utilité, mais réduit X_0 et C_0 . L'optimum est atteint lorsque le gain d'une augmentation de S_0 compense exactement la perte d'utilité liée à la diminution de C_0 et X_0 .

Dans cette économie, deux postulats sont nécessaires pour qu'un bien, ou un actif devienne un intermédiaire des échanges, et donc de la monnaie :

- Pour chaque agent, le coût marginal pour acquérir de l'information dépend du bien ou actif sélectionné.
- Ce coût décroît si la fréquence d'apparition du bien comme intermédiaire augmente.

Le premier postulat assure qu'un bien ou actif va émerger comme intermédiaire des échanges. En effet, lorsque l'agent veut échanger, il doit investir en information pour connaître les rapports d'échange, ainsi que la qualité des biens intermédiaires utilisés dans la chaîne de transaction. Il n'est donc

pas indifférent au type de biens intermédiaires, et va avoir tendance à utiliser des biens pour lesquels l'investissement en information est faible. En d'autres termes, en choisissant des biens dont la qualité peut être facilement connue, c'est-à-dire en sacrifiant peu de ressources, l'agent économise sur I_0 . Cela lui permet d'atteindre des niveaux d'utilité plus importants. Le deuxième postulat assure qu'un intermédiaire de l'échange va se généraliser dans l'économie. Plus un bien ou un actif est utilisé comme intermédiaire, plus ses qualités sont connues, et donc moins il faut investir pour le connaître. La généralisation d'un bien ou actif comme moyen de paiement a de plus deux effets. Premièrement la majorité des prix sont exprimés sous forme de rapport d'échange avec ce bien. Dans une économie à N biens, il n'est alors plus nécessaire de connaître la matrice des $N(N - 1)/2$ rapports d'échange, mais seulement le vecteur $N \times 1$. Deuxièmement, la longueur maximale de la chaîne de transaction passe à trois, ce qui permet d'économiser sur S_0 . Enfin ces effets s'autorenforcent. A chaque étape, plus de ressources sont libérées, et l'économie devient une économie monétaire dans laquelle un, ou un petit nombre d'actifs ou de biens est utilisé comme intermédiaire des échanges. Dans cette économie, quelques biens peuvent toujours être échangés de façon directe, si le coût de cette opération est plus faible que le coût associé à l'échange indirect. Les dettes, rapportant un taux d'intérêt, ne peuvent pas servir d'intermédiaire des échanges, pour deux raisons. Premièrement, le coût d'évaluation de la qualité de la dette est trop important par rapport à la monnaie. Deuxièmement, les rapports d'échanges entre dettes sont difficilement calculables. La monnaie est donc utilisée, alors qu'elle est dominée en terme de rendement.

1.2.2 Une extension du modèle : l'approche de Thornton (2000)

Dans Brunner et Meltzer (1971), la monnaie est donc utilisée dans le but d'économiser des ressources associées à l'échange en économie de troc (voir aussi Alchian (1977)). Une approche similaire est développée par Saving (1971). A la différence de Brunner et Meltzer (1971), c'est la notion de temps passé à la recherche du co-contractant qui va être importante. En effet, dans un cadre d'information imparfaite, en économie de troc, l'agent doit allouer une partie de son temps pour échanger. Ceci réduit l'ensemble des combinaisons consommation/loisir, et diminue ainsi son niveau d'utilité. Un bien, ou un actif, permettant d'économiser du temps, devient un intermédiaire des échanges, et monnaie. L'idée que la monnaie soit détenue pour économiser du temps, a aussi été développée par Dutton et Gramm (1973) et surtout Karni (1973, 1974, 1975). Dowd (1990) présente une application empirique de ce concept, connu sous le nom de modèle PVT "pure value of time".

Thornton (2000) propose une synthèse de ces approches. Il reprend la problématique générale de Brunner et Meltzer (1971), et se propose d'étudier pourquoi la monnaie, définie comme un intermédiaire des échanges, émerge de façon endogène, et se généralise. Il retient l'hypothèse que les échanges sont coûteux (présence de coûts de transactions) en économie de troc, et que l'utilisation d'un actif ou d'un bien, va permettre d'économiser des ressources, jusqu'ici dédiées à l'échange. La démarche suivie va consister à étudier une économie en autarcie, puis une économie de troc, et enfin une économie monétaire, dans laquelle un ou plusieurs actifs, ou biens, servent de moyens de paiement généralement acceptés.

Soit une économie en autarcie, avec n individus et Q biens. Soit R^* les res-

sources totales de l'économie, et $\delta_i R^*$ la dotation de l'individu i , $i = 1, \dots, n$, avec $0 \leq \delta_i \leq 1$. La fonction d'utilité pour l'individu i est donnée par (1.3).

$$U_i(C_1^i, \dots, C_Q^i, l^i) \quad (1.3)$$

avec :

C_j^i : la quantité du bien j consommé par l'agent i ,

l^i : le loisir de l'agent i .

Les individus produisent les biens de consommation nécessaires à partir des ressources $\delta_i R^*$, via la fonction de production (1.4).

$$C_j^i = f_j^i((\delta_i R^*)_j, L_j^i) \quad (1.4)$$

avec :

$(\delta_i R^*)_j$: les ressources nécessaires pour produire le bien j ,

L_j^i : le temps nécessaire à la production de j .

L'agent maximise (1.3) sous contraintes (1.4), (1.5) et (1.6).

$$\sum_{j=1}^Q (\delta_i R^*)_j = \delta_i R^* \quad (1.5)$$

$$\sum_{j=1}^Q L_j^i + l^i = \Gamma \quad (1.6)$$

avec :

Γ : le temps total disponible.

Les conditions du premier ordre sont (1.7) et (1.8).

$$\frac{\partial f_j^i / \partial (\delta_i R^*)_j}{\partial f_k^i / \partial (\delta_i R^*)_k} = \frac{U_k^i}{U_j^i}, j, k = 1, \dots, Q, j \neq k \quad (1.7)$$

$$(\partial f_j^i / \partial L_j^i) = \frac{U_l^i}{U_j^i}, j = 1, \dots, Q \quad (1.8)$$

Supposons maintenant que les agents puissent échanger. En particulier, et pour plus de simplicité intéressons-nous à un agent, l'agent 1, pour lequel la fonction d'utilité (1.1) peut se réécrire $U(C_1, C_2)$. Cet agent produit deux biens, et les fonctions de production sont données par (1.9) et (1.10)

$$y_1 = f_1(L_1) \quad (1.9)$$

$$y_2 = f_2(L_2) \quad (1.10)$$

Supposons qu'il soit spécialisé dans la production du bien 1, et que la technologie soit linéaire. Soit λ , le rapport d'échange entre les deux biens. L'échange est avantageux si $\lambda > f'_1/f'_2$. En échangeant, l'agent atteint un niveau d'utilité supérieur.

Supposons maintenant que l'échange soit coûteux, et qu'il existe un coût fixe associé à ce dernier, quelque soit les quantités échangées, noté Ω . Les conditions du premier ordre sont données par (1.11). Dans cette économie, il peut être montré que l'échange est avantageux si $\lambda > f'_1/f'_2 + (f_1(\Gamma) - C_1^A)^{-1}\Omega$, avec C_1^A , la consommation optimale du bien 1 en situation d'autarcie. Quand l'échange est coûteux, l'individu veut avoir une compensation (mesurée en unité du bien 1) pour payer le coût de transaction. Si Ω est trop important, l'échange n'a pas lieu, et l'économie reste en situation d'autarcie.

$$\frac{U'_{C_1}}{U'_{C_2}} = \lambda \quad (1.11)$$

Si maintenant les coûts sont proportionnels à l'échange, c'est-à-dire si le temps nécessaire à l'échange est proportionnel au volume échangé (1.12), les conditions du premier ordre deviennent (1.13), et l'échange ne prend place que si $\lambda > f'_1/f'_2 + (1 + \alpha f'_1)$. Le gain de l'échange se réduit, et le rapport d'échange nécessaire pour qu'il y ait échange augmente avec le volume échangé. Plus on échange, plus on paye un coût de transaction, et plus on

exige une compensation. Par rapport à la situation précédente, on se rapproche de la situation d'autarcie. L'utilité décroît au fur et à mesure que les coûts de transaction augmentent.

$$L_e = \alpha(f(L_1) - C_1), \alpha > 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{U'_{C_1}}{U'_{C_2}} = \frac{\lambda}{(1 + \alpha f')} \quad (1.13)$$

Ainsi, tout ce qui va pouvoir diminuer les coûts de transaction, va augmenter l'échange, et donc augmenter l'utilité.

L'utilisation d'un bien comme intermédiaire va avoir un tel rôle. Nous analysons comment, en présentant de façon détaillée, les coûts de transaction considérés. Deux types de coûts de transaction apparaissent dans l'économie de troc : les coûts d'assurance, et les coûts d'échange.

Les coûts d'assurance comprennent des coûts de vérification de la qualité et des coûts de détermination de la valeur (établissement du rapport d'échange). En effet, dans une économie de troc, si l'agent est engagé dans une chaîne de transaction dont la longueur est supérieure à deux, et s'il veut avoir l'assurance d'avoir son bien désiré à la fin, il doit à chaque étape vérifier la qualité du bien accepté de façon intermédiaire. De plus il doit, à chaque étape, établir le rapport d'échange entre la marchandise détenue et la marchandise échangée. Dans cet échange indirect, utiliser de façon intermédiaire un bien ou actif dont la valeur et la vérification de la qualité peuvent être vérifiées à bas prix, permet d'économiser des ressources. De plus utiliser un tel bien, permet de tendre vers une chaîne de transaction dont la longueur est de trois. Enfin de façon similaire à Brunner et Meltzer (1971), l'utilisation d'un bien comme intermédiaire des échanges permet de réduire le nombre de rapports d'échange à déterminer. Dans cette analyse, les dettes, promesses

de payer, ne sont pas utilisées comme monnaie, les coûts de vérification de la qualité étant trop importants.

Les coûts d'échange sont les coûts directement associés à l'échange, recherche du co-contractant, marchandage. Utiliser un bien dans l'échange, permet de surmonter le problème dû à l'absence de double coïncidence (détaillée dans la section suivante), et donc aussi d'économiser des ressources.

Ainsi, pour Thornton (2000), comme dans l'approche de Brunner et Meltzer (1971), la monnaie est détenue pour surmonter un certain nombre de problèmes en économie de troc. Le mécanisme permettant le passage d'une économie de troc à une économie monétaire est donc purement endogène. Ce qui fait la spécificité monétaire n'est donc pas sa fonction de réserve de valeur, mais plutôt sa fonction d'intermédiaire des échanges. Enfin, au fur et à mesure que le moyen de paiement se généralise dans l'économie, la production de ce moyen de paiement doit augmenter. A terme, pour plus d'efficacité, le bien est remplacé par un actif, ayant le même rôle dans l'économie. Cet actif est détenu pour son rôle dans l'échange, et aussi parce que l'investissement nécessaire à la vérification de la qualité est inférieur aux autres actifs. L'analyse de la monnaie fiduciaire n'est qu'un prolongement de l'analyse de la monnaie en tant que marchandise, et la monnaie est un substitut en information.

1.3 Monnaie et double coïncidence

A la différence des auteurs précédents, Ostroy et Starr (1990) proposent d'étudier la monnaie dans un cadre d'équilibre général, et relie l'utilisation de la monnaie et l'annulation des excès de demandes (voir aussi Niehans (1969)). Par rapport au modèle d'Arrow-Debreu, dans lequel la monnaie n'a aucune utilité, l'économie étant organisée autour de marchés à terme, c'est à

la fois la décentralisation des décisions économiques, ainsi que la spécificité d'une économie de troc qui vont générer le besoin de monnaie. Ostroy et Starr (1990), s'appuyant sur Ostroy (1973), Ostroy et Starr (1974) reprennent la notion d'une contrainte " *quid pro quo*", déjà présente chez Jevons (1875) et Menger (1892). L'échange direct, caractérisant l'économie de troc n'est faisable qui s'il y a double coïncidence des besoins, les deux co-contractants voulant exactement ce que l'autre propose. Cette double coïncidence ayant en réalité peu de chance de se produire, les agents ont intérêt à casser l'échange direct, et à accepter un moyen de paiement intermédiaire : c'est la monnaie. Comme dans les modèles informationnels, c'est la fonction transactionnelle de la monnaie qui va être au coeur de l'analyse. Ostroy et Starr (1990), notent que les modèles théoriques de monnaie qui ne se centrent pas sur cette fonction, ne peuvent pas capter la spécificité monétaire. La fonction de réserve de valeur de la monnaie n'est pas absente, mais ne conditionne que le choix de l'actif ou du bien utilisé comme monnaie.

A la différence des modèles informationnels, l'analyse ne requière pas de coûts de transaction pour expliquer l'apparition d'un bien comme intermédiaire. En effet, dans ces derniers, l'absence de double coïncidence est implicite, mais l'agent a la possibilité de dépenser des ressources pour trouver un agent avec lequel échanger. Ici, cette possibilité n'existe pas, car les agents se rencontrent par paire. L'information sur les termes de l'échange est donc révélée au dernier moment, c'est-à-dire au moment où les agents se rencontrent. L'agent ne peut pas investir à *priori* en information. La stratégie est donc d'échanger, s'il y a double coïncidence, ou de ne pas échanger. Accepter un intermédiaire des échanges au lieu du bien final, ne va pas baisser les coûts de transaction, mais simplement rendre l'échange faisable. Cette logique sera reprise dans les modèles de prospection. Nous présentons maintenant en détail

le modèle d'Ostroy et Starr (1990).

L'idée de baser l'introduction de la monnaie sur la notion de double coïncidence, et sur la contrainte *quid pro quo* s'appuient donc sur les travaux de Jevons (1875) et Menger (1892). Pour Jevons (1875), la coordination des échanges entre les agents est en effet la principale raison pour que ces derniers utilisent un bien comme intermédiaire des échanges, c'est-à-dire comme monnaie. Il note que, sans moyen d'échange, l'échange direct n'est possible que s'il y a double coïncidence des besoins, ce qui a peu de chance de se produire. La monnaie doit donc permettre de surmonter le problème de double coïncidence. Cette remarque constitue le point de départ de l'analyse d'Ostroy et Starr (1990). Dans une économie de troc, le problème de double coïncidence apparaît dès que le nombre de biens et le nombre d'agents est supérieur à trois. Les agents se rencontrant par paire, il existe un problème de surdétermination. Pour illustrer ceci, supposons une économie composée de trois agents, A, B, C , avec x^A, x^B, x^C et y^A, y^B, y^C respectivement les paniers désirés et les paniers offerts donnés par (1.14), avec $p = (1, 1, 1)$.

$$\begin{aligned} x^A &= (1, 0, 0), & x^B &= (0, 1, 0), & x^C &= (0, 0, 1), \\ y^A &= (0, 1, 0), & y^B &= (0, 0, 1), & y^C &= (1, 0, 0). \end{aligned} \tag{1.14}$$

Dans cette économie, aucun échange ne peut avoir lieu. B veut échanger avec A , mais A ne désire pas ce que donne B . Il préférerait échanger avec C , mais C veut ce que propose B . Ce problème peut être résolu si quelques agents detiennent un bien intermédiaire. Par exemple, si B est doté en ce bien, il peut échanger avec A , puis ensuite A avec C . A l'équilibre les excès de demande sont nuls. Formellement, soit une économie de H agents, chaque

agent $h = 1, \dots, H$ ayant une fonction d'utilité $U^h(c^h)$. Soit :

- $b^h > 0$: le vecteur des dotations de l'agent h ,
- $c^h > 0$: le vecteur de consommation espéré de l'agent h ,
- $x^h > 0$: le vecteur de ventes nettes de l'agent h , avec $x^h = c^h - b^h$,
- $y^h > 0$: le vecteur d'achats nets de l'agent h , avec $y^h = b^h - c^h$,
- p : le vecteur de prix.

L'agent h choisit c^h , de façon à maximiser son utilité, soit (1.15)

$$\max U(c^h) \quad (1.15)$$

sous contrainte :

$$p \cdot c^h = p \cdot b^h.$$

Si les prix sont des prix d'équilibre, $\sum_h c^h = \sum_h b^h$, ou ce qui est équivalent, les excès de demande sont nuls (1.16). Au prix p (1.17) est vérifié.

$$\sum_{h=1}^H x^h = \sum_{h=1}^H y^h \quad (1.16)$$

$$p \cdot x^h = p \cdot y^h \quad (1.17)$$

Les contraintes (1.16) et (1.17) requièrent que le total des achats équilibre exactement le total des offres, et n'assurent pas de restrictions sur les transactions individuelles. Pour assurer un rôle à la monnaie, en introduisant le concept de double coïncidence, il est donc nécessaire de définir des contraintes supplémentaires. En particulier, les achats et les offres doivent s'équilibrer pour chaque transaction individuelle. Quand les agents se rencontrent par paire, ce que donne un des agents doit correspondre exactement à ce que reçoit l'autre. On introduit donc ici, une contrainte de double coïncidence :

l'échange ne peut se faire que s'il y a double coïncidence, ou que si un moyen d'échange est introduit.

Soit K le nombre d'échanges dans une période donnée, K devant être au moins égal au nombre d'agents moins un. Au début de chaque échange $k, k = 1, \dots, K$, l'offre d'un agent h est w_h^k , et la variation de ses détentions entre k et $k + 1$ est $a_h^k = w_h^{k+1} - w_h^k$. Supposons qu'à l'échange k , deux agents se rencontrent, l'agent h et l'agent j . Des entrées positives dans le vecteur a_h^k signifie qu'il y a échange de j vers h , et inversement. Après l'échange, en $k + 1$, l'agent h détient donc $w_h^{k+1} = a_h^k + w_h^k$, et l'agent j , $w_j^{k+1} = a_j^k + w_j^k$. Pour que la monnaie soit introduite dans cette économie, trois contraintes doivent être placées sur a_h^k et a_j^k .

$$w_h^k + a_h^k > 0, \quad w_j^k + a_j^k > 0 \quad (1.18)$$

$$a_h^k = -a_j^k \quad (1.19)$$

$$p \cdot a_h^k = 0 = p \cdot a_j^k \quad (1.20)$$

Les contraintes (1.18), (1.19), (1.20) sont relatives à l'échange bilatéral. Respectivement, elles stipulent que, (1) il n'est pas possible dans cette économie de détenir une valeur négative d'un bien, en d'autres termes, les dettes sont exclues dans le processus d'échange, (2) dans le processus d'échange, les biens sont reçus ou donnés, (3) on ne peut échanger que des équivalents, en d'autres termes, si les deux besoins ne se correspondent pas, il n'y a pas d'échange. Cette dernière contrainte correspond donc à la prise en compte de la double coïncidence dans un modèle d'échange décentralisé. A la fin de la période, le résultat de l'échange pour un agent h est donc $\sum_{k=1}^K a_h^k$, et il y a équilibre, c'est-à-dire nullité des excès de demande si (1.21) est vérifié $\forall h \in \{1, \dots, H\}$.

$$\sum_{k=1}^K a_h^k = x^h - y^h \quad (1.21)$$

Il y a équilibre sur une période donnée, si à la fin de la période, quelque soit l'agent, son excès de demande est nul. La question est donc de savoir si (1.21) est compatible avec les contraintes (1.18) à (1.21). S'il y a compatibilité, un intermédiaire de l'échange n'est pas requis, sinon, sans introduction d'un intermédiaire, les excès de demande sont non nuls en fin de période. Dans ce dernier cas, la monnaie apparaît. A partir de six théorèmes, Ostroy et Starr démontrent les trois choses suivantes (nous ne nous intéressons ici qu'à l'économie monétaire, et non à l'économie de crédit) :

- Il n'est généralement pas possible d'avoir la nullité des excès de demande au bout d'une seule période sans monnaie. (Théorème 2).
- La nullité des excès de demande requière beaucoup plus d'une période dans une économie sans monnaie. (Théorème 1, 5 et 6).
- La monnaie autorise la nullité des excès de demande au bout d'une seule période. (Théorèmes 3 et 4).

Les deux premiers résultats soulignent l'inefficience de l'économie de troc. Dans une telle économie, l'agent peut parvenir à obtenir son vecteur de consommation souhaité c^h , mais au bout de plusieurs périodes d'échanges, à cause du problème de double coïncidence. En acceptant dans l'échange un intermédiaire pour pallier à ce problème, résultat 3, il arrive, en une seule période à annuler ses excès de demande, et donc à réaliser son plan de consommation.

Ostroy et Starr (1990) fondent donc leur analyse de la théorie monétaire sur l'inefficience du troc en environnement décentralisé. Les agents n'ayant pas de connaissance *a priori* des préférences de l'agent qu'ils vont rencontrer se heurtent au problème de la double coïncidence des besoins. La réalisation des plans de consommation est possible, mais est très coûteuse en temps. Ce modèle fournit une base théorique forte pour expliquer la monnaie, et pour

étudier la spécificité monétaire. Kocherlakota (1998) montre qu'en réalité, dans ce genre de modèle, la monnaie n'est en fait rien d'autre qu'une mémoire des échanges.

1.4 La monnaie dans les modèles de prospection

Les modèles de prospection, développés par Kyiotaki et Wright (1989, 1991, 1992, 1993), Trejos et Wright (1993, 1995), Shi (1995) et Ritter (1995) peuvent être analysés comme une extension du modèle Jones-Oh, élaboré par Jones (1976) et corrigé par Oh (1989). Par rapport aux travaux précédents, modèles informationnels et modèle d'Ostroy et Starr (1990), ces modèles reprennent un niveau d'analyse similaire. En particulier ils se centrent sur une fonction transactionnelle de la monnaie dans un univers décentralisé. L'utilisation d'un bien, ou d'un actif comme monnaie résulte d'un processus endogène, découlant de l'action non concertée des agents économiques. Par contre, même s'ils soulignent l'importance des modèles précédents quant à l'explication du besoin de monnaie, ils notent que le processus conduisant à l'émergence du bien, sa généralisation et son évolution est très insuffisamment étudiés. C'est le point de départ de leur analyse qui peut être résumée par les trois remarques de Menger (1892) :

- La volonté d'accepter de la monnaie dépend des anticipations sur la même volonté de la part d'autres agents,
- L'évolution d'un moyen de paiement généralement accepté englobe un processus d'apprentissage qui prend des générations,
- L'émergence de la monnaie découle d'un comportement non concerté

des individus.

Nous commençons par présenter le modèle de Jones-Oh, puis les modèles de prospection.

1.4.1 Un modèle précurseur : le modèle de Jones-Oh

Ce modèle analyse l'émergence d'un moyen de paiement généralement accepté à partir des comportements de maximisation non concertés. Il cherche ainsi à expliquer pourquoi une économie de troc bascule dans une économie monétaire. Comme dans les modèles informationnels, la monnaie est détenue car elle permet d'économiser des ressources, plus particulièrement du temps nécessaire à l'échange. Dans une économie décentralisée les agents ont une information imparfaite, en particulier ils ne savent pas avec qui échanger. Par contre, ils savent qu'un équilibre est possible, c'est-à-dire que les excès de demande peuvent être nuls. Chaque agent va construire un système de probabilités subjectives associées à des stratégies d'échange directes ou indirectes, pour réaliser leur plan de consommation. Ils vont alors choisir la stratégie (fixe pour Jones, conditionnelle pour Oh), minimisant le temps nécessaire à l'échange. Accepter un bien intermédiaire dans l'échange va augmenter la probabilité subjective de réaliser le plan et donc baisser le temps nécessaire associé à ce dernier. Au terme d'un processus d'apprentissage, l'économie de troc bascule dans une économie monétaire. Toutefois, quelques biens sont encore échangés de façon directe.

Dans le modèle de Jones-Oh, chaque individu dans l'économie produit (ou a en dotation) un bien unique. Comme son utilité dépend d'un panier de consommation et du loisir, il doit échanger. Cependant, l'échange est coûteux en terme de temps puisque l'agent ne sait pas avec qui échanger. Ici, un seul type de coût de transaction est introduit qui est un coût de recherche du co-

contractant. L'agent a le choix, soit de s'engager dans une stratégie d'échange directe (i contre j), soit d'utiliser un ou plusieurs intermédiaires des échanges (par exemple i contre k , puis k contre j). Il fixe sa stratégie *a priori*, avant d'entrer sur le marché, et cherche sur ce dernier à la réaliser. L'agent maximise donc son utilité et minimise le coût de recherche du panier espéré. Sur le marché l'agent rencontre aléatoirement des agents et n'en sort que lorsque sa stratégie est réalisée. Pour définir *a priori* sa stratégie d'échange, l'agent définit un ensemble de probabilités subjectives $p = (p_1, \dots, p_n)$ définies comme les probabilités qu'un individu veuille acheter ou vendre un bien particulier. Dans le modèle de Jones-Oh ce que veut un individu, et ce qu'il va offrir en échange est considéré comme statistiquement indépendant. La probabilité subjective qu'un individu rencontré aléatoirement souhaite échanger j contre i est donc $p_i p_j$.

Le coût de transaction subjectif pour un individu souhaitant échanger i contre j est donc (1.22), qui peut être interprété comme le nombre d'agents rencontrés avant que la transaction ne puisse avoir lieu.

$$\frac{1}{p_i p_j} \quad (1.22)$$

A priori, l'agent souhaitant échanger i contre j a deux options : soit un échange direct avec un coût de transaction $\frac{1}{p_i p_j}$, soit un échange indirect, par exemple en deux étapes qui consiste à échanger i contre k puis k contre j . Le coût associé à cette opération est (1.23) :

$$\frac{1}{p_i p_k} + \frac{1}{p_k p_j} \quad (1.23)$$

Soit le bien n , avec la probabilité p_n maximale tel que $p_k : p_n = \max \{p_k\}$. Minimiser le coût de transaction dans le cas d'un échange indirect revient à minimiser (1.24), donc à choisir comme intermédiaire des échanges le bien

dont la probabilité est la plus importante (notons que dans une stratégie d'échange indirect, la chaîne maximale ne peut être que de deux).

$$\min_k \left\{ \frac{1}{p_i p_k} + \frac{1}{p_k p_j} \right\} = \frac{1}{p_i p_n} + \frac{1}{p_n p_j} \quad (1.24)$$

Ainsi un bien intermédiaire des échanges sera choisi si (1.25) ou (1.26) est vérifié, c'est-à-dire s'il est moins coûteux en terme de temps de passer par un intermédiaire que par l'échange direct.

$$\frac{1}{p_i p_j} > \frac{1}{p_i p_n} + \frac{1}{p_n p_j} \quad (1.25)$$

ou

$$p_n > p_j + p_i \quad (1.26)$$

Si (1.25) ou (1.26) est vérifiée pour un nombre important de biens dans l'économie, n devient un moyen d'échange. Il n'est pas forcément généralement accepté, car pour certains biens, il peut être plus intéressant de passer par le troc.

Analysons maintenant la monnaie au niveau de l'économie. Soit U une matrice carrée et symétrique dont l'élément u_{ij} représente la fraction d'individus voulant échanger de façon finale i contre j . La fraction totale voulant échanger i contre j de façon finale est (1.27) :

$$u_i = \sum_j u_{ij} = \sum_j u_{ji} \quad (1.27)$$

avec :

$$\sum_j u_{ij} = \sum_j u_{ji}, \text{ l'équilibre de marché.}$$

La fraction s de personnes choisissant d'échanger i contre j en se servant d'un intermédiaire des échanges n est (1.28).

$$s = s(U, p) = \sum_{\substack{i, j \text{ tel que} \\ p_n > p_i + p_j}} u_{ij} \quad (1.28)$$

La variable s est comprise entre 0 et $1 - u_n$. Si $s = 0$, le troc est plus efficient que la monnaie pour tous les biens. Si $s = 1 - u_n$, tous les échanges se font via la monnaie. (Notons que s n'est jamais égal à 1, puisque $p_n > p_i + p_j$ n'est jamais vérifié pour $i = n$ ou $j = n$, ce qui correspond aux échanges directs de n .) Dans un cadre d'anticipations rationnelles, $p = q$, la condition $p_n > p_i + p_j$ se réécrit $q_n > q_i + q_j$, et s devient (1.29).

$$s = s(U, p) = \sum_{\substack{i, j \text{ tel que} \\ q_n > q_i + q_j}} u_{ij} \quad (1.29)$$

Finalement, il n'y a donc pas de garantie que s atteigne $1 - u_n$, et il existe plusieurs valeurs d'équilibre pour s .

Oh (1989) critique la fixité *a priori* de la stratégie d'échange, et la remplace par une stratégie d'échange conditionnelle : les agents définissent une stratégie d'échange en fonction du type d'agents qu'ils rencontrent. Le coût de transaction associé à l'échange indirect en deux étapes devient (1.30) :

$$\frac{1}{p_i(p_j + p_k)} + \frac{1}{p_k p_j} \frac{p_k}{p_k + p_j} = \frac{1}{p_j + p_k} + \left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j} \right) \quad (1.30)$$

Le premier terme représente le nombre de personnes espérées lors de la première étape de l'échange qui tient compte de la probabilité de rencontrer soit un échangiste avec le bien k soit un échangiste avec le bien j . Si l'échange est fait contre un bien k , une deuxième étape est nécessaire, représentée par le deuxième terme.

De façon similaire, minimiser les coûts de transaction revient à choisir comme bien k , le bien ayant la plus forte probabilité, soit p_n .

$$\min_k \left\{ \frac{1}{p_j + p_k} \left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j} \right) \right\} = \frac{1}{p_j + p_n} \left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_j} \right) \quad (1.31)$$

Par rapport à Jones (1976), le modèle de Oh (1989) autorise les agents à accepter plusieurs moyens d'échange, la chaîne de transaction indirecte pouvant être supérieure à deux. Il démontre plusieurs résultats. Premièrement, une stratégie d'échange conditionnelle indirecte est toujours meilleure qu'une stratégie d'échange fixe indirecte. Deuxièmement, même si les agents peuvent accepter plusieurs biens dans l'échange, seul le bien n ayant la probabilité maximale émerge et devient un moyen d'échange généralement accepté. La longueur maximale de la chaîne de transaction sera donc de deux (échange en deux étapes), et l'agent souhaitant échanger i contre j accepte un bien intermédiaire dès que (1.32) est vérifié, ce qui constitue une condition moins restrictive que la condition $p_n > p_i + p_j$ de Jones (1976).

$$p_n > p_i \quad (1.32)$$

Enfin, la fraction de personnes utilisant de la monnaie comme intermédiaire dans l'échange est comprise entre $\frac{(1-u_n)}{2}$ et $1 - u_n$ (1.33) Oh (1989) montre qu'à terme, l'économie converge vers un niveau unique de détention de monnaie. Notons que la monnaie n'est pas utilisée si et seulement si la demande du bien n est seulement une demande finale, dans ce cas $u_n = 1$.

$$\frac{(1 - u_n)}{2} < s < 1 - u_n \quad (1.33)$$

Ainsi, dans le modèle de Jones-Oh, la monnaie émerge du fait des seules forces de marché. Ce résultat est basé sur la nécessité pour l'agent de minimiser les coûts de recherche du co-contractant. Utiliser un bien comme monnaie permet donc d'économiser du temps. Enfin, les effets s'autorenforcent, au fur et à mesure qu'il se diffuse dans l'économie.

1.4.2 Le modèle de Kiyotaki et Wright (1991)

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés au concept de monnaie, au besoin de monnaie dans l'échange, et plus particulièrement à la monnaie marchandise, en délaissant l'analyse de la monnaie fiduciaire. En effet, dans les modèles informationnels de Brunner et Meltzer (1971) et dans le modèle de Thornton (2000), la monnaie fiduciaire n'est que le prolongement de la monnaie marchandise, et n'est pas modélisée comme telle. Elle est une forme plus efficiente de monnaie, ne nécessitant que très peu de coûts pour être produite. Analyser la monnaie fiduciaire, et sa valeur positive, nécessite cependant une analyse spécifique, puisque cette dernière est, par définition, sans valeur intrinsèque, et n'est adossée à rien (Wallace (1980)). Par rapport à la monnaie marchandise une plus grande importance doit être donnée à la notion d'acceptabilité, et aux mécanismes d'anticipation y conduisant. En effet, dans l'analyse en terme de monnaie marchandise, la monnaie est détenue car elle permet de surmonter un certain nombre de coûts de transactions. Un bien, déjà existant, avec une valeur intrinsèque, émerge et devient un moyen de paiement généralement accepté. L'existence de coûts de transaction est une condition nécessaire et suffisante pour que l'économie de troc décentralisée bascule dans une économie monétaire. Il est donc fait abstraction des qualités du bien, ce dernier possédant, relativement aux autres, des meilleures qualités en terme d'informations, de coûts de transaction etc.

En ce qui concerne la monnaie fiduciaire, les coûts de transactions sont une condition nécessaire à son usage mais pas suffisante pour sa valorisation. En effet, il ne suffit plus que la monnaie permette de surmonter des frictions, mais il faut aussi que cette dernière soit acceptée, ce qui nécessite l'étude du jeu des anticipations, la monnaie n'étant acceptée que si les agents anticipent

qu'elle le sera³.

Pour analyser la monnaie fiduciaire, nous utilisons les modèles de prospection. D'autres modèles en théorie monétaire peuvent aussi être utilisés pour étudier la monnaie fiduciaire, notamment les modèles à générations imbriquées (voir par exemple Wallace (1980) ou Bullard (1992)), ou encore le modèle "turnpike" de Townsend (1980). Ces modèles, à l'inverse des modèles de prospection, sont basés sur la fonction de réserve de pouvoir d'achat de la monnaie. Townsend (1980) incrémente cette idée en rajoutant au concept de temps un concept d'éloignement dans l'espace des agents. Schématiquement, dans les modèles à générations imbriquées, les individus vivent deux périodes (par exemple jeune/vieux), ils travaillent quand ils sont jeunes, et possèdent donc un revenu. Ils ne travaillent plus quand ils sont vieux. L'individu maximise une fonction d'utilité intertemporelle, les préférences sont convexes, l'agent souhaite donc consommer sur les deux périodes. A l'instant t la société se compose de deux types d'individus, les jeunes et les vieux. Seuls les jeunes produisant, les vieux cherchent à échanger avec les individus de l'autre type. Ces derniers acceptent la monnaie s'ils anticipent que lorsque eux-mêmes seront vieux, ils pourront échanger avec les jeunes, et ainsi de suite. Dans ces modèles, les frictions de l'échange ne sont pas modélisées, ce qui ne permet pas de prendre en compte la spécificité monétaire, qui est d'abord un moyen d'échange (Ostroy et Starr (1990)). La monnaie peut être n'importe quel actif ne se dépréciant pas d'une période à l'autre. Comme corollaire, ces modèles expliquent difficilement de façon endogène, pourquoi la monnaie est dominée en terme de rendement par d'autres actifs. Pour ces raisons, nous ne nous intéressons qu'aux modèles de prospection.

Ces modèles sont certainement les plus complets et les plus avancés en

³Voir aussi, Gale (1982, 1983), Goodhart (1989), Nagatani (1978), Wallace (1997, 1998).

théorie monétaire. En effet, ils ont pour ambition d'expliquer l'émergence d'un bien comme monnaie (Kiyotaki et Wright (1989)), de s'intéresser au problème de la valeur positive de la monnaie fiduciaire (Kiyotaki et Wright (1991, 1992, 1993), Trejos et Wright (1993, 1995)), ainsi que de proposer un cadre général d'étude des phénomènes monétaires. À cet titre, ils ont déjà servi de base à de nombreux travaux dont la substitution de monnaie (Matsuyama *et al.* (1993)), la relation entre spécialisation et échange monétaire (Siandra (1990), Kiyotaki et Wright (1993)), ou encore le lien entre la monnaie et le bien être (Li (1991)).

Dans les modèles de prospection, la monnaie fiduciaire n'est acceptée que si les agents anticipent que d'autres vont l'accepter dans l'échange. Il est rationnel pour un agent de le penser, car détenir la monnaie va permettre de surmonter le problème de double coïncidence. Comme tous les agents forment les mêmes anticipations, à l'équilibre, qui est ici un équilibre non coopératif (équilibre de Nash), les anticipations sont autoréalisatrices, et la monnaie est valorisée. Nous présentons le modèle de Kiyotaki et Wright (1991), en partant de l'économie de troc, puis en introduisant la monnaie fiduciaire, et en étudiant les équilibres dans lesquels cette dernière est valorisée. On trouvera dans Kiyotaki et Wright (1992) et Kiyotaki et Wright (1993) une version simplifiée de ce modèle.

Soit une économie avec un continuum de biens et d'agents. Les biens sont différenciés et les agents ont des préférences variées, en particulier, un agent i à une utilité maximale s'il consomme le bien i . S'il consomme un bien distant de z de i , il retire une utilité $u(z)$, avec $u'(z) < 0$. Les biens sont techniquement indivisibles, et sont acquis dans le secteur de la production. Dans ce secteur, les opportunités de production arrivent à un taux α , distribué selon une loi de Poisson. Lorsque l'agent produit, il reçoit aléatoirement un bien

et supporte un coût en terme de désutilité c , tiré aléatoirement d'une distribution cumulée $F(c)$. Une fois la production effectuée l'agent se présente dans le secteur de l'échange car, par hypothèse il ne peut consommer le bien produit, et est forcé d'échanger. Dans le secteur de l'échange, les agents se rencontrent par paires, et le taux d'arrivée d'un nouvel arrivant est β . β est donc, pour un échangiste, le taux avec lequel il rencontre de nouveaux échangistes. Ce taux est fixe avec $B = B(N_1) = \beta$, avec N_1 le nombre de personnes dans le secteur de l'échange. L'échange entre deux contractants a lieu si et seulement si il y a double coïncidence des besoins. Lorsque l'échange a lieu, chaque contractant paye un coût en terme de désutilité ε , consomme le bien ce qui lui procure une utilité $u_\varepsilon(z) = u(z) - \varepsilon$. L'agent retourne alors dans le secteur de la production quand il le désire, produit, bascule dans le secteur de l'échange et ainsi de suite.

L'agent choisit alors sa stratégie afin de déterminer quand produire, échanger et consommer, afin de maximiser l'utilité attendue nette des coûts de production (c) et d'échange (ε). Ceci, étant donné la stratégie d'échange anticipée des autres agents. Kiyotaki et Wright (1991, 1992 1993) ne s'intéressent qu'à des équilibres dans lesquels les stratégies des agents sont fixes, et symétriques, c'est-à-dire, tout les agents ont les mêmes probabilités sur l'échange. Soit $\theta(i) = \theta_1$ la probabilité subjective d'un agent i que son bien soit accepté dans l'échange. Cette probabilité est indépendante du bien échangé, ce qui, ajouté au fait qu'un coût de transaction est payé lors de l'échange, a pour conséquence directe qu'aucun bien n'émerge de façon spontanée comme monnaie. Comme il n'est pas plus facile d'échanger un bien j qu'un bien i , personne ne veut détenir j comme intermédiaire des échanges et payer ε . Seuls des échanges directs peuvent donc avoir lieu. Les modèles de prospection mettent donc en avant les problèmes de double coïncidence.

A partir de l'environnement décrit ci dessus, le problème de l'individu peut être représenté par un programme dynamique, et plus particulièrement par les équations de Bellman (1.34) et (1.35).

$$V_0 = \int_0^\infty \alpha e^{-(r+\alpha)t} \int_0^\infty \max(V_0, V_1 - c) dF(c) dt \quad (1.34)$$

$$V_1 = \int_0^\infty B\theta_1 e^{-(r+B\theta_1)t} \int_0^1 \max(V_1, u_\varepsilon(z) + V_0) dz dt \quad (1.35)$$

avec :

- V_0 : la valeur optimale lorsque l'agent est dans le secteur de production,
- V_1 : la valeur optimale lorsque l'agent est dans le secteur d'échange,
- r : le taux de préférence pour le présent.

Dans le secteur de production (équation (1.34)), les opportunités arrivent avec un taux α . Le premier terme représente donc le temps qu'il faut attendre entre deux opportunités. Lorsqu'une opportunité se présente, l'agent a le choix entre la refuser, et continuer dans le secteur de production, ce qui lui donne V_0 , ou accepter le projet et basculer dans l'économie de troc, ce qui lui donne $V_1 - c$. Dans le secteur de l'échange (équation (1.35)), le premier terme représente la probabilité qu'un agent rencontre un autre agent, et que celui ci accepte le bien proposé. L'agent a alors le choix entre rejeter l'offre, et continuer avec V_1 , ou échanger, consommer et retourner dans le secteur de la production, ce qui lui donne $u_\varepsilon(z) + V_0$. Le problème de maximisation donné par les équations de Bellman est résolu en adoptant une stratégie dite de réservation :

- accepter un projet de production si $V_1 > V_0 + c$, ou, ce qui est équivalent si $c < k$, avec $k = V_1 - V_0$,
- accepter un échange si $u_\varepsilon(z) + V_0 > V_1$ ou ce qui est équivalent si $z < x$, avec $u_\varepsilon(x) = V_1 - V_0$.

En partant des stratégies de réservation, les équations de Bellman se simplifient, et deviennent respectivement (1.36) et (1.37).

$$rV_0 = \alpha s_0(k) \quad (1.36)$$

$$rV_1 = B\theta s_1(x) \quad (1.37)$$

avec :

$$s_0(k) = \int_0^k (k - c) dF(c),$$

$$s_1(x) = \int_0^x (u(z) - u(x)) dz.$$

La probabilité pour un agent de rencontrer un échangiste qui accepte son bien est donc $p(z < x) = x$. Comme tous les agents ont la même stratégie, il est rationnel pour les individus de croire que $\theta(i) = \theta_1 = x$. x n'est pas autre chose que le nombre de personnes ayant en dotation le bien i . Kiyotaki et Wright (1991) ont montré qu'il existait un ensemble de valeurs $(k, x, V_0, V_1, N_0, N_1)$, avec N_0 le nombre de personnes dans le secteur de la production satisfaisant $\theta = x$ et les équations de Bellman, il existe donc un équilibre non monétaire. Dans cette économie, les agents dans le secteur de production cherchent des projets, et les acceptent s'ils coûtent moins que k . Une fois le bien produit, ils se présentent dans le secteur de l'échange, et échangent si $z < x$. Cependant, du fait que les préférences des agents sont variées, l'échange est difficile. En effet, la probabilité que l'on ait un échange est la probabilité que l'on ait $z < x$ pour les deux contractants, soit x^2 . Ceci ouvre la voie à un moyen d'échange, introduit dans l'économie.

La difficulté liée à l'échange constitue donc une condition nécessaire pour qu'un moyen d'échange soit détenu en tant qu'intermédiaire des échanges. Ce n'est toutefois qu'une condition nécessaire et non suffisante car le moyen de paiement introduit dans l'économie est de la monnaie fiduciaire, qui est par définition sans valeur intrinsèque. Pour que cette dernière acquière une valeur

dans l'échange, il faut qu'elle soit acceptée, ce qui repose sur un mécanisme d'anticipation.

Pour étudier le mécanisme de valorisation d'un actif sans valeur intrinsèque dans l'équilibre, supposons qu'une fraction des agents soit dotée de monnaie fiduciaire. Soit N_0, N_1, N_m le nombre d'agents, respectivement dans le secteur de la production, dans le secteur de l'échange et détenant un bien, dans le secteur de l'échange et détenant de la monnaie. Soit θ_1 la probabilité subjective qu'un agent rencontré aléatoirement dans le secteur de l'échange, qui détient un bien, accepte un bien donné. Soit θ_2 la probabilité subjective qu'un agent rencontré aléatoirement dans le secteur de l'échange, qui détient de la monnaie accepte un bien donné. Soit θ_3 la probabilité subjective qu'un agent rencontré dans le secteur de l'échange accepte la monnaie. Soit enfin $m = N_m/(N_m + N_1)$, la proportion de personnes dans le secteur de l'échange détenant de la monnaie, ou la probabilité de rencontrer un échangiste avec de la monnaie. Les équations de Bellman correspondant à la stratégie de l'agent sont données par (1.38), (1.39) et (1.40).

$$rV_0 = \alpha s_0(k) \quad (1.38)$$

$$rV_1 = B(1 - m)\theta_1 s_1(x) + Bm\theta_2 \max_{\pi}(\pi(V_m - V_1)) \quad (1.39)$$

$$rV_m = \max(B(1 - m)\theta_3 s_1(y), rV_0) \quad (1.40)$$

L'équation (1.38) est similaire à l'équation (1.34), et donne le retour attendu pour un producteur. L'équation (1.39) donne le retour pour un échangiste dans le secteur de l'échange détenant un bien. Elle est composée de deux termes. Le premier terme est le gain espéré associé à la rencontre d'un échangiste détenant un bien. Le second terme est le gain espéré associé à la rencontre d'un échangiste détenant de la monnaie. Le terme π , avec $0 \leq \pi \leq 1$ est la réponse de l'agent, c'est-à-dire la volonté d'accepter ou pas de la monnaie.

Enfin, l'équation (1.40) donne le retour associé à la détention de monnaie. Si l'agent anticipe que la monnaie sera acceptée, il croit en la monnaie, il fixe comme probabilité subjective $\theta_3 > 0$, ce qui peut conduire à $V_m > V_1$, dans ce cas sa meilleure réponse est de fixer $\pi = 1$, c'est-à-dire il accepte lui même la monnaie dès qu'il rencontre un agent détenant de la monnaie. Détenir de la monnaie donne une plus grande utilité que la détention d'un bien. Tous les individus ayant la même stratégie, avec $\theta_1 = x$, $\theta_2 = y$ et $\theta_3 = \pi$, les anticipations sont autoréalisatrices, et la monnaie devient donc généralement acceptée.

Nous avons donc un schéma dans lequel les agents acceptent la monnaie car $V_m > V_1$ (il y a un gain à accepter la monnaie), la raison pour laquelle ils acceptent la monnaie est qu'ils anticipent que la monnaie sera acceptée en fixant de façon subjective $\theta_3 > 0$. Comme tous ont la même stratégie, il est rationnel de fixer $\theta_3 = \pi$, c'est-à-dire d'égaliser la probabilité que la monnaie soit acceptée et la réponse des agents. La monnaie se supporte elle même. Pour que la monnaie soit utilisée, il n'est donc pas suffisant que la monnaie permette de surmonter des frictions, il faut que les agents croient en elle. Bien sûr, il est rationnel d'anticiper que la monnaie sera acceptée, car cette dernière permet de surmonter les problèmes dus à la double coïncidence. En effet, la probabilité qu'un agent détenant un bien rencontre un échangiste avec un bien voulant échanger est $\theta_1 = x < 1$, alors que la probabilité de rencontrer un échangiste détenant de la monnaie voulant échanger est $\theta_3 = \pi = 1$. La probabilité que les agents échangent deux biens est $\theta_1\theta_1 = x^2$, alors que la probabilité que deux échangistes, un avec un bien, et l'autre avec de la monnaie échangent est $\theta_2\theta_3 = y$.

Kiyotaki et Wright (1991) montrent qu'il existe un équilibre monétaire non dégénéré (la production n'est pas nulle) avec $x^2 < y < x$, détenir de la

monnaie permet de se rapprocher de son bien idéal, et donc de surmonter le problème de double coïncidence.

Selon les valeurs de θ_3 , trois situations d'équilibre apparaissent. Si $\theta_3 = 0$, $V_m < V_1$, il n'y a aucun avantage à détenir la monnaie, et l'économie reste dans une économie de troc. Si $\theta_3 = \pi = 1$ et $V_m > V_1$, la monnaie est acceptée et l'économie est monétisée. Enfin, si $\theta_3 > 0$ et $V_m = V_1$, l'agent choisi aléatoirement une valeur de $0 < \pi < 1$, l'économie est partiellement monétisée. Kiyotaki et Wright (1991) ont de plus montré que l'équilibre dans lequel la monnaie était valorisée était un équilibre robuste dans le sens où la monnaie continue d'être acceptée même si : (1) un coût de transaction (η) est associé au paiement en monnaie. Un tel coût représentant par exemple la qualité de l'actif (dépréciation), (2) elle est dominée en terme de rendement par un actif sans risque rapportant (ϖ). Bien sûr, lorsque η et ϖ sont trop importants, la monnaie est rejetée. Dans ce cas l'avantage de détenir de la monnaie par rapport à une économie de troc est inexistant, et la meilleure stratégie consiste à fixer $\pi = 0$.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à des modèles de théorie monétaire afin de définir le concept de monnaie, étudier ce qui fait sa spécificité, ainsi que le processus qui conduit à l'émergence d'un bien ou d'un actif, et à son utilisation comme monnaie. Nous avons aussi étudié de façon spécifique la monnaie fiduciaire, et le processus d'acceptabilité conduisant à une valeur positive de la monnaie à l'équilibre. Les résultats principaux sont :

- (1) Bien que la monnaie soit généralement définie comme étant simultanément instrument d'échange, réserve de pouvoir d'achat et unité de

compte, il est apparu qu'elle était avant toute chose un moyen de paiement généralement accepté. C'est dans cette fonction que réside la spécificité monétaire. La fonction de réserve de valeur est aussi importante, mais va plutôt conditionner le type de bien ou d'actif servant comme monnaie, pas le besoin de monnaie. En effet, ce dernier naît du fait, qu'en économie de troc décentralisée, et en information imparfaite, l'échange est particulièrement coûteux (coûts de recherche du co-contractant, évaluation de la qualité, double coïncidence etc). Détenir un intermédiaire des échanges permet de réduire, voir de supprimer ce coût, et autorise ainsi les agents à atteindre des niveaux d'utilité plus élevés.

- (2) Dans aucun des modèles étudiés, il n'a été nécessaire de recourir à des contraintes extérieures ou légales pour expliquer l'émergence et la détention d'un bien ou d'un actif comme monnaie. La monnaie émerge de façon purement endogène, et l'utilisation de la monnaie repose sur un mécanisme d'optimisation au niveau individuel. Détenir un bien ou un actif comme intermédiaire des échanges, est le signe du dépassement d'une contrainte environnementale, et est un substitut à un investissement en information ou en temps. La monnaie permet donc d'économiser des ressources mesurées en unités de consommation perdues à réaliser l'échange, ou du temps nécessaire à la recherche d'un co-contractant respectant la règle de double coïncidence. La monnaie naît de comportements microéconomiques non coopératifs.

Dans ce chapitre, nous avons montré les raisons pour lesquelles la monnaie avait une valeur positive à l'équilibre. En univers décentralisé, avec des coûts de transaction, la monnaie a une utilité indirecte, même si elle n'a pas d'utilité intrinsèque. Ceci justifie l'intégration de la monnaie dans la fonction d'utilité

(modèle de prospection). Un autre argument, similaire, mais plus général peut être utilisé. En effet, dans ce chapitre, nous avons montré que la monnaie était valorisée à l'équilibre (Ralf (1993)). Or, du moment que la monnaie a une valeur positive à l'équilibre, il peut être montré qu'elle entre directement dans la fonction d'utilité (Arrow et Hahn (1971), Feenstra (1986), Poterba et Rotemberg (1987) et Croushore (1993)). L'inverse est aussi vrai, dans le sens où, si un modèle contenant un motif de détention de monnaie ne peut pas générer une utilité pour la monnaie, alors la monnaie ne peut être valorisée à l'équilibre. Barnett, Liu et Jensen (1997) notent :

"Either the model fails to produce a positive-equilibrium quantity of money, and money is driven out of existence in equilibrium as a result of its rate dominance, or the asset being modeled as 'money' is in fact not money and need not exist in equilibrium".

Ce chapitre constitue aussi une justification théorique pour insérer la monnaie dans la fonction d'utilité.

Chapitre 2

Définition empirique de la monnaie : le critère de faible séparabilité

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons cherché à définir de façon théorique, le concept de monnaie. Dans ce chapitre, nous recherchons les actifs qui correspondent empiriquement à ce concept. Deux méthodes ont été généralement utilisées pour sélectionner des actifs entrant dans un agrégat large de monnaie. La première, consiste à regrouper des actifs ayant un certain nombre de caractéristiques communes. Parmi ces dernières, on notera la liquidité de l'actif, son caractère non risqué, et la facilité à l'échanger contre un actif accepté dans l'échange. Cette démarche correspond à une définition de la monnaie qui est instrument d'échange, unité de compte et réserve de valeur. La deuxième méthode est plus empirique, puisqu'elle se propose de tester la validité d'un agrégat en fonction de son lien avec des grandeurs

macroéconomiques, comme l'activité et l'inflation. Est alors sélectionné un groupe d'actifs satisfaisant à un critère empirique, généralement la corrélation ou la causalité. Ces deux approches, bien que largement utilisées par les banques centrales, sont très criticables.

Trois sortes d'argument peuvent être opposés. Premièrement, ces méthodes conduisent à surestimer le critère de liquidité dans la définition de la monnaie. Deuxièmement, la première approche repose sur la distinction entre les actifs monétaires et les actifs financiers. Or, avec l'accélération des innovations financières, cette frontière est devenue très mince, sinon inexistante. Enfin, et c'est l'argument le plus fort, il n'existe aucun lien théorique entre ces méthodes et la théorie de l'agrégation.

Dans l'approche microéconomique de la monnaie, cette dernière est détournée car elle véhicule un certain nombre de services, le plus important étant bien sûr celui de transaction. Dans cette approche, la valorisation de la monnaie est purement endogène et les actifs monétaires entrent donc dans la fonction d'utilité, étant assimilés à des biens durables. A partir de ces trois constats, définir la monnaie de façon empirique, c'est-à-dire trouver les actifs qui correspondent empiriquement au concept de la monnaie, revient à se poser la question suivante : quels sont les actifs valorisés dans leur rôle de monnaie par les agents microéconomiques ? Répondre à cette question nous amène à étudier la structure des préférences d'un agent représentatif, et plus particulièrement le processus d'allocation du budget.

Si les préférences d'un agent représentatif, sont faiblement séparables, ce dernier alloue son budget en deux étapes. Dans la première étape il l'alloue entre de grosses catégories de dépenses, comme les biens durables, les services ou encore la monnaie. Dans la deuxième étape, sous contrainte des sous budgets affectés, il maximise des sous fonctions d'utilité, faiblement séparables.

Ainsi, dans le cas de la sous utilité monétaire, tous les actifs apparaissant comme la solution du programme de maximisation sont perçus comme assez homogènes pour rendre, à des degrés divers le même service. En d'autres termes, seront définis comme de la monnaie tous les actifs rationalisés par la sous fonction d'utilité monétaire. Par exemple, si un groupe d'actifs comprenant des actifs comme les pièces et les billets, et d'autres moins liquides sont rationalisés par la sous fonction d'utilité monétaire, alors ces actifs seront définis comme de la monnaie.

Le critère de faible séparabilité présente plusieurs avantages. Le premier est évidemment son lien clair avec la théorie microéconomique de l'agrégation. Deuxièmement, c'est la structure des préférences qui va servir de vecteur entre une forme théorique de la monnaie et une forme empirique. Cela permet de laisser les caractéristiques des actifs implicites, et est cohérent avec une valorisation purement endogène de la monnaie, ce que nous avons montré dans le chapitre précédent. En d'autres termes, comme le note Swofford (1995) " *the weak separability criterion is a way to identify money as whatever people view as money*".

Empiriquement, deux familles de tests ont été utilisées pour tester la faible séparabilité de groupes d'actifs et donc définir la monnaie. Les tests paramétriques, appliqués en particulier par Serletis (1987a), reposent sur l'estimation de formes flexibles capables, de par leur propriété de flexibilité, de fournir une bonne approximation des préférences des agents. Des restrictions sont alors testées, correspondant au processus d'allocation en deux étapes. Il a cependant été noté par Barnett et Choi (1989), que cette famille de tests était très peu puissante. La raison principale étant que les formes perdent leur propriété de flexibilité quand des restrictions sont imposées. De plus, les tests paramétriques sont forcément des tests joints du choix de la forme

flexible et de la séparabilité (Denny et Fuss (1977)). Lorsque cette dernière est rejetée, il n'est donc pas possible de savoir si l'hypothèse de séparabilité est rejetée, ou si la forme choisie n'est pas adéquate.

La seconde famille de tests est basée sur une approche non paramétrique. Cette approche tire son nom du fait qu'aucune forme flexible n'est requise. Ces tests ont été développés par Varian (1982, 1983) dans le cadre de la théorie des Préférences Révélées¹ de Samuelson (1947). Pour qu'un groupe d'actifs soit faiblement séparable il faut que (1) l'ensemble des biens de l'analyse soit rationalisé par une fonction d'utilité, (2) un groupe d'actifs soit aussi rationalisé par une fonction d'utilité (3) le reste des biens plus un indice d'utilité pour le groupe dont on veut tester la séparabilité soit rationalisé par une fonction d'utilité. Ce test est donc un test de maximisation en trois étapes. Il utilise l'Axiome Général des Préférences Révélées (AGPR ou GARP) pour tester la maximisation, les indices d'utilité (étape 3) étant calculés à partir des inégalités d'Afriat. La procédure entière a été programmée par Varian (1991) dans un logiciel appelé NONPAR. Nous utiliserons donc ce nom pour se référer à la procédure classique.

Cependant, pas plus que les tests paramétriques, la procédure NONPAR n'est satisfaisante. La raison en est que, l'erreur de type 1, quand l'hypothèse nulle est la séparabilité, est assez importante. Deux raisons à cela, l'une théorique, et l'autre plus empirique. Premièrement, la maximisation est testée grâce à GARP, mais GARP est non stochastique. Une simple violation de l'axiome conduit au rejet de l'hypothèse testée, même si cette violation est induite par une cause stochastique, les données étant en fait consistantes avec le principe de maximisation. Deuxièmement, l'algorithme utilisé pour

¹Voir aussi Chiappori et Rochet (1987), Diewert et Parkan (1985), Houthakker (1950) et Houtman et Maks (1987).

calculer les indices d'utilité, renvoie généralement des valeurs qui mènent à des violations de GARP, même lorsque les données sont séparables.

Dans ce chapitre, nous développons un nouveau test non paramétrique. Par rapport à NONPAR, nous introduisons tout d'abord une procédure permettant de tester la significativité des violations de GARP, c'est-à-dire la significativité des écarts par rapport à un comportement de maximisation. Sous l'hypothèse nulle, les données sont mesurées avec des erreurs, et un programme quadratique est utilisé pour trouver les données compatibles avec le principe de maximisation. Comme, sous l'hypothèse nulle, les erreurs sont normalement distribuées, un test de normalité (Jarque-Bera) est utilisé pour tester leur significativité. Ensuite, en se basant sur la littérature des nombres indices, nous proposons un nouvel algorithme pour résoudre les inégalités d'Afriat. A partir de simulations de Monte Carlo, nous montrons la puissance de cette procédure.

Ce chapitre est organisé ainsi. La section deux fait une revue de la littérature existante. La section trois présente de façon théorique, le concept de faible séparabilité, ainsi que les tests non paramétriques associés. Dans la section quatre nous montrons les limites de la procédure NONPAR, et développons un nouveau test de séparabilité. La section cinq présente deux applications empiriques sur données françaises.

2.2 Procédure NONPAR et définition de la monnaie : une revue de la littérature

Les tests non paramétriques de séparabilité ont été développés par Varian (1982, 1983) dans le cadre de la théorie des Préférences Révélées de Samuelson (1947). Ils font suite aux travaux d'Afriat (1967, 1973). Ces tests

sont basés sur une procédure en trois étapes, chaque étape mettant en avant un test de maximisation reposant sur l'Axiome Général des Préférences Révélées (GARP). La première étape consiste à tester si les données dans leur ensemble sont rationalisées par une fonction d'utilité. Dans ce cas, la seconde étape teste l'existence d'une fonction de sous utilité pour un groupe de biens ou d'actifs. Enfin, si une telle fonction de sous utilité existe, la troisième étape cherche à estimer si cette sous utilité se comporte comme un bien élémentaire, c'est-à-dire si tous les effets de substitution sont internalisés. Lors de cette troisième étape sont calculés les indices d'utilité et de prix résolvant un système d'inégalités, appelées inégalités d'Afriat. Cette procédure est appelée procédure NONPAR, du nom du logiciel programmé par Varian.

C'est principalement en économie monétaire que ces tests ont été appliqués. L'utilisation des tests non paramétriques de séparabilité sur données macroéconomiques², a été suggéré tout d'abord par Swofford et Whitney (1987). A partir de l'étude des préférences d'un consommateur représentatif (Phlips (1974)), ils se proposent de définir la monnaie. L'idée de base est relativement simple, si la monnaie entre dans la fonction d'utilité, et si elle est valorisée de façon endogène, alors définir la monnaie revient à sélectionner les actifs qui sont valorisés dans leur rôle de monnaie par cet agent. Ceci est réalisé en étudiant, parmi un groupe d'actifs, ceux qui sont rationalisés par une fonction de sous utilité monétaire faiblement séparable. A partir d'une fonction d'utilité dans laquelle entre des biens de consommation, des biens monétaires et le loisir, sur données annuelles américaines de 1970 à 1982, ils montrent que seuls les actifs liquides satisfont le critère de faible séparabilité. En particulier, l'introduction d'actifs de type voisin des OPCVM dans l'ana-

²Pour des applications des tests non paramétriques de maximisation sur données micro économiques, voir Famulari (1995) ou Diaye (1997).

lyse, conduit à des violations de GARP et donc au rejet de l'hypothèse de faible séparabilité. Swofford (1995) confirme ces résultats, et teste sur longue période si les actifs compris dans M2 sont de la monnaie, comme l'avaient suggérés Friedman et Schwartz (1970). Il conclut sur la période étudiée que la monnaie est un ensemble d'actifs liquides.

Belongia et Chrystal (1991) utilisent également les tests non paramétriques afin de définir un agrégat pour la Grande-Bretagne. A partir de données mensuelles couvrant la période 1982-1998, ils montrent, au contraire de Swofford (1995), que la monnaie est constituée d'actifs entrant dans l'agrégat M4. Sur la base de ce groupe d'actifs, ils construisent un agrégat de type Divisia et estiment une fonction de demande de monnaie. Une analyse similaire est menée par Drake et Chrystal (1994). Ils montrent que les agrégats utilisés par la Banque d'Angleterre sont mal construits. Patterson (1991) remet en cause les tests non paramétriques utilisant des données à un niveau trop agrégé. Pour lui, ces derniers sont sensibles au niveau d'agrégation. Il se propose donc de relancer la procédure, mais en désagrégant les biens de consommation. En particulier, dix-huit catégories sont utilisées. Il montre que si une utilité rationalise les données de 1975 à 1986, aucune séparabilité au niveau des biens monétaires ne peut être trouvée, contredisant ainsi les travaux de Belongia et Chrystal (1991). La sensibilité des résultats au niveau d'agrégation a été critiquée par Drake (1994). En utilisant une base de données similaire à celle de Patterson (1991), il souligne que les tests ne paraissent pas sensibles au niveau d'agrégation, mais plutôt au choix de la variable utilisée pour calculer les données par tête. Les résultats finals obtenus sont assez différents de ceux de Patterson (1991), en particulier il existe une fonction d'utilité faiblement séparable, mais cette dernière n'incorpore pas les actifs inclus dans M4, contrairement aux résultats de Drake et Chrystal

(1994).

La procédure non paramétriques a aussi été utilisée pour tester l'existence d'un agrégat de monnaie au niveau de la zone Euro (Spencer (1997)). Ces tests confirment l'existence d'un agrégat pour l'ensemble des pays de la zone, ainsi que pour les grands pays pris séparément, comme la France ou l'Allemagne. Pour les petits pays, la procédure rejette l'existence d'un agrégat, suggérant l'importance des phénomènes de substitution de monnaie. A partir du groupe d'actif sélectionné pour la zone Euro, Spencer (1997) montre qu'une demande de monnaie existe, seulement si les actifs sont agrégés avec un indice Divisia³.

Les études citées ci dessus utilisent la procédure NONPAR de Varian pour tester la séparabilité. Cette procédure a été critiquée, car non stochastique, utilisant GARP, et basée sur la condition d' Afriat, qui est une condition suffisante mais non nécessaire.

Répondant au premier problème, Varian (1985) a le premier cherché à étendre les tests afin d'inclure des éléments stochastiques (erreurs de mesure)⁴. Il développe une procédure quadratique permettant de tester la significativité des violations de GARP. Cette procédure nécessite cependant la connaissance du second moment des erreurs de mesure. Or, dans les travaux empiriques, cette dernière est généralement inconnue. Cette approche a donc été très peu utilisée. Une autre approche a également été développée. Elle consiste, si des violations de GARP apparaissent, à tester pour les paniers concernés, leurs proximités en termes constants. On supposera que les agents ne peuvent discerner entre des paniers proches. Cette deuxième approche basée sur l'utilisation d'un indice d'inefficience, appelé indice d' Afriat, a été

³Voir aussi Choi et Sosin (1992).

⁴Voir aussi Epstein et Yatchew (1985).

mise en oeuvre par Chalfant et Alston (1988) et Fisher et Fleissig (1997). Ces derniers utilisent l'indice dans des tests de séparabilité, et cherchent à définir la masse monétaire pour les Etats-Unis de 1960 à 1993. Ils concluent que des groupes comme M2 sont typiquement séparables alors qu'un groupe comprenant des actifs voisins des OPCVM est rejeté. A partir des groupes séparables, ils estiment des systèmes de demande (système dynamique Fourier (Fisher et Fleissig (1994))).

Concernant la condition suffisante mais non nécessaire, Swofford et Whitney (1994), introduisent une nouvelle procédure. Elle permet également de prendre en compte un processus d'ajustement incomplet. Ils montrent que la monnaie est un ensemble d'actifs liquides. Leur procédure exigeant néanmoins le recours à des ordinateurs de calcul Cray-supercomputer et n'a, à ce titre, pas été utilisé.

Ainsi, force est de constater que cette littérature ne permet pas de tirer de conclusions claires. Une raison à cela : la faible puissance des tests non paramétriques (Barnett et Choi (1989)), basée sur les deux critiques de la procédure NONPAR.

A propos des résultats empiriques utilisant NONPAR, Belongia et Chrystal (1991) notent :

"These results, however, should be interpreted a bit cautiously because the nonparametric test apparently is biased toward rejection of weak separability"

2.3 Faible séparabilité et procédure NONPAR

La faible séparabilité des préférences est la condition clef de l'existence d'un agrégat de monnaie. Afin de conduire les tests de séparabilité deux

hypothèses sont nécessaires qui sont :

- (1) L'introduction de la monnaie dans la fonction d'utilité, que nous avons justifiée de façon théorique,
- (2) L'existence d'un agent représentatif.

En effet, dans ce chapitre, et dans le chapitre suivant, nous ne nous intéressons qu'à l'agrégation des actifs et non des personnes. Comme nous utilisons des données par tête, les tests de séparabilité sont forcément des tests joints de l'hypothèse de séparabilité et de l'existence d'un agent représentatif. Nous commençons par introduire le concept de faible séparabilité, ainsi que la procédure de test non paramétrique NONPAR.

2.3.1 Présentation théorique du concept de faible séparabilité

Une condition nécessaire et suffisante pour que le budget soit alloué en deux étapes, est que les préférences soient faiblement séparables. Ces dernières peuvent alors être représentées par une structure en arbre, comme le montre le schéma (2.1).

Soit m un vecteur de biens monétaires, x un vecteur de biens de consommation et de services et l le loisir. Il y a faible séparabilité de la monnaie si les préférences peuvent être représentées par une fonction d'utilité (2.1), et si cette dernière peut être réécrite comme (2.2).

$$U = U(m, x, l) \tag{2.1}$$

avec :

$U(.)$: une fonction concave.

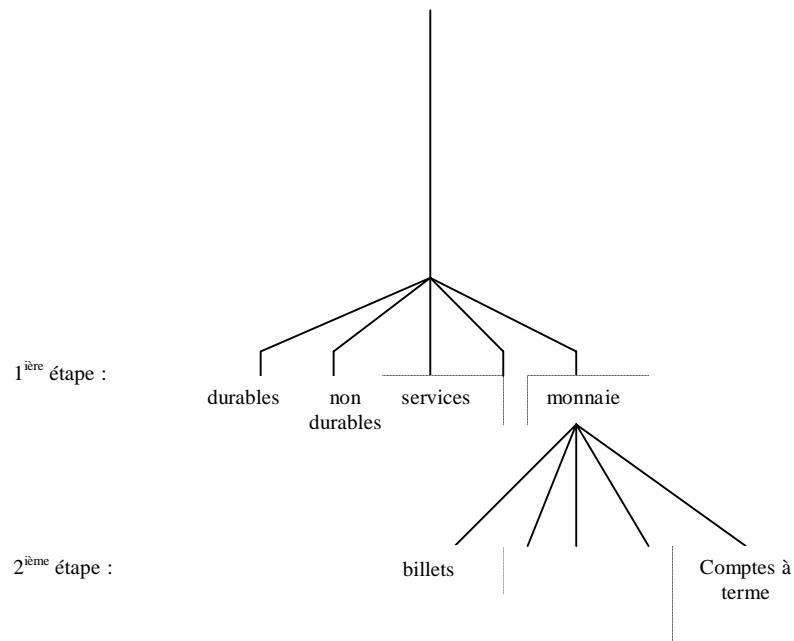


FIG. 2.1: Une allocation possible du budget en deux étapes.

$$U = U(m, x, l) = f(U_m(m), x, l) \quad (2.2)$$

avec :

$U(.)$: une fonction concave,

$f(.)$: une fonction (fonction macro) strictement croissante ayant les mêmes propriétés que $U(.)$,

$U_m(.)$: la sous fonction (fonction micro) d'utilité monétaire, concave, et la fonction agrégeante, si les préférences sont homogènes de degré 1.

La notion de faible séparabilité a été développée par Strotz (1957, 1959) et Gorman (1959) et étudiée par Deaton et Muellbauer (1980b). Elle implique que le taux marginal de substitution entre des actifs ou biens d'un groupe, soit indépendant d'actifs ou de biens en dehors du groupe.

Ceci a trois implications majeures. Premièrement, en ce qui concerne la monnaie, permettant de caractériser les structures des préférences des agents, elle va permettre le passage d'une forme théorique de monnaie à une forme empirique. En effet, étant donné que tous les actifs rationalisés par $U_m(\cdot)$ sont perçus comme assez homogènes pour rendre à des degrés variés le même service, définir la monnaie revient à chercher les actifs rationalisés par la sous fonction d'utilité monétaire. Deuxièmement, la faible séparabilité est la condition fondamentale d'existence d'un agrégat, puisque la faible séparabilité garantit que les effets de substitution sont internalisés. Enfin, lors de l'estimation d'un système de demande, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les relations inter groupes (c.f chapitre 5).

2.3.2 La procédure NONPAR

Nous introduisons dans cette sous section les tests standards de séparabilité (procédure NONPAR).

Il y a faible séparabilité d'un groupe d'actifs monétaires, si une fonction d'utilité (2.1) admet une écriture (2.2). En partant de cette définition, trois conditions doivent donc être remplies :

- (1) Premièrement, il doit exister une fonction $U(\cdot)$, rationalisant l'ensemble des données, (x, l, m) .
- (2) Deuxièmement, si la première condition est vérifiée, il doit exister une sous fonction d'utilité $U_m(\cdot)$ rationalisant un groupe d'actifs monétaires.
- (3) Enfin, si la première et la deuxième condition sont vérifiées, $U_m(\cdot)$ doit se comporter comme un bien élémentaire, ce qui correspond à l'existence de $f(\cdot)$. Dans cette étape, $U_m(\cdot)$ est remplacée par des indices d'utilité, qui peuvent être interprétés comme des indices de quantité.

Il est donc apparent que tester la séparabilité des préférences, revient à tester de façon séquentielle la maximisation de l'utilité. Une façon est d'employer l'axiome GARP. Nous détaillons maintenant ce point, puis à partir des tests de maximisation introduisons les tests de séparabilité.

Les tests non paramétriques de maximisation

La procédure de test de séparabilité revient donc à tester de façon séquentielle si un ensemble de paniers observés $x_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^k)'$, $i = 1, \dots, T$ avec des prix $p_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^k)'$, $i = 1, \dots, T$ se comportent comme s'ils avaient été générés par un comportement de maximisation de l'utilité. Soit les ensembles $X = \{x_i \in (\mathbb{R}^+)^k / i = 1, \dots, T\}$, $P = \{p_i \in (\mathbb{R}^+)^k / i = 1, \dots, T\}$ et $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{2k} / i = 1, \dots, T\}$, regroupant donc un nombre fini d'observations des couples (x_i, p_i) .

Définition 1 Une fonction d'utilité $U(\cdot)$ rationalise un ensemble de données D si $U(x_i) \geq U(x)$ pour tout x tel que $p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x$, $i \in \{1, \dots, T\}$.

La définition 1 découle de la propriété de non saturation locale, et de la concavité de la fonction d'utilité. Elle souligne qu'à prix constant p_i l'agent alloue la dépense la plus importante au panier qui est préféré aux autres, ceci impliquant une utilité supérieure pour ce bien, d'où $U(x_i) \geq U(x)$.

Afriat (1967, 1973), a le premier énoncé des conditions testables pour vérifier si un ensemble D se comportait comme s'il avait été généré par une fonction d'utilité $U(\cdot)$. C'est le théorème d'Afriat.

Théorème 2 (Afriat (1973)) Pour un ensemble D , les trois conditions suivantes sont équivalentes :

- (1) Il existe une fonction d'utilité localement non saturée qui rationalise les données,

(2) Il existe des indices strictement positifs (U_i, λ_i) qui vérifient les inégalités suivantes, dites inégalités d'Afriat $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$:

$$U_i \leq U_j + \lambda_j(p_j \cdot x_i - p_j \cdot x_j),$$

(3) Il existe une fonction d'utilité localement non saturée, continue, concave et monotone qui rationalise les données.

Le théorème d'Afriat est basé sur les conditions du premier ordre et les propriétés des fonctions concaves. Les conditions du premier ordre impliquent (2.3), et la concavité de $U(\cdot)$ (2.4).

$$DU(x_i) = \lambda_i p_i \tag{2.3}$$

$$U(x_i) \leq U(x_j) + DU(x_j)(x_i - x_j) \tag{2.4}$$

En remplaçant (2.3) dans (2.4), on obtient les inégalités d'Afriat. Les indices U_i et λ_i peuvent être interprétés respectivement comme des indices d'utilité et comme des utilités marginales du revenu. Les inégalités d'Afriat peuvent être interprétées de la façon suivante. Si les données sont rationalisées, par une fonction d'utilité, alors il est possible d'affecter à chaque consommation un indice d'utilité, et surtout de classer, en fonction de ces indices toutes les consommations. Il est donc synonyme de dire que les données satisfont les inégalités d'Afriat, et qu'il existe une chaîne de préférences cohérente reliant tous les paniers.

Les inégalités d'Afriat fournissent donc un test de maximisation de l'utilité. Il est cependant extrêmement complexe à mettre en oeuvre au fur et à mesure que le nombre d'observations augmente. Varian (1982, 1983) a développé une procédure alternative, basée sur la transitivité des choix⁵.

⁵Voir aussi Varian (1988, 1995).

Définition 3 (Varian (1982)) Une observation x_i est directement révélée préférée à x_j , si $p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x_j$, notée $x_i R^0 x_j$, $i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$.

Définition 4 (Varian (1982)) Une observation x_i est strictement directement révélée préférée à x_j , si $p_i \cdot x_i > p_i \cdot x_j$, notée $x_i P^0 x_j$, $i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$.

Définition 5 (Varian (1982)) Une observation x_i est révélée préférée à x_j s'il existe une chaîne de préférences entre x_i et x_j tel que $p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x_m, p_m \cdot x_m \geq p_m \cdot x_n, \dots, p_p \cdot x_p \geq p_p \cdot x_j$, soit $x_i R^0 x_m, x_m R^0 x_n, \dots, x_p R^0 x_j$, notée $x_i R x_j$. R étant la fermeture transitive de R^0 .

Les définitions 3 et 4 des relations binaires R^0 et P^0 sont basées sur la concavité de la fonction d'utilité. A prix constant, plus est préféré à moins, et le montant maximal de dépense est affecté au bien préféré aux autres. Ce bien est donc révélé préféré. La définition 5 est l'extension à un cadre transitif. Dans les inégalités d'Afriat, chaque paire de paniers est comparée, pour analyser s'il existe une consistance temporelle des choix. La logique de Varian (1982, 1983) est similaire, puisque les relations binaires R^0, P^0 et R vont servir à comparer par paires toutes les observations $(x_i, p_i) \in D$ et $(x_j, p_j) \in D, i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$.

Définition 6 (Varian (1982)) Les données satisfont l'Axiome Général des Préférences Revelées (AGPR ou GARP), si $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$ $x_i R x_j$ implique **pas** $x_j P^0 x_i$, ou $x_i R x_j \implies p_j \cdot x_j \leq p_j \cdot x_i$. Si x_i est révélé préféré à x_j , alors x_j ne peut pas être strictement directement révélé préféré à x_i .

A partir de l'axiome GARP, Varian (1982, 1983) étend le théorème d'Afriat :

Théorème 7 (Varian (1982)) Pour un ensemble D , les trois conditions suivantes sont équivalentes :

- (1) Il existe une fonction d'utilité localement non saturée qui rationalise les données,
- (2) Les données satisfont GARP,
- (3) Il existe des indices strictement positifs (U_i, λ_i) qui vérifient les inégalités suivantes, dites inégalités d'Afriat $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$:

$$U_i \leq U_j + \lambda_j(p_j \cdot x_i - p_j \cdot x_j),$$

- (4) Il existe une fonction d'utilité localement non saturée, continue, concave et monotone qui rationalise les données.

Ainsi, si les données satisfont GARP, elles se comportent comme si elles avaient été générées par un comportement de maximisation. Il existe une cohérence temporelle des choix des agents.

GARP peut être interprété de façon simple. Supposons que les choix des agents soient observés durant deux périodes, et que les agents composent leurs paniers de deux biens, les biens a et b . Durant la période 1 nous observons un panier, noté x_1 . Au prix p_1 , il est donc révélé préféré à tous les autres biens se trouvant en dessous de la droite budgétaire. Tous peuvent être achetés, mais ne sont pas choisis. Supposons que x_2 ait été dans l'espace de consommation possible, nous avons donc $p_1 \cdot x_1 \geq p_1 \cdot x_2$, $x_1 R^0 x_2$. En période 2, au prix p_2 , supposons maintenant que x_2 ait été choisi. x_2 est donc, au prix p_2 , révélé préféré à tous les biens se trouvant en dessous de la droite budgétaire. Deux cas se présentent. Si au prix p_2 le panier x_1 est toujours dans l'espace de consommation possible on a $p_2 \cdot x_1 \leq p_2 \cdot x_2$, or ceci est en contradiction avec GARP et avec le principe des préférences révélées, qui stipule que si x_1 a été choisi une fois, et s'il est toujours accessible à la deuxième période, alors il doit encore être choisi. Dans ce cas, il y a une violation du principe de maximisation, et l'hypothèse d'une fonction d'utilité rationalisant les données

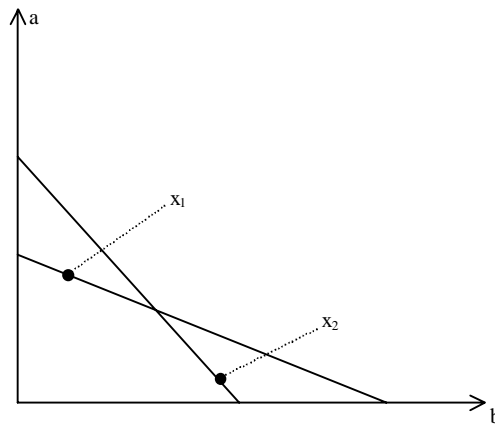


FIG. 2.2: Violation de GARP sans transitivité.

est rejetée (figure 2.2). Dans l'autre cas, nous avons $p_2 \cdot x_1 \geq p_2 \cdot x_2$, et le principe de maximisation est accepté.

Bien sûr, GARP s'applique aussi à des paniers liés par une relation transitive (figure 2.3). En période 1, le panier x_1 est choisi alors que x_2 est dans l'espace de consommation possible. x_1 est donc directement révélé préféré à x_2 . Par contre x_3 n'est pas dans l'espace de consommation possible. En période 2, x_2 est choisi alors que x_3 aurait pu l'être. x_2 est donc directement révélé préféré à x_3 . Par contre x_1 n'est plus dans l'espace de consommation possible : il n'y a pas violation du principe de maximisation. Comme x_1 est directement révélé préféré à x_2 , il est révélé préféré à tous les biens se trouvant dans l'espace de consommation de la période 2, dont x_3 . Or en période 3, x_3 est choisi alors que x_1 est toujours accessible : il y a violation du principe de maximisation, et nous avons : $x_1 R x_3$ et $x_3 P^0 x_1$.

Tests non paramétriques de séparabilité

A partir de GARP, Varian (1983), a développé un test non paramétrique de séparabilité.

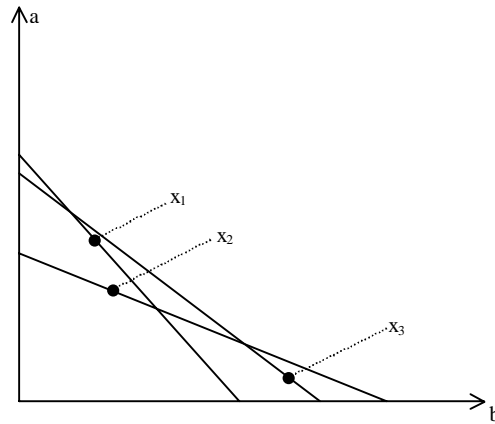


FIG. 2.3: Violation de GARP avec transitivité

Soit deux partitions de x_i , $x_{1,i}$ un vecteur colonne $l \times 1$ et $x_{2,i}$ un vecteur colonne $m \times 1$, tel que $l + m = k$ et que $x_{1,i}$ et $x_{2,i}$ n'aient pas d'éléments communs. Soit $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{2l} / i = 1, \dots, T\}$. Varian (1983) a montré que la séparabilité de D_1 pouvait être testée à partir du théorème suivant :

Théorème 8 (Varian (1983)) Les 3 conditions sont équivalentes :

- (1) Il existe une fonction d'utilité faiblement séparable, concave, monotone, continue, localement non saturée qui rationalise D_1 ,
- (2) Il existe des indices strictement positifs $U_i, V_i, \lambda_i, \mu_i, i = 1, \dots, T$ qui satisfont (2.5) $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$:

$$U_i \leq U_j + \lambda_j(p_{2,j} \cdot x_{2,i} - p_{2,j} \cdot x_{2,j}) + \frac{\lambda_j}{\mu_j}(V_i - V_j) \quad (2.5)$$

pour un choix d'indices V_i et μ_i satisfaisant les inégalités (2.6) $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$:

$$V_i \leq V_j + \mu_j(p_{1,j} \cdot x_{1,i} - p_{1,j} \cdot x_{1,j}), \quad (2.6)$$

(3) Les données $(x_{1,i}, p_{1,i})$ et $(x_{2,i}, V_i; p_{2,i}, \frac{1}{\mu_i}), i = 1, \dots, T$ satisfont GARP pour un choix d'indice (V_i, μ_i) satisfaisant les inégalités d'Afriat (??).

Ainsi, tester la séparabilité de D_1 revient, en appliquant la 3^{ième} condition du théorème 8, à appliquer la séquence suivante :

– Etape 1 : Tester GARP sur l'ensemble $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{2k} / i = 1, \dots, T\}$. Soit $nvio$, le nombre de violations de GARP, avec $0 \leq nvio \leq T(T-1)$:

$$\begin{cases} \text{si } nvio = 0 : \text{ passer à l'étape 2,} \\ \text{sinon, } nvio \neq 0 : \text{ rejeter la maximisation et la séparabilité} \end{cases}$$

– Etape 2 : Pour une partition $x_{1,i}$ de x_i , construire l'ensemble $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{2l} / i = 1, \dots, T\}$, et tester GARP sur cet ensemble.

Soit $nvio1$ le nombre de violations, avec $0 \leq nvio1 \leq T(T-1)$:

$$\begin{cases} \text{si } nvio1 = 0 : \text{ passer à l'étape 3,} \\ \text{sinon, } nvio1 \neq 0 : \text{ rejeter la maximisation et la séparabilité} \end{cases}$$

– Etape 3 : Construire les vecteurs $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$ satisfaisant les inégalités d'Afriat (2.6). Construire $D_2 = \{((x_{2,i}, V_i), (p_{2,i}, \frac{1}{\mu_i})) \in (\mathbb{R}^+)^{2(m+1)} / i = 1, \dots, T\}$ et tester GARP sur cet ensemble. Soit $nvio2$

le nombre de violations avec $0 \leq nvio2 \leq T(T-1)$:

$$\begin{cases} \text{si } nvio2 = 0 : \text{ accepter la séparabilité de } D_1, \\ \text{sinon, } nvio2 \neq 0 : \text{ rejeter la séparabilité} \end{cases}$$

Ainsi, si $nvio = nvio1 = nvio2 = 0$, l'ensemble D_1 est rationalisé par une fonction d'utilité faiblement séparable.

Cette séquence en trois étapes, est généralement appelée procédure NON-PAR, du nom du logiciel programmé par Varian. Empiriquement, ce dernier utilise deux algorithmes. L'algorithme de Warshall, qui permet de calculer la matrice des fermetures transitives, et donc de tester GARP, et un algorithme permettant de résoudre les inégalités d'Afriat. Ces deux algorithmes seront détaillés par la suite.

2.4 Deux extensions de la procédure NON-PAR

2.4.1 Critiques de la procédure

Bien que NONPAR et GARP soient largement utilisés dans la littérature, les conclusions des études utilisant ces procédures sont souvent très fragiles. La raison est que l'erreur de type I, quand l'hypothèse nulle est la séparabilité, est assez importante. Ainsi, quand la séparabilité pour un groupe d'actifs est rejetée, il est souvent impossible de déterminer si cela vient des données ou de la procédure elle-même. L'importance de l'erreur de type I a deux origines distinctes, une origine théorique et une autre empirique.

L'origine théorique est bien connue. Les tests de séparabilité reposent sur GARP, mais GARP est non stochastique. En effet, une simple violation de l'axiome, entraîne un rejet de l'hypothèse de maximisation et donc de séparabilité. Or, cette violation peut être causée par des erreurs de mesure, les données étant en fait compatibles avec la maximisation de l'utilité. Pour juger la significativité des violations, deux approches ont été développées.

La première, et la plus utilisée, a été proposée par Afriat (1973) et Varian (1990). Ils suggèrent de relâcher l'hypothèse de parfaite optimisation, l'agent étant incapable de distinguer entre des paniers proches en termes constants. Ils définissent ainsi un indice noté e ($e \in [0, 1]$), connu sous le nom d'indice d'inefficience d'Afriat. Ce dernier mesure la partie du revenu perdue, en comparaison d'un comportement d'optimisation. Ainsi, l'agent est autorisé à perdre une proportion $(1 - e)$ de son revenu. En partant de cet indice, ils redéfinissent une version plus faible de GARP, notée $\text{GARP}(e)$: $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\} x_i R(e) x_j \implies ep_j \cdot x_j \leq p_j \cdot x_i$, $R(e)$ étant la fermeture transitive de $R^0(e)$ soit $ep_i \cdot x_i \geq p_j \cdot x_j$. Typiquement, les don-

nées seront cohérentes avec le principe de maximisation, si, pour un indice d'inefficience de 5%, aucune violation n'apparaît (Famulari (1995)).

Néanmoins, l'utilisation de cette procédure pose deux problèmes majeurs. Premièrement, d'un point de vue statistique, il n'existe pas de règle de décision claire sur le choix de ϵ . Deuxièmement, exclure les paniers qui sont proches en termes constants, va limiter le nombre d'intersections des droites budgétaires. Or, l'intersection des droites budgétaires, est une condition nécessaire pour qu'une violation puisse apparaître. Se focaliser sur des paniers qui sont éloignés en terme constant, va donc limiter le nombre d'intersections, et donc la puissance GARP (Sippel (1999)). En d'autres termes utiliser l'indice d'inefficience conduit à ne s'intéresser qu'à des paniers qui vont vérifier GARP de façon triviale. Pour cette raison nous n'utiliserons pas cette approche.

La deuxième approche a été développée par Varian⁶ (1985). Partant de l'hypothèse que les données sont mesurées avec erreurs, il introduit un test du Chi2 pour juger la significativité des violations, non pas de GARP mais de WACM. WACM étant l'application du faible axiome des préférences révélées (WARP) à la maximisation du profit (minimisation du coût), c'est-à-dire $x_j R^0 x_i$ implique *pas* $x_i R^0 x_j$. La procédure est intéressante car elle introduit pour la première fois un test statistique avec un seuil de significativité pour les violations. Elle est cependant difficilement applicable, puisqu'elle requière la connaissance de l'écart type de l'erreur de mesure, ce qui est généralement inconnu. De plus, n'étant centré que sur WACM (ou WARP) elle ignore la transitivité. Ceci a deux conséquences. Premièrement, une augmentation du nombre de contraintes, rendant le test difficilement calculable pour des ensembles de données ayant un nombre d'observations important. Deuxièmement,

⁶Pour une approche similaire, voir aussi Yatchew et Epstein (1985)

mement, WARP (ou WACM) n'est qu'une condition nécessaire, mais pas suffisante pour que l'axiome GARP soit satisfait. Dans la suite de ce chapitre nous étendons la procédure de Varian (1985) en montrant comment le test peut être résolu dans un cadre transitif, et calculons une statistique qui ne requière pas la connaissance de la variance de l'erreur de mesure.

L'origine empirique repose sur l'algorithme utilisé pour résoudre les inégalités d'Afriat, en fait rarement capable de les résoudre. A partir de la matrice des préférences révélées, Varian (1983) développe une routine Fortran permettant de résoudre ces inégalités. Pour tester la faculté de cette procédure à résoudre les inégalités, nous avons reprogrammé la routine en langage IML (SaS), et procédé comme suit :

- (1) Etape 1 : 10 séries de prix p^j , $j = 1, \dots, 10$ ayant chacune 40 observations et 1 série de budget R étant définies comme des séries intégrées d'ordre 1 sont générées (pour adopter une représentation proche de la réalité). Chaque prix p^j , $j = 1, \dots, 10$ et chaque budget est calculé de façon récursive en se servant respectivement de (2.7), et (2.8)

$$p_i^j = \rho p_{i-1}^j + \varepsilon_{1i}^j \quad (2.7)$$

$$R_i = \rho R_{i-1} + \varepsilon_{2i}^j \quad (2.8)$$

avec :

$$p_1^j = 100, \quad R_1 = 1000, \quad \rho = 1, \\ \varepsilon_1^j \sim N(0, \sigma_1), \quad \varepsilon_2^j \sim N(0, \sigma_2), \quad p^j = \frac{p^j}{100}.$$

- (2) Etape 2 : pour les prix et le budget générés, nous résolvons $\forall i \in \{1, \dots, 40\}$ le programme de maximisation (2.9), les préférences étant représentées par une fonction Cobb-Douglas (2.10).

$$\max_{x_i^1, \dots, x_i^{10}} U(.), \text{ sous contrainte : } \sum_{j=1}^{10} p_i^j x_i^j = R_i \quad (2.9)$$

$$U(x_i^1, \dots, x_i^{10}) = \prod_{j=1}^{10} (x_i^j)^{\frac{1}{10}} \quad (2.10)$$

- Etape 3 : pour l'ensemble de données $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$ nous résolvons les inégalités d'Afriat en utilisant la routine. Nous vérifions si $\forall i \in \{1, \dots, 40\}, U_i > 0$ et $\lambda_i > 0$ et si $\forall i \in \{1, \dots, 40\}$ les inégalités d'Afriat sont satisfaites.

Nous répétons les étapes 1 à 3, 1000 fois, et ceci pour différentes valeurs de σ_1 et σ_2 . A chaque itération, nous notons si c'est un succès ou un échec. Le tableau (2.1) donne la probabilité P (et $(1 - P)$) que les inégalités soient vérifiées en utilisant la routine.

TAB. 2.1: Résultats des simulations. Probabilités P et $(1 - P)$.

$\sigma_1 = \sigma_2 =$	$P^*(\%)$	$(1 - P)(\%)$
0,05	73,0	27,0
0,10	56,2	43,8
0,20	15,3	84,7
0,30	4,0	96,0
0,40	0,9	99,1
0,50	0,2	99,8

* : Probabilité de vérifier les inégalités.

Il apparaît que l'algorithme n'est capable de renvoyer des valeurs cohérentes que si les variations de budget et de prix sont très peu importantes d'une période à l'autre. En effet, avec un écart type de 5%, dans 73 % des cas, l'algorithme renvoie des indices qui vérifient les inégalités. En revanche, au fur et à mesure que l'écart type augmente, la probabilité baisse de façon non linéaire, puisque pour un écart type de 30 %, la probabilité que l'algorithme renvoie de bonnes valeurs est ici seulement de 4%. Avec des écart types de 40 % et 50 %, la probabilité devient 0,009 et 0,002. Ainsi, dans la majorité

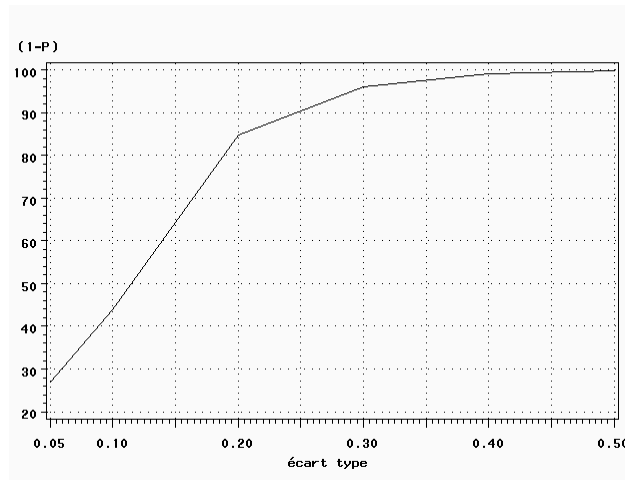


FIG. 2.4: Probabilité que l'algorithme renvoie des valeurs qui ne vérifient pas les inégalités d'Afriat.

des cas, l'algorithme va fournir des indices qui vont conduire au rejet de l'hypothèse de séparabilité. La figure (2.4) basée sur le tableau (2.1) montre les évolutions de $(1 - P)$. Cet algorithme explique en partie pourquoi Barnett et Choi (1989), à partir de données simulées et d'une fonction Cobb-Douglas ne purent trouver un cas vérifiant la faible séparabilité à partir de NONPAR.

Dans la suite de cette section, nous proposons deux extensions de NONPAR. La première introduit un test statistique pour juger la significativité des écarts par rapport à un comportement de maximisation, mis en avant par les violations de GARP. C'est-à-dire une procédure de test qui, a un seuil α , permet de définir si les violations de l'axiome sont dues à des erreurs de mesure, ou à un comportement aléatoire. La deuxième extension substitue à la routine Fortran un algorithme dont la logique repose sur la théorie des nombres indices.

2.4.2 Un test de normalité pour juger la significativité des violations

Dans cette sous section, nous développons un test statistique permettant de juger la significativité des violations de GARP. Si des violations de GARP apparaissent, à un seuil de probabilité fixé par l'utilisateur, il devient ainsi possible de déterminer si elles sont causées par un comportement aléatoire, ou par des influences purement stochastiques. Nous présentons tout d'abord la logique générale du test, et ensuite ce dernier en détail. Enfin, nous conduisons des simulations de Monte Carlo, pour estimer la puissance de la procédure.

Aperçu général du test

Dans les travaux de Varian (1982, 1983), deux hypothèses fortes sont faites : (1) les données sont observées sans erreurs de mesure, (2) les agents sont parfaitement rationnels dans le sens où ils ajustent les quantités aux prix. dans la période de temps. Sont en particulier exclus tous les comportements de "near-rationality", dans lesquels l'ajustement peut prendre plus d'une période. Ainsi, la règle de décision, dans Varian (1982, 1983) est :

H_0 : $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\} x_i R x_j$ implique pas $x_j P^0 x_i$, les données sont rationalisées par une fonction d'utilité.

H_a : il existe au moins un couple d'indices (i, j) $i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$ tel que $x_i R x_j$ et $x_j P^0 x_i$, les données, sur l'ensemble de la période ne sont pas rationalisées par une seule fonction d'utilité. Les violations sont soit causées par un comportement aléatoire, soit par une ou plusieurs ruptures dans la fonction d'utilité.

La règle de décision est donc assez contraignante, puisque la maximisation est rejetée si une seule violation apparaît. Il va en résulter, dans les applications empiriques, une erreur de type I assez importante, si en réalité une des deux hypothèses est violée, erreur de mesure et/ou ajustement incomplet.

Si GARP peut être facilement modifié pour prendre en compte des périodes d'ajustement, en lissant par exemple les prix (moyenne mobile) (Spencer (1997)), le fait de relâcher l'hypothèse d'absence d'erreur de mesure est beaucoup plus problématique.⁷

Le relâchement de l'hypothèse d'absence de mesure dans les données, amène à considérer que certaines violations de GARP peuvent avoir des causes purement stochastiques, les données étant en fait compatibles avec la maximisation de l'utilité. Sous cette hypothèse, lorsque des violations apparaissent, il est donc crucial de tester leur significativité. Varian (1985) suggère une telle procédure. Il suppose que sous l'hypothèse nulle, les données sont générées par un comportement de maximisation, mais que les quantités x_i^j sont observées avec une erreur (2.11) (erreur multiplicative⁸). Il suppose aussi que les prix sont parfaitement observés.

$$x_i^{*j} = x_i^j(1 + \varepsilon_i^j) \quad (2.11)$$

avec :

x_i^{*j} : la demande non observée du bien j , $j = 1, \dots, k$ à la période i ,

x_i^j : la demande observée du bien j , $j = 1, \dots, k$ à la période i ,

⁷Le terme d'erreurs de mesure sera ici employé pour désigner des perturbations stochastiques dans les données observées. En particulier, deux sens seront privilégiés, en premier les erreurs de mesure statistiques, et autres erreurs de saisie, en second le fait que nous n'observons pas les demandes théoriques. Dans ce dernier cas, l'agent maximise son utilité de façon théorique, mais ne parvient pas à satisfaire exactement ses demandes.

⁸Une erreur additive peut aussi être utilisée, mais, l'hypothèse d'une erreur multiplicative est plus réaliste.

ε_i^j : un terme i.i.d. normalement distribué de moyenne nulle et d'écart type σ .

A partir de (2.11), Varian (1985) propose de chercher la perturbation minimale dans les données, sous contrainte que celles ci soient compatibles avec le principe de maximisation, ou de minimisation du coût. Pour cela, il suggère de minimiser sous contrainte pour x_i^{*j} , U^* et λ^* le programme quadratique (2.12). Si le second moment des erreurs de mesure était connu avec certitude, une règle de décision pourrait être facilement construite. En effet, sous l'hypothèse de normalité des erreurs, la fonction objectif suit une loi du Chi² à Tk degrés de liberté. Ainsi, la règle de décision pourrait être à un seuil α , $H_0 : obj \leq \chi_{Tk}^2$, les données sont compatibles avec le principe de maximisation de l'utilité, les violations sont causées par une erreur de mesure ; $H_a : obj > \chi_{Tk}^2$ les données ne sont pas compatibles avec le principe de maximisation.

$$obj = \min \frac{\sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^k \left(\frac{x_i^{*j}}{x_i^j} - 1\right)^2}{\sigma^2} \quad (2.12)$$

sous contrainte :

Il existe des indices $U_i^* > 0, \lambda_i^* > 0$ satisfaisant $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$:

$$U_i^* \leq U_j^* + \lambda_j^* (p_j \cdot x_i^* - p_j \cdot x_j^*).$$

En pratique, cependant, l'écart type des erreurs de mesure est rarement observable, et donc (2.12) quasiment jamais calculable. Varian (1985) au lieu de postuler une valeur *a priori* pour σ^2 , propose de renverser la logique et de calculer une variance garantissant l'acceptation de H_0 au seuil de 5%. On jugera alors de la significativité des violations en analysant l'importance de σ^2 . Plus la variance est petite, plus on sera tenté d'accepter l'hypothèse nulle,

et inversement.

Il a été noté que le fait que la variance soit inconnue, et que la règle de décision ne repose pas sur une règle statistique stricte, rendaient cette approche sans valeur. De plus, le développement du test conduit à surestimer le nombre de contraintes, ce qui le rend difficilement applicable pour des ensembles de données importants. Enfin, la puissance de cette procédure est totalement inconnue.

Partant de ces critiques, nous étendons le test dans plusieurs directions. Le cadre théorique que nous adoptons est similaire à celui de Varian (1985). Sous l'hypothèse nulle les données sont générées par un comportement de maximisation, mais les quantités sont inobservables. Elles sont liées aux quantités observées par la relation (2.11). Etant donné que les erreurs de mesure sont inconnues, nous cherchons la perturbation minimale dans les données sous contrainte que ces dernières satisfont le principe de maximisation, ici GARP. C'est-à-dire, nous résolvons le programme quadratique (2.13) pour x_i^{*j} .

$$obj = \min \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^k \left(\frac{x_i^{*j}}{x_i^j} - 1 \right)^2 \quad (2.13)$$

sous contrainte :

$$x^{*i} R^0 x^{*j} \text{ implique pas } x^{*j} R^0 x^{*i}.$$

Dans un environnement transitif, seuls $m \in \{1, \dots, T\}$ paniers sont pris en compte. Soit S le vecteur formé par les $m \times k$ biens x_i^{*j} solutions de (2.13) tel que $x_i^{*j} \neq x_i^j$, et S_ε l'ensemble tel que pour chaque élément $x_i^{*j} \in S$ corresponde dans S_ε l'élément $\varepsilon_i^j = \left(\frac{x_i^{*j}}{x_i^j} - 1 \right)$. Soit SK sa skewness de S_ε et K sa kurtosis. Sous H_0 , les erreurs sont normalement distribuées. Un test de normalité du type Jarque-Bera (2.14) peut donc être construit.

$$\text{Jarque-Bera} = JB = \frac{mk}{6} (SK^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2) \quad (2.14)$$

Ainsi, la règle de décision pour tester si l'ensemble D est compatible avec le principe de maximisation devient, à un seuil α :

H_0 : $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\} x_i R x_j \implies p_j \cdot x_j \leq p_j \cdot x_i$, les données sont compatibles avec le principe de maximisation, ou il existe au moins un couple d'indices $(i, j), i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$ tel que $x_i R x_j$ et $x_j P^0 x_i$, mais $JB \leq \chi_2^2$, les violations sont non significatives et sont causées par des erreurs de mesure, l'hypothèse de maximisation est acceptée.

H_a : Il existe au moins un couple d'indices $(i, j), i \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, T\}$ tel que $x_i R x_j$ et $x_j P^0 x_i$, mais $JB > \chi_2^2$, les violations sont significatives et ne sont pas causées par des erreurs de mesure, l'hypothèse de maximisation est rejetée.

Cette procédure étend donc la règle de décision de Varian (1982, 1983) pour prendre en compte le fait que des violations de l'axiome peuvent être causées par des éléments stochastiques. La difficulté de cette procédure, réside dans le type de contrainte de (2.13) qui impose de résoudre le programme de façon itérative dans un environnement transitif. Nous expliquons maintenant en détail le mode de résolution de la procédure.

Présentation de la procédure

Pour expliquer le mode de résolution de la procédure (2.13), nous commençons par présenter comment GARP, dans un environnement non stochastique, est testé.

Pour pouvoir tester GARP, 3 matrices sont requises : les matrices p^0 , r^0 et r . La matrice p^0 est une matrice carrée de dimension $(T \times T)$, dont la valeur à la $i^{\text{ième}}$ ligne et $j^{\text{ième}}$ colonne, notée $p^0[ij]$ est définie comme suit :

$$\begin{cases} p^0[ij] = 1 \text{ si } p_i \cdot x_i > p_i \cdot x_j, \\ p^0[ij] = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

L'élément $p^0[ij]$ indique donc si l'observation $i \in \{1, \dots, T\}$ est strictement révélée préférée à l'observation $j \in \{1, \dots, T\}$ aux prix prévalant en i . De façon similaire, dans la matrice r^0 de dimension $(T \times T)$ chaque élément noté $r^0[ij]$ est défini comme suit :

$$\begin{cases} r^0[ij] = 1 \text{ si } p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x_j, \\ r^0[ij] = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

L'élément $r^0[ij]$ indique si l'observation $i \in \{1, \dots, T\}$ est révélée préférée à l'observation $j \in \{1, \dots, T\}$ aux prix prévalant en i . Enfin, à partir de la matrice r^0 est calculée la matrice $(T \times T)$ r , définie comme la fermeture transitive de r^0 , dont chaque élément est noté $r[ij]$. La matrice r contient toutes les relations transitives. Par exemple, supposons que nous observions la matrice r^0 suivante présentant les relations pour un ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ d'observations :

$$p^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice r^0 indique les relations $x_1 R^0 x_2, x_2 R^0 x_3, x_3 R^0 x_4$ et $x_4 R^0 x_5$. Ce qui donne par transitivité, $x_1 R x_3, x_1 R x_4$ et $x_1 R x_5$ pour x_1 ; $x_2 R x_4, x_2 R x_5$ pour x_2 et $x_3 R x_5$ pour x_3 . La matrice des fermetures transitives peut donc être écrite comme :

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Empiriquement, l'algorithme de Warshall est utilisé pour calculer R . Ce dernier, en langage IML (SaS) est donné par :

Algorithme 9 (Warshall (1962)) :

```

R=R0 ;
do k=1 to nrow(R);
do i=1 to nrow(R);
do j=1 to nrow(R);
if r[i,k]=0 | r[k,j]=0 then r[i,j]=r[i,j];
else r[i,j]=1;
end;
end;
end;
Avec : '|' 'ou'.

```

Tester GARP revient donc à vérifier si $\forall i \in \{1, \dots, 5\} \forall j \in \{1, \dots, 5\} x_i R x_j$ implique *pas* $x_j P^0 x_i$ c'est-à-dire, si $r[i,j] = 1$ implique *pas* $p^0[j,i] = 1$. Dans notre exemple, il n'y pas de violation, et il existe une relation unique : $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_5$. " \succ " signifiant une relation stricte ou équivalente puisque l'axiome autorise un même niveau d'utilité pour deux systèmes de prix différents. Nous appelons cette relation, une chaîne des préférences. Nous dirons qu'un panier x_i est à la $n^{i\text{ème}}$ place dans la chaîne de préférence si il est révélé préféré à $T - n$ paniers. Par exemple, si $n = 1$, alors x_i est en haut de la chaîne des préférences. Si $n = T$, alors x_i est la dernière place dans

la chaîne de préférences. Si GARP est vérifié pour un ensemble D , il est donc possible de classer tous les paniers dans une chaîne de préférences en utilisant soit la matrice des fermetures transitives (ordinal), soit en résolvant les inégalités d'Afriat (cardinal). Ainsi, résoudre (2.13), revient à reconstruire une chaîne de préférences entre les paniers. Nous expliquons en premier comment les violations de GARP affectent la chaîne de préférences.

Définition 10 Deux paniers x_i et x_j vérifient la relation binaire notée x_iVRx_j si la première ou la seconde condition est vérifiée : (1) x_iRx_j et $x_jP^0x_i$ ou $r[ij] = 1$ et $p^0[ji] = 1$ (2) il existe une "chaîne de violations" entre x_i et x_j tel que x_iRx_l et $x_lP^0x_i, x_lRx_k$ et $x_kP^0x_l, \dots, x_mRx_j$ et $x_jP^0x_m$.

Définition 11 Deux paniers x_i et x_j vérifient la relation binaire notée x_iSRx_j si $S(i) = S(j)$, $(i, j) \in \{1, \dots, T\}$, avec $S(i) = \left(\sum_{j=1}^T r[ij] \right) - 1$ renvoyant la somme m de tous les éléments de la $i^{\text{ième}}$ ligne de la matrice r . Avec $0 \leq m \leq T - 1$ indiquant à combien de paniers x_i est révélé préféré à (x_i étant exclu).

Proposition 12 Pour deux observations, x_i et x_j , satisfaire x_iVRx_j implique x_iSRx_j .

La proposition ci-dessus découle directement de l'algorithme de Warshall. Si x_i est directement révélé préféré à x_k , que ce dernier est directement révélé préféré à x_l, \dots , que ce dernier est directement révélé préféré à x_j , alors par l'algorithme de Warshall nous allons avoir : $x_iRx_k, x_iRx_l, \dots, x_iRx_j$ et $S(i) = m$. Si x_iVRx_j nous avons aussi $p_j \cdot x_j > p_j \cdot x_i$ impliquant x_jRx_i . Ainsi, x_j sera révélé préféré à x_i et à tous les paniers auxquels x_i étaient révélé préférés à, impliquant $S(j) = m$ et donc x_iSRx_j . En d'autres termes, la proposition ci-dessus implique que deux paniers x_i et x_j satisfaisant x_iSRx_j et donc x_iVRx_j sont candidats pour être à la même $T - m$ place dans la chaîne de préférences.

Soit $V \in D$, un ensemble regroupant toutes les observations uniques $(x_i, p_i), i \in \{1, \dots, T\}$ violant une, ou plusieurs fois GARP. Par exemple, si nous avons les quatres violations suivantes, x_1Rx_3 et $x_3P^0x_1$, x_2Rx_1 et $x_1P^0x_2$, x_2Rx_3 et $x_3P^0x_2$ et x_3Rx_2 et $x_2P^0x_3$ alors $V = \{(x_1, p_1), (x_2, p_2), (x_3, p_3)\}$.

Proposition 13 *Il existe B_l ensemble(s) $l = 1, \dots, n$ tel que $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = V$, $B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n = \emptyset$ et tel que tous les éléments de B_l vérifient x_iSRx_j . En d'autres termes, dans chaque ensemble, il existe une seule et unique relation x_iVRx_j dans laquelle entrent tous les paniers de façon directe ou indirecte.*

La proposition ci-dessus implique que tous les paniers violant une ou plusieurs fois GARP peuvent être classés dans au moins un groupe $B_l, l = 1, \dots, n$. A chaque groupe correspond une rupture particulière dans la chaîne de préférences. En d'autres termes tous les paniers d'un groupe sont candidats pour être à la même place dans la chaîne de préférences⁹. Plus précisément, supposons que GARP soit violé, et que nous classions tous les paniers violant GARP dans $B_l, l = 1, \dots, n$ groupe(s). Soit, N_l le nombre de paniers dans le groupe, il s'en suit que nous avons donc *a priori* n ruptures dans la chaîne de préférences, et donc $\prod_{l=1}^k N_l!$ chaînes possibles de préférences. Illustrons ceci avec un exemple.

Soit un ensemble D regroupant cinq paniers $x_i, i = 1, \dots, 5$ et les prix associés p_i . Soit les matrices p^0, r^0 et r , synthétisant les préférences, et données par :

⁹La réciproque est par contre fausse, ce n'est pas parce que les paniers sont à la même place dans la chaîne de préférences que GARP est violé.

$$p^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Quatre violations apparaissent, x_2 viole GARP avec x_3 ($r[23] = 1$ et $p^0[32] = 1$), x_3 avec x_2 , x_4 avec x_5 et x_5 avec x_4 . Nous avons donc l'ensemble $V = \{(x_2, p_2), (x_3, p_3), (x_4, p_4), (x_5, p_5)\}$. Comme $S(2) = 4$, $S(3) = 4$, $S(4) = 2$, $S(5) = 2$ et, ce qui est équivalent $x_2 VR x_3$ et $x_4 VR x_5$ l'ensemble V peut être décomposé en deux sous ensembles B_1 et B_2 tel que $B_1 \cup B_2 = V$ et $B_1 \cap B_2 = \emptyset$, avec $B_1 = \{(x_2, p_2), (x_3, p_3)\}$ et $B_2 = \{(x_4, p_4), (x_5, p_5)\}$. L'ensemble B_1 contient des paniers qui sont tous candidats à être à la seconde place dans la chaîne de préférences, et l'ensemble B_2 contient des paniers qui sont potentiellement à la quatrième place de la chaîne. Cela donne donc *a priori* $\prod_{l=1}^2 N_l! = 2! * 2! = 4$ chaînes de préférences possibles. Ces dernières sont données par :

$$x_1 \succ \begin{cases} x_2 \succ x_3 \\ x^3 \succ x^2 \end{cases} \begin{cases} x_4 \succ x_5 : \text{chaîne 1} \\ x_5 \succ x_4 : \text{chaîne 2} \\ x_4 \succ x_5 : \text{chaîne 3} \\ x_5 \succ x_4 : \text{chaîne 4} \end{cases}$$

Il est donc apparent que pour résoudre le programme (2.13), il faut reconstruire une unique chaîne de préférences entre tous les paniers. Pour reconstruire une chaîne cohérente de préférences, nous proposons une procédure itérative que nous détaillons maintenant.

Une procédure itérative pour résoudre le programme d'optimisation

L'idée est, comme $B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_k = \emptyset$, de chercher dans chaque groupe, le panier qui va être révélé préféré aux autres tel que pour ce panier, la fonction objectif soit minimale. Cependant, si nous trouvons un panier unique par groupe, si nous remplaçons les paniers observés par les paniers théoriques et relançons GARP, rien n'assurerait que GARP soit vérifié. La raison est la suivante. Supposons que nous lancions GARP, que des violations apparaissent, et que tous les paniers violant GARP puissent être groupés dans un seul groupe B_1 . Dans B_1 tous les paniers sont candidats pour être à la même place dans la chaîne de préférences. Deux cas se présentent. Si $N_1 = 2$, et si nous cherchons lequel des deux paniers est révélé préféré à l'autre et remplaçons la panier observé par sa vraie valeur, alors GARP ne sera plus violé. Si $N_1 > 2$, la situation est différente puisque si nous trouvons le panier qui est révélé préféré aux autres, le remplaçons par sa valeur théorique et relançons GARP, rien n'assure que les autres paniers de B_1 ne vont pas violer GARP, étant maintenant candidats pour être à la même place, mais à une place inférieure, dans la chaîne de préférences. Pour cette raison, nous proposons une séquence de tests itérative. Nous commençons par expliquer, comment dans chaque groupe B_i , est sélectionné le panier qui sera révélé préféré aux autres, puis proposons une séquence itérative générale pour résoudre le test.

Calcul des paniers théoriques x_i^{*j} Nous expliquons ici, comment dans un groupe B_i nous calculons le panier qui va être révélé préféré aux autres paniers du groupe. Entre deux paniers d'un groupe B_i si $N_i > 2$ deux relations peuvent exister : une relation de préférence directe ou une relation de préférence indirecte. Si $N_i = 2$ une seule relation, qui est une relation

de préférence directe, existe. Comme cette deuxième relation n'est qu'un cas particulier de la première, nous n'exposons que la première. La vraie relation entre les paniers étant inconnue, nous procédons comme suit. Pour chaque couple $(x_i, p_i) \in B_l$ et $(x_j, p_j) \in B_l$ tel que $r[ij] = 1$ et $p^0[ji] = 1$ nous minimisons la fonction objectif (2.15) pour x_i^* sous deux types de contraintes. La première assure que x_i^* va être directement révélé préféré à x_j et que x_i^* ne violera pas GARP avec x_j , soit $p_i \cdot x_i^* = p_i \cdot x_i$ et $p_j \cdot x_j \leq p_j \cdot x_i^*$. Le deuxième type de contrainte assure que x_i^* sera révélé préféré (directement ou pas) aux autres paniers de l'ensemble B_l et aux paniers hors de l'ensemble auxquels il était révélé préféré à, et avec lesquels il ne violait pas GARP. Nous ajoutons donc pour chaque $(x_a, p_a) \in B_l : p_a \cdot x_a \leq p_a \cdot x_i^*$ et pour chaque (x_b, p_b) tel que $r[ib] = 1$, $p_b \cdot x_b \leq p_b \cdot x_i^*$.

La première inégalité du premier type de contrainte, soit $p_i \cdot x_i^* = p_i \cdot x_i$ remplace la contrainte plus classique du type $p_i \cdot x_i^* \geq p_i \cdot x_j$. Elle peut se ré écrire $p_i \cdot x_i^* = p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x_j$. Le fait de contraindre le budget en i à rester inchangé a deux avantages. Premièrement il assure par les inégalités $p_i \cdot x_i^* = p_i \cdot x_i \geq p_i \cdot x_j$ et $p_j \cdot x_j \leq p_j \cdot x_i^*$ que x_i^* ne violera plus GARP avec x_j . Deuxièmement, le budget restant inchangé, cela assure que (x_i^*, p_i) ne deviendra pas strictement révélé préféré à des biens, alors qu'il ne l'était pas au préalable. En d'autres termes, si nous remplaçons (x_i, p_i) par (x_i^*, p_i) dans l'ensemble de données, et re testions GARP, aucune nouvelle violation n'apparaîtrait avec des biens situés au dessus dans la chaîne des préférences. Cette condition assure donc la convergence de la séquence que nous présentons par la suite.

$$obj_i = \min \sum_{j=1}^k \left(\frac{x_i^{*j}}{x_i^j} - 1 \right)^2 \quad (2.15)$$

Après avoir calculé une fonction objectif obj_i pour chaque panier $(x_i, p_i) \in$

B_l , nous choisissons de sélectionner le panier (x_i^*, p_i) ayant la fonction objectif minimale. Ce panier est défini comme le panier révélé préféré (directement ou pas) à tous les autres de l'ensemble, et entre à une place donnée dans la chaîne de préférences.

Une procédure itérative La procédure ci dessus peut être appliquée séparément et indépendamment à tous les ensembles B_l , si et seulement si $N_l = 2, \forall l$. Dans le cas contraire, elle doit être appliquée de façon séquentielle. En effet, si nous appliquons la procédure pour un ensemble B_l dont tous les paniers sont candidats à être à la même place dans la chaîne de préférences, et si nous sélectionnons $(x_i^*, p_i) \in B_l$ ayant la fonction objectif minimale, alors (x_i^*, p_i) sera le panier qui sera à cette place précise dans la chaîne de préférences. Si nous remplaçons dans l'ensemble D , (x_i, p_i) par sa valeur théorique (x_i^*, p_i) , et relançons GARP, les autres paniers appartenant à B_l peuvent toujours violer GARP, et être maintenant candidats pour à la même place dans la chaîne de préférences, mais à une place inférieure. Ceci nous oblige à mener la procédure séquentiellement. La séquence suivante est proposée :

Etape 1 : Tester GARP sur l'ensemble D . Soit $nvio$ le nombre de violations de GARP avec $0 \leq nvio \leq T(T-1)$:

Si des violations apparaissent, alors passer à l'étape 2, sinon arrêter la procédure.

Etape 2 : Créer un ensemble V et $1 \leq n \leq T$ ensembles $B_l, l = 1, \dots, n$.

Etape 3 : De tous les ensembles $B_l, l = 1, \dots, n$. chercher celui qui contient les paniers étant tous candidats à être à la même plus haute place dans la chaîne de préférences, tel que $S(i)$ pour $x_i \in B_l$ soit strictement supérieur à $S(j)$ pour $x_j \in B_h, h \neq l$ et $h \in \{1, \dots, n\}, l \in \{1, \dots, n\}$.

Etape 4 : Dans cet ensemble, chercher le panier (x_i^*, p^i) en utilisant la procédure expliquée ci dessus, tel que sa fonction objectif soit minimale et remplacer (x_i, p^i) par (x_i^*, p^i) dans D . Retourner à l'étape 1.

Pour illustrer la procédure nous proposons deux exemples, dont un numérique.

Illustration de la procédure

Revenons à l'exemple précédant dans lequel nous avons les préférences données par :

$$p^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4 violations donnent l'ensemble $V = \{(x_2, p_2), (x_3, p_3), (x_4, p_4), (x_5, p_5)\}$, et les ensembles B_1 et B_2 , $B_1 = \{(x_2, p_2), (x_3, p_3)\}$ et $B_2 = \{(x_4, p_4), (x_5, p_5)\}$, donnant *a priori* $\prod_{l=1}^2 N_l! = 2! * 2! = 4$ chaînes de préférences possibles :

$$x_1 \succ \begin{cases} x_2 \succ x_3 \begin{cases} x_4 \succ x_5 : \text{chaîne 1} \\ x_5 \succ x_4 : \text{chaîne 2} \end{cases} \\ x_3 \succ x_2 \begin{cases} x_4 \succ x_5 : \text{chaîne 3} \\ x_5 \succ x_4 : \text{chaîne 4} \end{cases} \end{cases}$$

La procédure est la suivante. Comme nous avons $S(2) = S(3) = 4$ et $S(4) = S(5) = 2$, la stratégie est d'abord de trouver le panier qui doit se trouver à la seconde place dans la chaîne de préférences. Nous cherchons donc le panier x_2^* minimisant le programme (2.16)

$$obj_2 = \min \sum_{j=1}^k \left(\frac{x_2^{*j}}{x_2^j} - 1 \right)^2 \tag{2.16}$$

Sous contraintes :

1^{ière} type :

$$p_2 \cdot x_2^* = p_2 \cdot x_2$$

$$p_3 \cdot x_2^* \geq p_3 \cdot x_3$$

2^{ième} type :

$$p_4 \cdot x_2^* \geq p_4 \cdot x_4$$

$$p_5 \cdot x_2^* \geq p_5 \cdot x_5$$

Soit obj_2 la valeur de la fonction objectif. Dans un second temps, Nous cherchons le panier x_3^* résolvant le programme (2.17)

$$obj_3 = \min \sum_{j=1}^k \left(\frac{x_3^{*j}}{x_3^j} - 1 \right)^2 \quad (2.17)$$

Sous contraintes :

1^{ière} type :

$$p_3 \cdot x_3^* = p_3 \cdot x_3$$

$$p_2 \cdot x_3^* \geq p_2 \cdot x_2$$

2^{ième} type :

$$p_4 \cdot x_3^* \geq p_4 \cdot x_4$$

$$p_5 \cdot x_3^* \geq p_5 \cdot x_5$$

Soit obj_3 la valeur de la fonction objectif. Nous choisissons alors le panier x_i^* , $i \in \{2, 3\}$ tel que obj_i soit minimale. Supposons que $obj_2 < obj_3$, c'est-à-dire que $x_2^* R x_3$. Si nous remplaçons x_2 par sa valeur théorique nous obtenons maintenant les préférences suivantes :

$$p^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Les paniers x_4 et x_5 violent GARP et nous avons $V = \{(x_4, p_4), (x_5, p_5)\} = B_1$, donnant *a priori* 2! deux chaînes de préférences possibles :

$$x_1 \succ x_2^* \succ x_3 \begin{cases} x_4 \succ x_5 : \text{chaîne 1} \\ x_5 \succ x_4 : \text{chaîne 2} \end{cases}$$

Nous cherchons donc maintenant le panier x_4^* minimisant la fonction objectif (2.15) sous contrainte $p_4 \cdot x_4^* = p_4 \cdot x_4, p_5 \cdot x_4^* \geq p_5 \cdot x_5$ et de façon similaire le panier x_5^* , sous contrainte $p_5 \cdot x_5^* \geq p_5 \cdot x_4, p_4 \cdot x_5^* > p_4 \cdot x_4$. Nous choisissons $x_i^*, i \in \{4, 5\}$ tel que obj_i soit minimale. Supposons que l'on ait $obj_4 > obj_5$, alors les préférences finales seront données par :

$$p^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La "vraie" chaîne de préférences étant $x_1 \succ x_2^* \succ x_3 \succ x_5^* \succ x_4$.

Tester la significativité des violations se fait alors en calculant la statistique Jarque-Bera sur l'ensemble $S_\varepsilon = \{(\frac{x_4^*}{x_2} - 1), (\frac{x_5^*}{x_5} - 1)\}$, en la comparant à un Chi^2 , à un seuil α .

Nous présentons maintenant ici une application numérique de la procédure. Soit 10 séries de prix de 40 observations, chaque série p^j étant définie de façon récursive comme un processus I(1) (2.18).

$$p_i^j = \rho p_{i-1}^j + \varepsilon_i^j \quad (2.18)$$

avec :

$$p_1^j = 100, \quad \rho = 1, \quad \varepsilon_i^j \sim N(0; 0, 05).$$

Soit une série de revenu R , aussi définie de façon recursive comme un processus I(1) (2.19) :

$$R_i = \rho R_{i-1} + \varepsilon_i \quad (2.19)$$

avec :

$$R_1 = 100, \quad \rho = 1, \quad \varepsilon_i \sim N(0; 0, 10).$$

Soit le programme de maximisation (2.9), les préférences étant données par la fonction d'utilité (2.10), les quantités solutions du programme étant notées x_i^{*j} . Soit x_i^j lié à x_i^{*j} par la relation $x_i^{*j} = (1 + \varepsilon_i^j)x_i^j$, avec $\varepsilon_i^j \sim N(0; 0, 10)$, $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^{10})'$ et l'ensemble $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$, regroupant donc un nombre fini d'observations de couples (x_i, p_i) . Les tableaux (C.1) et (C.2) (annexe C) donnent respectivement les prix et les quantités avec erreurs de mesure. 6 violations de GARP apparaissent, et nous pouvons définir le groupe $V = \{(x_4, p_4), (x_6, p_6), (x_{18}, p_{18}), (x_{22}, p_{22}), (x_{32}, p_{32}), (x_{38}, p_{38})\}$. Ce dernier se subdivise en trois sous ensembles $B_1 = \{(x_{18}, p_{38}), (x_{38}, p_{38})\}$, $B_2 = \{(x_6, p_6), (x_{22}, p_{22})\}$ et $B_3 = \{(x_4, p_4), (x_{32}, p_{32})\}$. Les groupes B_1 , B_2 et B_3 regroupant des paniers violant GARP qui sont révélés préférés respectivement à 21, 12 et 9 paniers. Comme $N_l = 2, \forall l = 1, \dots, 3$, la procédure sequentielle se simplifie dans le sens où nous n'avons pas besoin de remplacer x_i par x_i^* et de relancer GARP. Ainsi, nous pouvons chercher séparément dans chaque groupe le bien x_i^* qui sera révélé préféré à l'autre du groupe. Les résultats sont donnés par le tableau (2.2). Ce dernier est organisé ainsi. La première colonne donne le groupe auquel appartiennent les paniers violant GARP. La deuxième et la troisième colonne présente les paniers violant GARP pour chaque groupe. La cinquième colonne donne la valeur de la fonction objectif obj_i sous l'hypothèse que x_i^* est révélé préféré à x_j^* . Enfin la dernière colonne donne le nombre de contraintes du programme de maximisation. Ce chiffre est composé du nombre de paniers x_i^* est révélé préféré à,

plus une contrainte de stricte positivité de la solution (ici 10 contraintes) et enfin 1 contrainte qui est la suivante : $p_i \cdot x_i^* = p_i \cdot x_i$. Par exemple pour la première ligne, 32 correspond à 21+10+1. Intéressons nous tout d'abord au groupe B_1 . Ce dernier comprend des paniers qui sont candidats pour être à la 19^{ième} place dans la chaîne de préférences. La première ligne de la cinquième colonne donne l'ajustement requis pour que x_{18}^* soit révélé préféré à x_{38} , c'est-à-dire 0,0003347, et la deuxième ligne donne l'ajustement pour que x_{38}^* soit révélé préféré à x_{18} , soit 0,0040123. Dans les deux cas, l'ajustement requis est extrêmement faible. Comme $obj_{38} > obj_{18}$, nous choisissons donc que x_{18}^* est révélé préféré à x_{38} . Nous procédons de la même façon pour les groupes B_2 et B_3 , et choisissons respectivement comme paniers solutions du programme de minimisation x_6^* et x_{32}^* , donnant l'ensemble $S = \{x_{18}^*, x_6^*, x_{32}^*\}$ et donc la fonction objectif finale $obj = 0,0278243$. A partir de S , nous construisons l'ensemble $S_\varepsilon = \{(\frac{x_{18}^*}{x_{18}} - 1), (\frac{x_6^*}{x_6} - 1), (\frac{x_{32}^*}{x_{32}} - 1)\}$ regroupant tous les $\varepsilon_i^j \neq 0$. Nous testons alors la distribution de l'ajustement en calculant la statistique Jarque-Bera sur S_ε , et en la comparant à un Chi² à deux degrés de liberté. La statistique est ici 0,2192784 et la probabilité de 0,8961549. Au seuil de 5% nous acceptons donc largement l'hypothèse que les violations sont causées par des erreurs de mesures, et ne rejetons pas l'hypothèse de maximisation, ce qui est cohérent avec notre processus de génération des données.

D'autres statistiques de normalité peuvent bien sûr être utilisées. La figure (2.5) présente la distribution cumulée des erreurs de mesure (profil en escalier), que nous comparons à une distribution cumulée d'une loi normale de moyenne 0,0035 et d'écart type 0,0308, qui sont les deux premiers moments empiriques de la série des erreurs de mesure. Pour ces deux moments, la statistique de Kolmogorov-Smirnov est de 0,1313 et la probabilité de 0,6484. Enfin, une autre statistique, celle de Shapiro-Wilk est de 0,957380 pour une

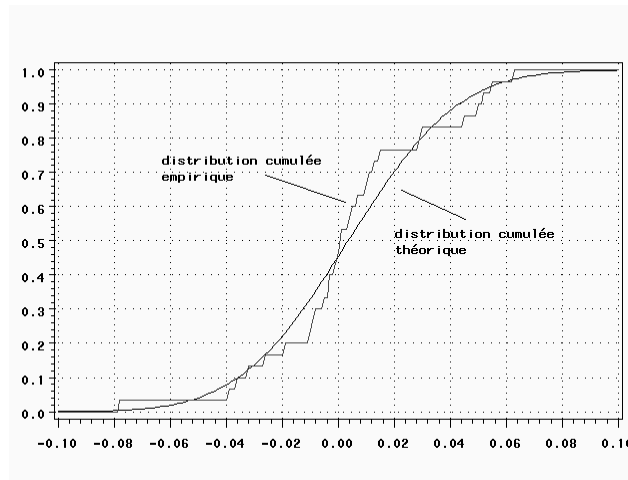


FIG. 2.5: Distributions cumulées.

probabilité de 0,2651. Ces deux statistiques donnent donc ici une information similaire.

TAB. 2.2: Paniers violant GARP.

B_l	x_i	viole avec	x_j	$S(i) = S(j)$	$x_i^* R x_j \Rightarrow pas x_j P^0 x_i^*$	contraintes
$l = 1$	x_{18}		x_{38}	21	0,0003347	32
$l = 1$	x_{38}		x_{18}	21	0,0040123	32
$l = 2$	x_6		x_{22}	12	0,0103100	23
$l = 2$	x_{22}		x_6	12	0,0192313	23
$l = 3$	x_4		x_{32}	9	0,1241876	20
$l = 3$	x_{32}		x_4	9	0,0171796	20

Estimation de la puissance de la procédure

Nous cherchons maintenant à estimer la puissance de la procédure. Pour cela, nous estimons l'erreur de type I et l'erreur de type II, en simulant un grand nombre de fois des modèles dont nous connaissons les propriétés statistiques, méthode de Monte Carlo. L'erreur de type I est définie comme

la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle de maximisation, la statistique de Jarque-Bera étant inférieure à 0,05, alors que les données sont générées par un comportement de maximisation. L'erreur de type II est définie comme la probabilité d'accepter la maximisation de l'utilité, statistique de Jarque-Bera supérieur à 0,05, alors que les données sont générées de façon aléatoire. Nous détaillons maintenant les deux algorithmes servant à l'estimation de ces deux probabilités.

Nous considérons trois types de modèles. Dans chacun des trois modèles, les prix et les revenus générés ont des caractéristiques différentes. Dans le premier modèle, les prix et revenus sont définis comme des séries I(0), c'est-à-dire de moyenne et variance constantes. Dans le modèle 2, les prix et les revenus sont définis comme des séries I(1), et dans le troisième comme des séries I(2). Ce dernier modèle étant développé pour étudier la puissance de la procédure sur des séries macroéconomiques, les prix étant assez souvent I(2). Dans chaque modèle, deux sous modèles sont considérés, différant par les distributions de prix.

Soit 10 séries de prix de 40 observations chacune, dont l'observation j , $j = 1, \dots, 40$ de la série i , $i = 1, \dots, 10$ est donnée par p_i^j . Soit une série de revenu R dont l'observation i , $i = 1, \dots, 40$ est donnée par R_i . Le processus générateur de données pour chacun des trois modèles pour les prix et les revenus est défini comme suit :

– Modèle 1 :

$$p_i^j = 100 * (1 + \varepsilon_{i,p}^j) \quad (2.20)$$

$$R_i = 1000 * (1 + \varepsilon_{i,R}^j) \quad (2.21)$$

avec :

– Modèle 1a : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0,05)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0,05)$.

– Modèle 1b : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0, 10)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0, 10)$.

– Modèle 2 :

$$p_i^j = (1 + \rho)p_{i-1}^j - \rho p_{i-2}^j + \varepsilon_{i,p}^j \quad (2.22)$$

$$R_i = (1 + \rho)R_{i-1} - \rho R_{i-2} + \varepsilon_{i,R}^j \quad (2.23)$$

avec : $\rho = 0$, $p_1^j = 100$, $R_1 = 1000$.

– Modèle 2a : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0, 05)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0, 05)$.

– Modèle 2b : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0, 10)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0, 10)$.

– Modèle 3 :

$$p_i^j = (1 + \rho)p_{i-1}^j - \rho p_{i-2}^j + \varepsilon_{i,p}^j \quad (2.24)$$

$$R_i = (1 + \rho)R_{i-1} - \rho R_{i-2} + \varepsilon_{i,R}^j \quad (2.25)$$

avec : $p_1^j = 0$, $p_1^j = 100$, $p_2^j = 100$,
 $R_1 = 1000$, $R_2 = 1000$, $\rho = 1$.

– Modèle 3a : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0, 05)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0, 05)$.

– Modèle 3b : $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0; 0, 10)$, $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0; 0, 10)$.

Pour estimer l'erreur de type I, nous proposons la séquence suivante :

- (1) Etape 1 : Pour chaque modèle et sous modèle, étant donné les prix et les revenus générés, nous résolvons le programme de maximisation $\forall i \in \{1, \dots, 40\}$:

$$\max_{(x_i^{*1}, \dots, x_i^{*10})} U$$

sous contrainte :

$$\sum_{j=1}^{10} p_i^j x_i^{*j} = R_i,$$

avec :

$$U = \prod_{j=1}^{10} (x_i^{*j})^{\frac{1}{10}}.$$

- (2) Etape 2 : A partir d'une erreur de type multiplicative, pour chaque modèle et sous modèle, nous calculons des quantités x_i^j tel que $x_i^{*j} = (1 + \varepsilon_{i,x}^j)x_i^j$. Pour chaque sous modèle, trois distributions de $\varepsilon_{i,x}^j$ sont considérées : la distribution A : $\varepsilon_{i,x}^j \sim N(0, \sigma_a)$, $\sigma_a = 0,05$, la distribution B : $\varepsilon_{i,x}^j \sim N(0, \sigma_b)$, $\sigma_b = 0,10$, et la distribution C : $\varepsilon_{i,x}^j \sim N(0, \sigma_c)$, $\sigma_c = 0,15$. Ainsi, le modèle 1aA représentera des prix et de revenu I(0) avec $\varepsilon_{i,p}^j \sim N(0, 0,05)$ et $\varepsilon_{i,R}^j \sim N(0, 0,05)$, et une erreur $\varepsilon_{i,x}^j \sim N(0, 0,05)$.
- (3) Etape 3 : Pour chaque modèle et sous modèle, à partir des prix et revenu générés, des solutions du programme de maximisation de la fonction Cobb-Douglas dans lesquelles sont ajoutées une erreur, nous créons 18 ensembles $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$ et testons GARP sur ces ensembles.
- (4) Etape 4 : Pour chaque modèle et sous modèle, nous notons si GARP est violé, et dans ce cas, si les violations sont significatives au seuil de 5%.

Nous répétons les étapes 1 à 5, 1000 fois, et reportons les probabilités P_1 , P_2 ainsi que $1 - P_1$ et $1 - P_2$. P_1 et P_2 étant définis par (2.26) et (2.27). P_1 étant l'erreur de type I de GARP (nonstochastique), et P_2 l'erreur de type I de notre procédure.

$$P_1 = \frac{\text{nombre de fois GARP est violé}}{1000} \quad (2.26)$$

$$P_2 = \frac{\text{nombre de fois les violations sont significatives}}{\text{nombre de fois GARP est violé}} \quad (2.27)$$

Pour estimer l'erreur de type II, nous avons d'abord besoin d'une définition du comportement aléatoire. Généralement, nous diront qu'il y a maximisation de l'utilité quand sur une période donnée, étant donné des prix et un budget, l'agent maximise une fonction d'utilité dont les paramètres sont constants

dans le temps. Si nous notons $U = \prod_{j=1}^{10} (x_i^{*j})^{a_i^j}$, avec $\sum_{j=1}^{10} a_i^j = 1, \forall i \in \{1, \dots, 40\}$ alors $a_j^i = a_j^m, \forall i \in \{1, \dots, 40\} \forall m \in \{1, \dots, 40\} \forall j \in \{1, \dots, 10\}$. De façon similaire, nous dirons qu'il y a une rupture dans la fonction d'utilité si $\exists i \in \{1, \dots, 40\}$ tel que $a_j^i \neq a_j^{i+1}$, et $a_j^l = a_j^k \forall l \in \{1, \dots, i\} \forall k \in \{1, \dots, i\}$ et $a_j^l = a_j^k \forall l \in \{i+1, \dots, 40\} \forall k \in \{1, \dots, i\}$ pour au moins 2 $j \in \{1, \dots, 10\}$. Enfin, nous dirons qu'il y a un comportement aléatoire si $\forall i \in \{1, \dots, 39\} a_j^i \neq a_j^{i+1}$ pour au moins 2 $j \in \{1, \dots, 10\}$. Dans notre définition du comportement aléatoire, l'agent maximise donc une fonction d'utilité pour chaque période, mais les poids changent d'une période à l'autre (Pour d'autres définitions du comportement aléatoire, voir Battalio et al. (1973), Bronars (1987)). En se basant sur cette définition du comportement aléatoire, pour estimer l'erreur de type II, c'est-à-dire la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle de maximisation quand il n'y a pas maximisation, nous procédons comme suit :

- (1) Etape 1 : Pour chaque modèle et sous modèle, étant donné les prix et les revenus générés, nous résolvons le programme de maximisation $\forall i \in \{1, \dots, 40\}$:

$$\max_{(x_i^1, \dots, x_i^{10})} U_i$$

sous contrainte :

$$\sum_{j=1}^{10} p_i^j x_i^j = R_i,$$

$$\text{avec : } U_i = \prod_{j=1}^{10} (x_i^j)^{a_i^j}, a_i^j = \frac{b_i^j}{\sum_{j=1}^{10} b_i^j},$$

b_i^j étant distribué selon une loi uniforme.

- Etape 2 : Pour chaque modèle et sous modèle, à partir des prix et revenu générés, des solutions du programme de maximisation de la fonction Cobb-Douglas, nous créons 6 ensembles $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$ et testons GARP sur ces ensembles.

- Etape 3 : Pour chaque modèle et sous modèle, nous notons si GARP est violé, et si GARP est violé si les violations sont significatives au seuil de 5 %.

Nous répétons 1000 fois les étapes 1 à 3, et reportons les probabilités P_3 , P_4 ainsi que $(1 - P_3)$ et $(1 - P_4)$. P_3 et P_4 étant définis par (2.28) et (2.29).

$$P_3 = \frac{\text{nombre de fois GARP n'est pas violé}}{1000} \quad (2.28)$$

$$P_4 = \frac{\text{nombre de fois les violations ne sont pas significatives}}{\text{nombre de fois GARP est violé}} \quad (2.29)$$

TAB. 2.3: Estimation de l'erreur de type I, modèle 1.

Modèle 1 : H_0 vraie						
	$\sigma_{p1a} = \sigma_{R1a} = 0,05$			$\sigma_{p1b} = \sigma_{R1b} = 0,10$		
	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$
P_1	0,013	0,331	0,732	0	0,025	0,246
$1 - P_1$	0,987	0,669	0,268	1	0,975	0,754
P_2	0	0,033	0,151	.	0	0,037
$1 - P_2$	1	0,967	0,849	.	1	0,963
\overline{obj}	0,0003263	0,0024356	0,01066885	.	0,0015381	0,0047737
\overline{nvio}	2	2,74	4,76	.	2,2	2,57

P_1 : Probabilité que GARP soit violé.

P_2 : Probabilité que les violations de GARP soient significatives, à 5%.

\overline{obj} : Pour les couples violant GARP, fonction objectif moyenne.

\overline{nvio} : Pour les couples violant GARP, nombre moyen de violations.

Nous commençons par analyser les performances de la procédure stochastique et de GARP en terme d'erreur de type I (tableaux 2.3, 2.4 et 2.5). Premièrement la version non stochastique de GARP paraît assez robuste pour des petites erreurs de mesure en ce qui concerne les modèles 1 et 2. Par contre, si les prix et les revenus sont I(2), ce qui est une hypothèse réaliste dans le cas de séries macroéconomiques, GARP rejette dans 63 % et 55,1 %

pour une erreur de 10 % l'hypothèse nulle. Enfin, dans tous les cas GARP est assez peu robuste dans le cas où les erreurs de mesures sont assez importantes. Analysons maintenant la puissance de la procédure stochastique, c'est-à-dire, la probabilité de rejeter la non significativité des violations, alors qu'il y a maximisation. Il apparaît que la procédure est assez puissante, puisque dans le modèle 2 l'erreur de type I n'excède pas 5 %, quelque soit l'erreur de mesure, et est d'environ 15 % pour les modèles 1 et 3 et pour des erreurs de mesures importantes. Dans tous les cas, la puissance de la procédure est une fonction inverse de l'erreur de mesure. Pour chaque modèle, nous reportons aussi la fonction objectif moyenne (\overline{obj}), ainsi que le nombre moyen de violations (\overline{nvio}). Il apparaît que lorsque les données sont mesurées avec erreur, l'ajustement requis est extrêmement faible, puisque la fonction objectif moyenne est comprise entre 0,0130079 et 0,003263. Enfin, les erreurs de mesure génèrent en moyenne assez peu de violations de l'axiome.

TAB. 2.4: Estimation de l'erreur de type I, modèle 2.

Modèle 2 : H_0 vraie						
	$\sigma_{p2a} = \sigma_{R2a} = 0,05$			$\sigma_{p2b} = \sigma_{R2b} = 0,10$		
	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$
P_1	0,168	0,161	0,166	0,303	0,311	0,310
$1 - P_1$	0,832	0,839	0,834	0,697	0,689	0,690
P_2	0	0,032	0,013	0,040	0,020	0,046
$1 - P_2$	1	0,968	0,987	0,960	0,980	0,954
\overline{obj}	0,0011215	0,0045104	0,0083446	0,0010145	0,0035692	0,0085301
\overline{nvio}	2,21	2,26	2,21	2,43	2,40	2,49

P_1 : Probabilité que GARP soit violé.

P_2 : Probabilité que les violations de GARP soient significatives, à 5%.

\overline{obj} : Pour les couples violant GARP, fonction objectif moyenne.

\overline{nvio} : Pour les couples violant GARP, nombre moyen de violations.

Dans un deuxième temps, nous analysons l'erreur de type II, c'est-à-dire la probabilité d'accepter l'hypothèse nulle, alors que les données sont géné-

TAB. 2.5: Estimation de l'erreur de type I, modèle 3.

Modèle 3 : H_0 vraie						
	$\sigma_{p3a} = \sigma_{R3a} = 0,05$			$\sigma_{p3b} = \sigma_{R3b} = 0,10$		
	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$	$\sigma_a = 0,05$	$\sigma_b = 0,10$	$\sigma_c = 0,15$
P_1	0,286	0,630	0,737	0,205	0,551	0,740
$1 - P_1$	0,714	0,370	0,263	0,795	0,449	0,260
P_2	0,042	0,093	0,133	0,03	0,082	0,154
$1 - P_2$	0,958	0,907	0,867	0,970	0,918	0,846
\overline{obj}	0,0008062	0,0043324	0,0130079	0,0006607	0,0032452	0,0121448
\overline{nvio}	2,66	3,70	4,84	2,40	3,50	4,93

P_1 : Probabilité que GARP soit violé.

P_2 : Probabilité que les violations de GARP soient significatives, à 5%.

\overline{obj} : Pour les couples violant GARP, fonction objectif moyenne.

\overline{nvio} : Pour les couples violant GARP, nombre moyen de violations.

TAB. 2.6: Estimation de l'erreur de type II, modèles 1, 2 et 3.

Modèles 1, 2 et 3 : H_0 fausse						
	Modèle 1		Modèle 2		Modèle 3	
	$\sigma_{p1a} = \sigma_{R1a} = 0,05$	$\sigma_{p1b} = \sigma_{R1b} = 0,10$	$\sigma_{p2a} = \sigma_{R2a} = 0,05$	$\sigma_{p2b} = \sigma_{R2b} = 0,10$	$\sigma_{p3a} = \sigma_{R3a} = 0,05$	$\sigma_{p3b} = \sigma_{R3b} = 0,10$
P_3	0	0	0	0	0,052	0,059
$1 - P_3$	1	1	1	1	0,948	0,941
P_4	0	0,005	0	0	0,026	0,049
$1 - P_4$	0	0,995	1	1	0,974	0,951
\overline{obj}	3,152	3,513	3,710	4,221	4,242	3,621
\overline{nvio}	154,64	109,46	666,33	658,56	520,18	482,68

P_3 : Probabilité que GARP ne soit pas violé.

P_4 : Probabilité que les violations de GARP ne soient pas significatives, à 5%.

\overline{obj} : Pour certains couples violant GARP, fonction objectif moyenne.

\overline{nvio} : Pour certains couples violant GARP, nombre moyen de violations.

rées par un comportement aléatoire (tableau 2.6). Quelque soit le modèle considéré, la version non stochastique de GARP apparaît extrêmement puissante, puisque l'erreur de type II n'excède pas 6 %, pour le modèle 3, et est

nulle pour les autres modèles. En ce qui concerne la procédure, elle est aussi extrêmement puissante avec une erreur de type II inférieure à 5 % dans tous les modèles. A noter aussi l'importance de l'ajustement requis, avec des fonctions objectives moyennes comprises entre 3,15 et 4,24, ainsi que le nombre très élevé de violations.

En conclusion, la procédure que nous avons développée dans cette section, est particulièrement puissante pour juger de la significativité des violations de GARP, et étend donc, de façon stochastique, les tests de maximisation nonparamétriques. Ainsi, à un seuil de probabilité fixé par l'utilisateur, il devient possible de déterminer si les déviations par rapport à un comportement de maximisation sont significatives ou pas.

2.4.3 Une procédure quadratique pour résoudre les inégalités d'Afriat

Dans la section précédente, nous avons montré comment GARP pouvait être étendu lorsque les données étaient mesurées avec erreur. Dans cette section, nous nous intéressons à un autre problème de la procédure NONPAR, et revenons temporairement à un cadre non stochastique. Dans l'étape 3 de la procédure du test de faible séparabilité, il est nécessaire de résoudre les inégalités d'Afriat pour une fonction d'utilité dont on veut tester la séparabilité. Pour résoudre ces inégalités, Varian (1983) a développé un algorithme, qui est largement utilisé. Au début de la section précédente, nous avons cependant montré (tableau 2.1) qu'il n'était pas rare que cet algorithme renvoie des vecteurs $U = (U_1, \dots, U_T)'$ et $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_T)'$ qui ne satisfaisaient pas les inégalités d'Afriat, conduisant au rejet de la séparabilité.

Ici, nous partons de ce constat, et montrons que, même si l'algorithme renvoie des valeurs cohérentes, la probabilité de conclure à la séparabilité,

quand il y a séparabilité, est assez faible, même si les données sont mesurées sans erreurs.

Nous proposons un algorithme alternatif et montrons sa supériorité en terme d'erreur de type I et de type II. L'erreur de type I étant la probabilité de rejeter la séparabilité quand il y a séparabilité, l'erreur de type II étant la probabilité d'accepter la séparabilité quand il n'y a pas séparabilité.

Enfin, de façon plus générale, cette section est aussi une réponse au problème du caractère suffisant mais pas nécessaire des inégalités d'Afriat. Pour étudier la puissance de l'algorithme de Varian, et de l'algorithme alternatif, nous conduisons des simulations de Monte Carlo, et reprenons le cadre général de Barnett et Choi (1989), ce qui nous permet de comparer nos résultats avec ces derniers. En effet, Barnett et Choi (1989), ont montré, à partir de plusieurs formes flexibles, que les tests paramétriques avaient une assez faible puissance. S'intéressant aux tests non paramétriques de Varian (1982, 1983), en générant des données à partir d'une structure faiblement séparable, ils n'ont pas été capables de trouver un seul cas qui vérifiait la faible séparabilité. Nous montrons que la raison de la non acceptation de l'hypothèse de séparabilité réside dans la façon dont sont calculés $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$, et que l'introduction d'un nouvel algorithme résout ce problème¹⁰.

Nous introduisons dans un premier temps le cadre théorique général, puis testons la procédure de faible séparabilité en environnement non stochastique en utilisant l'algorithme de Varian. Après avoir montré sa faible puissance, nous introduisons un nouvel algorithme et montrons sa supériorité en terme d'erreur de type I et de type II.

¹⁰Nous nous plaçons maintenant au niveau de la sous utilité, d'où le changement de notation.

Cadre général

Soit en période i , $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^k)'$ un vecteur de 10 biens, $p = (p_i^1, \dots, p_i^k)'$ les prix associés et $c = (c^1, \dots, c^k)$ un vecteur de constantes. Soit un processus d'allocation du budget en deux étapes. Dans la première étape, l'agent alloue son budget entre deux catégories de dépenses, en maximisant une fonction macro dont la forme est une moyenne quadratique généralisée d'ordre ρ (2.30).

$$U(q_i^1, q_i^2) = A \left(\sum_{a=1}^2 \sum_{b=1}^2 B_{ij} (q_i^a)^\rho (q_i^b)^\rho \right)^{\frac{\rho}{2}} \quad (2.30)$$

avec :

$$\rho < \frac{1}{2},$$

$$B_{ab} > 0, \forall (a, b) \in \{1, 2\},$$

$$\sum_a \sum_b B_{ab} = 1,$$

$$B_{ab} = B_{ba} \text{ pour } a \neq b,$$

$$A > 0.$$

Ces conditions assurent que la fonction est quasiconcave et monotone (Barnett (1977), Denny (1974)). Pour introduire une structure séparable, seconde étape du processus de budgétisation, chaque q^r , $r = 1, 2$ dans (2.30) est traité comme un agrégat plutôt que comme un bien élémentaire. La fonction agrégeante pour chaque q^r étant $q_1 = q_1(x_{1,i})$, avec $x_{1,i} = (x_i^1, \dots, x_i^5)'$ et $q_2 = q_2(x_{2,i})'$, avec $x_{2,i} = (x_i^6, \dots, x_i^{10})'$. Chaque fonction q_r ayant la même forme, forme similaire à (2.30), soit respectivement (2.31) et (2.32).

$$q_1(x_i^1, \dots, x_i^5) = E \left(\sum_{a=1}^5 \sum_{b=1}^5 C_{ij} (y_i^a)^\delta (y_i^b)^\delta \right)^{\frac{\delta}{2}} \quad (2.31)$$

$$q_2(x_i^6, \dots, x_i^{10}) = F \left(\sum_{a=6}^{10} \sum_{b=6}^{10} D_{ij} (y_i^a)^\gamma (y_i^b)^\gamma \right)^{\frac{\gamma}{2}} \quad (2.32)$$

avec :

$$\begin{aligned} \delta &< \frac{1}{2}, \gamma < \frac{1}{2}, \\ C_{ab} &> 0, D_{ab} > 0, \forall (a, b) \in \{1, \dots, 5\}, \\ \sum_a \sum_b C_{ab} &= 1, \sum_a \sum_b D_{ab} = 1, \\ C_{ab} &= C_{ba}, D_{ab} = D_{ba}, \text{ pour } a \neq b, \\ E &> 0, F > 0, \\ y_i^a &= x_i^a - c^a. \end{aligned}$$

Le fait d'utiliser des quantités super numéraires y_i^a , c'est-à-dire des quantités en excès, permet de transformer les fonctions homothétiques (2.31) et (2.32) en fonctions non homothétiques, et donc de donner une portée plus générale aux résultats.

Nous avons donc une structure où l'agent maximise (2.30), alloue deux budgets et maximise ensuite deux fonctions (2.31) et (2.32) sous contrainte des deux budgets préalablement affectés. La fonction d'utilité (2.30) peut donc se ré-écrire (2.33).

$$\begin{aligned} U(q_1, q_2) &= U(q_1(x_i^1, \dots, x_i^5), q_2(x_i^6, \dots, x_i^{10})) \\ &= A(B_{11}q_1^{2\rho} + 2B_{12}q_1^\rho q_2^\rho + B_{22}q_2^{2\rho})^{\frac{\rho}{2}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Ainsi, la structure (2.33) est faiblement séparable pour q_1 et q_2 . Si, de plus $B_{12} = 0$, alors (2.33) peut se ré-écrire (2.35), et les préférences sont fortement séparables, les utilités s'additionant.

$$U(q_1, q_2) = U(q_1(x_i^1, \dots, x_i^5), q_2(x_i^6, \dots, x_i^{10})) \quad (2.34)$$

$$= A(B_{11}q_1^{2\rho} + B_{22}q_2^{2\rho})^{\frac{\rho}{2}} \quad (2.35)$$

A partir de la structure de préférences (2.33), tester la séparabilité de $q_1(\cdot)$ revient à appliquer la procédure en trois étapes suivantes :

- (1) Etape 1 : Tester si $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, T\}$ est rationalisé par une fonction d'utilité, en testant si GARP n'est pas violé, s'il ne l'est pas, passer à l'étape 2.
- (2) Etape 2 : Tester si $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{10} / i = 1, \dots, T\}$ est rationalisé par une fonction d'utilité, en testant si GARP n'est pas violé, s'il ne l'est pas, passer à l'étape 3.
- (3) Etape 3 : Résoudre les inégalité d'Afriat pour D_1 , et tester GARP sur l'ensemble $D_2 = \{((x_i^6, \dots, x_i^{10}, V_i), (p_i^6, \dots, p_i^{10}, \frac{1}{\mu_i})) \in (\mathbb{R}^+)^{12} / i = 1, \dots, T\}$.

Si aucune violation n'apparaît lors de l'étape 3, les données sont séparables.

Estimation de l'erreur de type I, en utilisant l'algorithme de Varian

Nous estimons ici la puissance de la procédure en trois étapes, lorsque les indices d'utilité et de prix nécessaires lors de l'étape 3, sont calculés à partir de l'algorithme de Varian (1983) (cet algorithme est décrit en annexe de Varian (1983)). Etant donné que les vraies préférences du modèle sont séparables en q_1 , pour estimer l'erreur de type 1, nous procédons comme suit :

- (1) Etape 1 : A partir du modèle 1 de prix et de revenu expliqué plus haut, nous générons une série de revenu de 40 observations, 2 séries de prix pour la première étape du processus de budgétisation, puis 10 séries de prix de 40 observations pour la deuxième étape de budgétisation. Pour se situer dans un cadre favorable du point de vue de l'algorithme de Varian, c'est-à-dire pour éviter d'avoir des valeurs négatives, nous choisissons $\sigma_R = \sigma_p = 1\%$.

- (2) Etape 2 : A partir du revenu généré, des deux prix pour la première étape de budgétisation nous maximisons sous contrainte (2.30) pour q_i^1 et q_i^2 , en se servant d'une routine d'optimisation non linéaire. Les quantités q_i^1 et q_i^2 sont donc générées à partir des conditions du premier ordre.
- (3) Etape 3 : Sous contrainte des budgets q_i^1 et q_i^2 affectés lors de la première étape de budgétisation, et en se servant des 10 prix générés, nous maximisons respectivement (2.31) et (2.32). Les solutions à la période i sont donc pour le premier programme $x_{1,i} = (x_i^1, x_i^2, x_i^3, x_i^4, x_i^5)'$ et $x_{2,i} = (x_i^6, x_i^7, x_i^8, x_i^9, x_i^{10})'$ pour le second programme.
- (4) Etape 4 : Comme les données sont générées, pour la première et la deuxième allocation du budget à partir des conditions du premier ordre, GARP va être trivialement respecté lors de la première et seconde étape de la procédure de test de séparabilité. Nous nous focalisons donc seulement sur la troisième étape de la procédure de test. C'est-à-dire, nous générons des indices d'utilité et de prix en utilisant l'algorithme de Varian pour $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{10} / i = 1, \dots, 40\}$ et testons GARP pour $D_2 = \{((x_i^6, \dots, x_i^{10}, V_i), (p_i^6, \dots, p_i^{10}, \frac{1}{\mu_i})) \in (\mathbb{R}^+)^{12} / i = 1, \dots, 40\}$.
- (5) Etape 5 : Nous notons si c'est un succès, c'est-à-dire si GARP n'est pas violé dans l'étape 3.

Nous répétons les étapes 1 à 5, 100 fois et définissons P_1 (2.36), et l'erreur de type I comme $(1 - P_1)$.

$$P_1 = \frac{\text{Nombre de fois GARP n'est pas violé}}{100} \quad (2.36)$$

Pour estimer l'erreur de type II, nous utilisons la même séquence que précédemment, sauf pour les étapes 4 et 5 qui sont remplacées par :

- (4) Etape 4 : A partir de $x_{1,i} = (x_i^1, x_i^2, x_i^3, x_i^4, x_i^5)'$ et $x_{2,i} = (x_i^6, x_i^7, x_i^8, x_i^9, x_i^{10})'$ nous créons deux groupes non séparables, $x_{3,i} = (x_i^1, x_i^2, x_i^6, x_i^7)'$ et $x_{4,i} = (x_i^3, x_i^4, x_i^5, x_i^8, x_i^9, x_i^{10})'$, avec les prix associés. Etant donné que les données vont trivialement satisfaire GARP lors de la première étape de la procédure de test de séparabilité, nous nous focalisons donc sur la deuxième et troisième étape de la procédure de test. C'est-à-dire, nous testons GARP pour $D_1 = \{((x_i^1, x_i^2, x_i^6, x_i^7), (p_i^1, p_i^2, p_i^6, p_i^7)) \in (\mathbb{R}^+)^8 / i = 1, \dots, 40\}$. Si GARP n'est pas violé, nous générons des indices de prix et d'utilité pour ce groupe en utilisant l'algorithme de Varian et testons GARP pour $D_2 = \{((x_i^3, x_i^4, x_i^5, x_i^8, x_i^9, x_i^{10}, V_i), (p_i^3, p_i^4, p_i^5, p_i^8, p_i^9, p_i^{10}, \frac{1}{\mu_i})) \in (\mathbb{R}^+)^{14} / i = 1, \dots, 40\}$.
- (5) Etape 5 : Nous notons si c'est un succès, c'est dire si GARP est violé pour D_1 ou D_2 (si GARP est violé pour D_1 , la procédure s'arrête).

Nous répétons les étapes 1 à 5, 100 fois et définissons P_2 , la probabilité que GARP soit violé pour D_1 , P_3 la probabilité que GARP ne soit pas violé pour D_1 mais violé pour D_2 et P_4 , la probabilité totale. L'erreur de type II est donc $(1 - P_4)$.

$$P_2 = \frac{\text{Nombre de fois GARP est violé pour } D_1}{100} \quad (2.37)$$

$$P_3 = \frac{\text{Nombre de fois GARP est violé pour } D_2}{\text{Nombre de fois GARP n'est pas violé pour } D_1} \quad (2.38)$$

$$P_4 = \frac{\text{Nombre de fois GARP est violé pour } D_1 \text{ ou } D_2}{100} \quad (2.39)$$

Le tableau (2.7) donne les résultats des simulations, en utilisant l'algorithme de Varian lors de l'étape 3 du test de séparabilité. Deux structures de préférences sont considérées, une structure faiblement séparable, avec $B_{12} \neq 0$, et une structure fortement séparable avec $B_{12} = 0$. Lorsque l'on teste la séparabilité de données qui sont séparables ($x_{1,i}$) l'erreur de type I

TAB. 2.7: Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : algorithme de Varian.

Test de séparabilité : données séparables		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_1	0,24	0,23
$1 - P_1$	0,76	0,77
Test de séparabilité : données non séparables		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_2	0,02	0,03
P_3	0,969	0,979
P_4	0,97	0,98
$1 - P_4$	0,03	0,02

P_1 : Probabilité que GARP ne soit pas violé lors de la 3^{ème} étape du test.

$1 - P_1$: Erreur de type I.

P_2 : Probabilité que GARP soit violé lors de la 2^{ème} étape du test.

P_3 : Probabilité que GARP soit violé seulement lors de la 3^{ème} étape du test.

P_4 : Probabilité que GARP soit violé lors de la 2^{ème} ou 3^{ème} étape du test.

$1 - P_4$: Erreur de type II.

est importante, puisque dans 76 % des cas (77%) nous rejetons la séparabilité alors qu'il y a séparabilité. C'est-à-dire, à la troisième étape du test de séparabilité, GARP est violé dans 76 % (77 %) des cas. Lorsque les données ne sont pas séparables, $x_{3,i}$, la procédure apparaît beaucoup plus puissante, puisque l'erreur de type II est seulement de 3 % (2 %). La puissance du test découle directement de la probabilité que GARP soit violé lors de troisième étape. En effet, nous avons constaté que GARP n'était violé que dans 2 % (3 %) des cas lors de la deuxième étape du test, bien que les données n'aient pas été générées par une fonction d'utilité. Enfin, la puissance du test ne dépend pas de la structure des préférences, c'est-à-dire faible ou forte séparabilité. En

conclusion, le test est fortement biaisé dans le sens du rejet de la séparabilité.

Une procédure alternative pour résoudre les inégalités d'Afriat

Il apparaît donc que l'utilisation de l'algorithme de Varian ne conduit que dans 24 % (23 %) des cas à accepter la séparabilité quand il y a séparabilité. Comme l'hypothèse de séparabilité est rejetée au niveau de l'étape 3 de la procédure, il est apparent que le problème se situe au niveau de la façon dont sont calculés les indices de quantités et de prix. D'une façon générale, l'étape 3 du test de séparabilité est une condition suffisante, mais pas nécessaire, dans le sens où, si la séparabilité est rejetée, on ne peut pas être sûr que pour d'autres indices de quantités et de prix, la séparabilité sera acceptée. Ceci suggère de chercher d'autres algorithmes, et de se rapprocher d'une solution suffisante et nécessaire. Nous partons des raisons théoriques de la faible puissance du test de séparabilité basé sur l'algorithme de Varian, et proposons une façon alternative de calcul des indices de prix et de quantités.

Au niveau du mécanisme de génération des indices de prix et de quantités, au moins deux raisons peuvent expliquer pourquoi, lorsque la sous utilité est remplacée par les indices, des violations apparaissent. Premièrement, la solution donnée par les indices de quantités, ne va pas forcément fournir une bonne mesure des variations de l'utilité, donnant seulement un point sur la courbe d'utilité. La deuxième, à nos yeux la plus importante est la suivante. Les indices V_i et $\frac{1}{\mu_i}$ sont utilisés respectivement comme des indices de quantités et de prix mais n'ont pas les propriétés de certains de ces derniers, en particulier, ils ne vérifient pas la propriété de faible réversibilité. C'est-à-dire, pour un niveau de revenu donné R_i nous n'avons jamais $V_i \frac{1}{\mu_i} = R_i$ ou ce qui est équivalent $\frac{V_{i+1}}{V_i} \frac{\mu_i}{\mu_{i+1}} = \frac{R_{i+1}}{R_i}$. Ainsi, les couples $(V_i, \frac{1}{\mu_i})$ ne vont pas représenter l'évolution sous jacente des prix et des quantités, et donc du

revenu associé à la sous utilité, conduisant alors à des violations de GARP. En d'autres termes, les indices V_i et $\frac{1}{\mu_i}$ ne synthétisent pas l'évolution des dépenses, et sont traités comme un comportement aléatoire par GARP.

Pour concilier mesure de l'utilité et propriété de faible réversibilité, nous avons recours à la théorie des nombres indices¹¹. Diewert (1976, 1978) a démontré qu'il existait une classe d'indices de quantités, dits superlatifs, comme l'indice de Fisher ou l'indice Törnqvist-Theil dont la valeur en $i + 1$ correspondait exactement aux variations de la fonction d'utilité entre i et $i + 1$, si cette dernière est homothétique. En d'autres termes, si $f_q(x_i, p_i; x_{i+1}, p_{i+1})$ représente l'indice de quantité superlatif entre i et $i + 1$ et U_i est la valeur de la fonction d'utilité, alors nous avons (2.40).

$$f_q(x_i, p_i; x_{i+1}, p_{i+1}) = \frac{U_{i+1}}{U_i} \quad (2.40)$$

Barnett (1979), en étudiant les propriétés du modèle Rotterdam a étendu ces résultats, et a montré que, entre tous les indices superlatifs, seul l'indice de quantité Törnqvist-Theil était capable de mesurer les variations de l'utilité même si cette dernière était non homothétique. Ce résultat étant valide si les variations de prix et de revenu ne sont pas trop importantes d'une période à l'autre. Ainsi, en utilisant des indices de quantité chaînés, nous pouvons avoir une mesure de la variation de l'utilité depuis une période de base b . Cependant, à l'inverse de l'indice de Fisher, l'indice Törnqvist-Theil de quantité et l'indice Törnqvist-Theil de prix ne vont pas satisfaire la propriété de faible réversibilité. En d'autres termes, multiplier l'indice de quantité de prix par l'indice de quantité ne donnera pas l'indice de valeur. Il est cependant possible de calculer un indice de prix dual à l'indice de quantité, à partir de

¹¹Cette dernière sera développée en détail dans le chapitre suivant. Nous demandons donc au lecteur, d'accepter certains des résultats cités ici

l'indice de quantité et de l'indice de valeur (2.41).

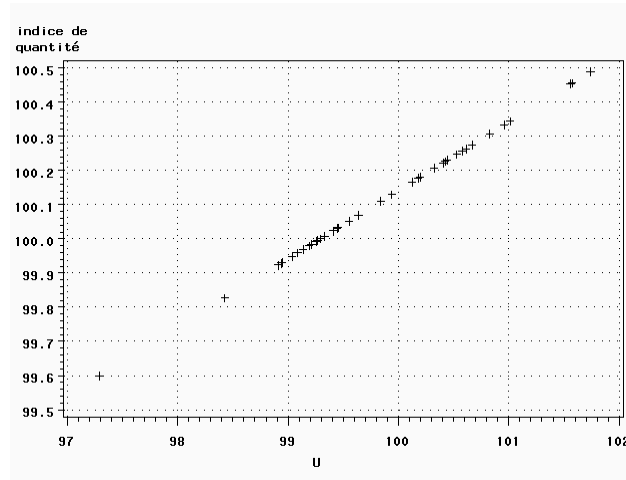
$$f_{pd}(x_i, p_i; x_{i+1}, p_{i+1}) = \frac{(p_{i+1} \cdot x_{i+1})(p_i \cdot x_i)^{-1}}{f_q(x_i, p_i; x_{i+1}, p_{i+1})} \quad (2.41)$$

L'idée centrale est donc de calculer les indices V_i et $\frac{1}{\mu_i}$ en se servant des indices de quantité chaînés et dual de prix. Généralement, ces indices ne peuvent cependant pas être utilisés pour calculer directement V_i et μ_i . Soit $CQ_{i,b}$ l'indice chaîne Törnqvist-Theil de quantité en i de base b , et $CP_{i,b}$ l'indice de prix dual satisfaisant donc la propriété de faible réversibilité. Soit p_i^* des prix normalisés tel que $p_i^* \cdot x_i = 1$.

Proposition 14 *Les indices $CQ_{i,b}$ et $CP_{i,b}$ satisfont les inégalités d'Afriat si $\forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}$, $CQ_{i,j} \leq p_j^* \cdot x_i$. C'est-à-dire, comme $p_j^* \cdot x_i = \frac{p_j^* \cdot x_i}{p_i^* \cdot x_i} = \frac{p_j^* \cdot x_i}{p_i^* \cdot x_i}$, si l'indice chaîne des quantités est inférieur ou égal à l'indice des prix de Laspeyre en j en base i , ou à l'indice des quantités de Laspeyre en i et en base j .*

La proposition ci dessus donne les conditions générales pour lesquelles un indice chaîne de quantités et son indice de prix dual vont satisfaire les inégalités d'Afriat. Avec des prix normalisés $p_i^* \cdot x_i = 1 \forall i \in \{1, \dots, T\}$, les inégalités peuvent se ré-écrire $V_i \leq V_j + \mu_j(p_j^* \cdot x_i) - \mu_j$. Avec la propriété de faible réversibilité, et des prix normalisés, nous avons aussi $CP_{i,b} = \frac{1}{\mu_i} = \frac{1}{CQ_{i,b}}$, ce qui donne en remplaçant dans les inégalités : $CQ_{i,b} \leq CQ_{j,b} + CQ_{j,b}(p_j^* \cdot x_i) - CQ_{j,b}$, et par simplification $\frac{CQ_{i,b}}{CQ_{j,b}} \leq p_j^* \cdot x_i$ et donc $\frac{CQ_i}{CQ_j} \leq p_j^* \cdot x_i$

Cette condition est en fait très restrictive, et n'est donc que rarement vérifiée. Ainsi, l'indice chaîne de quantités prix et son dual de prix, ne peuvent généralement pas être utilisés pour calculer directement V_i et $\frac{1}{\mu_i}$. En d'autres termes, généralement, $CQ_{i,b} \neq V_i$ et $CP_{i,b} \neq \frac{1}{\mu_i}$. Pour calculer V_i et $\frac{1}{\mu_i}$, nous cherchons la perturbation minimale dans les indices chaînés qui assure leur compatibilité avec les inégalités d'Afriat. C'est-à-dire nous résolvons le

FIG. 2.6: Indice chaîne de quantités, et V^* .

programme quadratique (2.42) pour V_i^* et $\frac{1}{\mu_i^*}$

$$\min \sum_{i=1}^T \left(\left(\frac{V_i^*}{CQ_{i/b}} - 1 \right)^2 + \left(\frac{(\mu_i^*)^{-1}}{CP_{i/b}} - 1 \right)^2 \right) \quad (2.42)$$

sous contraintes :

$$V_i^* > 0,$$

$$\mu_i^* > 0,$$

$$V_i^* \leq V_j^* + \frac{1}{\mu_j^*} (p^j \cdot x^i - p^j \cdot x^j), \forall i \in \{1, \dots, T\} \forall j \in \{1, \dots, T\}.$$

Empiriquement, les évolutions de V_i^* et de $CQ_{i,b}$ sont similaires, ainsi que les évolutions de $\frac{1}{\mu_i}$ et $CP_{i,b}$, et l'ajustement requis est généralement assez faible. Par exemple, pour la sous utilité $q_1(\cdot)$ et pour des prix et des revenus $I(0)$, la valeur de (2.42) est 0,0023849, les relations entre les indices solutions du programme et les indices chaînes étant donnés par les deux graphiques XY (2.6) et (2.7).

Pour montrer la supériorité de cet algorithme sur l'algorithme de Varian, et pour pouvoir comparer les résultats, nous reprenons exactement le cadre

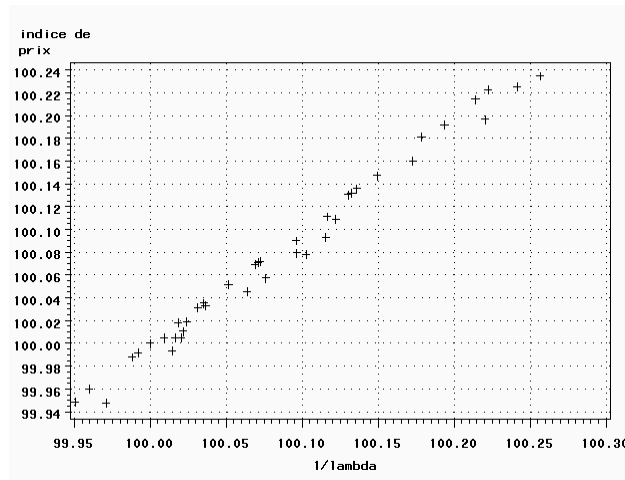


FIG. 2.7: Indice chaîne de quantités, et $\frac{1}{\mu^*}$.

utilisé précédemment. La seule différence, est qu'ici bien sûr, nous remplaçons l'algorithme de Varian par (2.42) dans l'étape 4. Le tableau (2.8) présente les résultats pour deux structures de préférence, faible séparabilité et forte séparabilité. Comme les probabilités P_2 et P_3 sont par construction, similaires aux simulations précédentes, elles sont ici omises.

Il apparaît que l'utilisation de (2.42) permet de réduire considérablement, dans le modèle étudié, l'erreur de type I, puisque dans le cas de la faible séparabilité, celle ci passe de 76 % à 10 %. Dans le cas de la forte séparabilité, l'erreur de type I passe de 77 % à 8 %. En ce qui concerne l'erreur de type II, elle est ici totalement absente. Ceci souligne donc la validité de cette algorithme. De plus si nous l'interprétons comme la déviation minimale par rapport à une mesure de l'utilité, alors les indices peuvent être considérés de façon unique.

TAB. 2.8: Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : algorithme alternatif.

Test de séparabilité : données séparables		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_1	0,90	0,92
$1 - P_1$	0,10	0,08

Test de séparabilité : données non séparables		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_4	1	1
$1 - P_4$	0	0

P_1 : Probabilité que GARP ne soit pas violé lors de la 3^{ieme} étape du test.

$1 - P_1$: Erreur de type I.

P_4 : Probabilité que GARP soit violé lors de la 2^{nde} ou 3^{ieme} étape du test.

$1 - P_4$: Erreur de type II.

Procédure finale de séparabilité, et puissance de cette procédure.

La procédure finale consiste évidemment à se servir de l'extension stochastique de GARP, ainsi que de l'algorithme (2.42) pour calculer les indices d'utilité et de prix satisfaisant les inégalités d'Afriat. Soit un ensemble $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{2k}/i = 1, \dots, T\}$ regroupant des quantités et des prix, avec $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^k)'$ et $p_i = (p_i^1, \dots, p_i^k)'$. Soit deux partitions de x_i , $x_{1,i}$ un vecteur colonne $l \times 1$ et $x_{2,i}$ un vecteur colonne $m \times 1$, tel que $l + m = k$ et que $x_{1,i}$ et $x_{2,i}$ n'aient pas d'éléments communs. Soit des quantités inobservables x_i^{*j} liées à x_i^j par la relation $x_i^{*j} = (1 + \varepsilon_i^j)x_i^j$, avec $\varepsilon_i^j \sim N(0, \sigma)$. Tester la séparabilité revient à appliquer la séquence suivante :

- (1) Etape 1 : Tester si $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{2k}/i = 1, \dots, T\}$ est rationalisé par une fonction d'utilité, en testant GARP. Soit $nvio$ le nombre de

violations, avec $0 \leq nvio \leq T(T-1)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } nvio = 0 : \text{ passer à l'étape 2} \\ \text{si } nvio \neq 0 : \text{ utiliser (2.13) et} \\ \text{calculer } JB \text{ (2.14)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{si } JB \leq \chi_2^2 \text{ à 5\% :} \\ \text{passer à l'étape 2} \\ \text{si } JB > \chi_2^2 \text{ à 5\% :} \\ \text{rejeter la séparabilité} \end{array} \right.$$

(2) Etape 2 : pour une partition $x_{1,i}$ de x_i , construire l'ensemble $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{2l}/i = 1, \dots, T\}$, et tester GARP sur cet ensemble.

Soit $nvio1$ le nombre de violations, avec $0 \leq nvio1 \leq T(T-1)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } nvio1 = 0 : \text{ passer à l'étape 3} \\ \text{si } nvio1 \neq 0 : \text{ utiliser (2.13) et} \\ \text{calculer } JB \text{ (2.14)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{si } JB \leq \chi_2^2 \text{ à 5\% :} \\ \text{passer à l'étape 3} \\ \text{si } JB > \chi_2^2 \text{ à 5\% :} \\ \text{rejeter la séparabilité} \end{array} \right.$$

(3) Etape 3 : si $nvio1 = 0$, construire en utilisant (2.42) les vecteurs $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$ satisfaisant les inégalités d'Afriat. Si $nvio1 \neq 0$ et $JB \leq \chi_2^2$ à 5%, les violations sont non significatives, mais il n'existe, par définition pas d'indices $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$ pour $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{2l}/i = 1, \dots, T\}$ satisfaisant les inégalités d'Afriat. Remplacer alors tous les $x_{1,i}^j$ par $x_{1,i}^{*j}$ solutions de (2.13), construire $D_1^* = \{(x_{1,i}^*, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{2l}/i = 1, \dots, T\}$ et calculer en utilisant (2.42) les vecteurs $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$. Dans les deux cas, construire $D_2 = \{((x_{2,i}, V_i), (p_{2,i}, \frac{1}{\mu_i})) \in (\mathbb{R}^+)^{2(m+1)}/i = 1, \dots, T\}$ et tester GARP sur cet ensemble. Soit $nvio2$ le nombre de violations avec $0 \leq nvio2 \leq T(T-1)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } nvio2 = 0 : \text{ accepter la séparabilité de } x_{1,i} \\ \text{si } nvio2 \neq 0 : \text{ utiliser (2.13) et} \\ \text{calculer } JB \text{ (2.14)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{si } JB \leq \chi_2^2 \text{ à } 5\% : \\ \text{accepter la séparabilité de } x_{1,i} \\ \text{si } JB > \chi_2^2 \text{ à } 5\% : \\ \text{rejeter la séparabilité de } x_{1,i} \end{array} \right.$$

Dans l'étape 3, seules les données dans D_1 sont si $nvio1 \neq 0$ et $JB \leq \chi_2^2$ à 5% corrigées des erreurs de mesure. Ainsi il peut y avoir des erreurs dans $x_{2,i}$ ce qui justifie l'usage de (2.13) dans l'étape 3. Dans cette étape, (2.13) est minimisée d'une façon différente, puisque comme D_1 est corrigé des erreurs de mesures, les indices $V = (V_1, \dots, V_T)'$ et $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$ sont supposés être à leur "vraies valeurs". Ainsi, la minimisation ne se fait que pour $x_{2,i}^*$ et non pour V^* les indices d'utilité restant fixes. Le programme dans ce cas s'écrit donc (2.43)

$$obj = \min \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^m \left(\frac{x_{2,i}^{*j}}{x_{2,i}^j} - 1 \right)^2 \quad (2.43)$$

sous contrainte :

$$D_2 = \left\{ \left((x_{2,i}, V_i), (p_{2,i}, \frac{1}{\mu_i}) \right) \in (\mathbb{R}^+)^{2(m+1)} / i = 1, \dots, T \right\} \text{ satisfait GARP,}$$

avec :

$$x_{2,i}^j \text{ le } j^{\text{ième}} \text{ élément de } x_{2,i}^j.$$

Pour tester la puissance de cette procédure, erreur de type I et de type II, nous adoptons la même structure de préférences, ainsi que le même modèle de prix et revenu, que précédemment. Mais, nous incorporons dans les données du second stade d'allocation du budget, une erreur multiplicative. Pour calculer l'erreur de type I, nous procédons donc comme suit :

- (1) Etape 1 : A partir du modèle de prix 1, ($\sigma_R = \sigma_p = 1\%$), nous générons une série de revenu de 40 observations, 2 séries de prix pour la première

étape de budgétisation, et 10 séries de prix pour la seconde étape de budgétisation.

- (2) Etape 2 : A partir des séries générées, et à partir des conditions du premier ordre, nous maximisons sous contrainte (2.30). Les quantités maximisant l'utilité sont notées q_i^{*1} et q_i^{*2} . Ces quantités représentant les deux budgets alloués pour les deux sous catégories, nous maximisons sous contraintes (2.31) et (2.32). Les quantités maximisant la première et la deuxième sous fonction d'utilité sont notées respectivement $x_{1,i}^* = (x_i^{*1}, x_i^{*2}, x_i^{*3}, x_i^{*4}, x_i^{*5})$ et $x_{2,i}^* = (x_i^{*6}, x_i^{*7}, x_i^{*8}, x_i^{*9}, x_i^{*10})$.
- (3) Etape 3 : Nous calculons $x_{1,i}$ et $x_{2,i}$ liés à $x_{1,i}^*$ et $x_{2,i}^*$ par une erreur multiplicative, tel que pour tout élément $x_{r,i}^j$ $x_{r,i}^j = (1 + \varepsilon_{r,i}^j)x_{r,i}^{*j}$. ($\varepsilon_{r,i}^j$ étant ici choisi pour assurer une perturbation d'environ 15 % dans l'écart type des données). Nous contruisons le groupe $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$, les groupes $D_1 = \{(x_{1,i}, p_{1,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{10} / i = 1, \dots, 40\}$ et $D_2 = \{(x_{2,i}, p_{2,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{10} / i = 1, \dots, 40\}$.
- (4) Etape 4 : Nous testons la séparabilité des données comprises dans D_1 en appliquant la procédure au début de cette section. Nous notons si c'est un succès, c'est-à-dire si à chaque étape $nvio = nvio1 = nvio2$, ou si des violations apparaissent, si elles sont à chaque fois non significatives.

Nous répétons les étapes 1 à 4, 100 fois, et notons la probabilité de succès P_1 et donc l'erreur de type I, $1 - P_1$. L'objectif étant ici d'étudier, si dans ce cadre, quand des violations apparaissent, elles sont jugées comme significatives ou non.

Pour estimer l'erreur de type II, nous procédons de la même façon pour les étapes 1 et 2. L'étape 3 et 4 sont remplacées par les étapes suivantes :

- (3) Etape 3 : Nous calculons $x_{1,i}$ et $x_{2,i}$ et contruisons le groupe $D = \{(x_i, p_i) \in (\mathbb{R}^+)^{20} / i = 1, \dots, 40\}$, et les groupes $D_3 = \{(x_i^1, x_i^2, x_i^6, x_i^7),$

$$(p_i^1, p_i^2, p_i^6, p_i^7) \in (\mathbb{R}^+)^8 / i = 1, \dots, 40\} \text{ et } D_4 = \{(x_i^3, x_i^4, x_i^5, x_i^8, x_i^9, x_i^{10}), \\ (p_i^3, p_i^4, p_i^5, p_i^8, p_i^9, p_i^{10}) \in (\mathbb{R}^+)^{12} / i = 1, \dots, 40\} \\ D_2 = \{(x_{2,i}, p_{2,i}) \in (\mathbb{R}^+)^{10} / i = 1, \dots, 40\}.$$

- (4) Etape 4 : Nous testons le séparabilité des données comprises dans D_3 en appliquant la procédure expliquée au début de cette section. Nous notons si c'est un succès, c'est-à-dire si des violations apparaissent lors de la seconde ou troisième étape du test de séparabilité, et si ces violations sont significatives.

Nous répétons les étapes 1 à 4, 100 fois, et notons la probabilité de succès P_4 et donc l'erreur de type II, $1 - P_4$. L'objectif étant ici d'étudier, si quand des violations significatives apparaissent, le test les juge comme non significatives.

TAB. 2.9: Estimation des erreurs de type I et II des tests de séparabilité : procédure stochastique.

Test de séparabilité : données séparables mesurées avec erreur.		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_1	0,85	0,83
$1 - P_1$	0,15	0,17
Test de séparabilité : données non séparables mesurées sans erreur		
Vraie structure des préférences :		
	Faible séparabilité :	Forte séparabilité :
	$B_{12} \neq 0$	$B_{12} = 0$
P_4	0,91	0,93
$1 - P_4$	0,09	0,07

P_1 : Probabilité que GARP ne soit pas violé lors des 3 étape du test, ou que les violations soient non significatives.

$1 - P_1$: Erreur de type I.

P_4 : Probabilité que GARP soit violé lors de la 2^{nde} ou 3^{ieme} étape du test, et que les violations soient significatives.

$1 - P_4$: Erreur de type II.

Les résultats de ces deux simulations, pour deux structures de préférences, faible et forte séparabilité, sont données par le tableau (2.9). Nous constatons que l'erreur de mesure augmente sensiblement les erreurs de type I qui passent de 10 % à 15 % pour la faible séparabilité et de 8 % à 17 % pour la forte séparabilité. Dans très peu de cas, GARP est violé pour D , et dans un peu plus de cas pour D_1 . Sur les 100 simulations, les violations sont cependant non significatives. Le résultat est très différent pour la troisième étape du test, puisqu'il est apparu que les erreurs de mesure conduisaient dans environ 40 % des cas à des violations, ce qui explique l'augmentation de l'erreur de type I. Certaines violations dans la troisième étape sont significatives. L'erreur de type II, est aussi augmentée lorsque l'on considère une extension stochastique de la procédure non paramétrique, puisque l'on passe de 0 % à 7% et 9%. La raison en est que certaines violations sont perçues comme non significatives

Néanmoins, les erreurs de type I et de type II restent dans des limites très acceptables. Nous présentons maintenant plusieurs applications.

2.5 Applications empiriques

Dans cette section, nous appliquons la procédure non paramétrique étendue, pour sélectionner les actifs entrant dans un agrégat large de monnaie, c'est-à-dire pour définir la monnaie. Nous utilisons des données françaises, macroéconomiques par tête, de deux types, sur la période 1980-1997. Tout d'abord, nous considérons seulement des données monétaires pour les ménages. Ensuite, étant donné que les banques centrales suivent un agrégat pour tous les détenteurs de monnaie, nous cherchons aussi à définir la monnaie pour tous les détenteurs pris ensemble. Cette deuxième application peut paraître discutable, étant donné qu'elle incorpore des comportements dif-

férents. Néanmoins, ce qui nous intéresse ici, est de savoir si les données se comportent *comme si* elles avaient été générées par un comportement de maximisation. Dans les deux cas, l'hypothèse de maximisation de l'utilité devient une hypothèse jointe de maximisation et de l'existence d'un agent représentatif. Nous commençons par présenter le cadre général de l'analyse, puis les données en détail, et enfin utilisons les tests non paramétriques.

2.5.1 Cadre général et description des données

Nous considérons donc un agent représentatif maximisant une fonction d'utilité du type (2.44).

$$U = U(x, l, m) \quad (2.44)$$

avec :

$x = (x^1, x^2, x^3, x^4)'$: un vecteur de biens de consommation réels, avec :

x^1 : les biens de consommation durables,

x^2 : les biens de consommation semi durables,

x^3 : les biens de consommation non durables,

x^4 : les services,

l : le loisir,

$m = (m^1, \dots, m^k)'$: un vecteur de biens monétaires réels que nous définirons plus précisément par la suite.

Nous supposons que (2.44) est séparable au niveau des biens monétaires. Nous pouvons ainsi réécrire (2.44) comme (2.45). A partir de (2.45), nous cherchons donc l'ensemble des biens monétaires rationalisés par la fonction d'utilité U_m .

$$U = V(x, l, U_m(m)) \quad (2.45)$$

Nous utilisons des données françaises pour les ménages, et pour l'ensemble des détenteurs, sur la période 1980-1997. Nous avons rencontré, ce qui est fréquemment le cas, deux périodicités différentes : mensuelle pour les actifs monétaires, les taux d'intérêt et certains prix, trimestrielle pour les biens de consommation. Il a été noté que la probabilité que GARP soit respecté de façon triviale en utilisant des données trimestrielles, était assez importante. La raison est, que les sauts de budget d'une période à l'autre n'autorisent que très peu d'intersections des droites budgétaires, conditions nécessaires pour que des violations de GARP puissent apparaître. Pour cette raison, nous avons ramené les données de consommation, et les prix en périodicité mensuelle. La technique utilisée, est la technique "spline", qui consiste faire passer un polynôme du troisième degré par les points connus de la courbe, puis à extrapoler les points manquants.

Si les statistiques relatives aux types d'actifs, pour l'ensemble des détenteurs de monnaie sont aisément accessibles (Banque de France, Datastream), il n'en est pas de même pour les ménages. En effet, deux informations sont disponibles. Une information en périodicité trimestrielle, donnée par le TOF (Tableau des Opérations Financières) élaboré par la Banque de France, et une information mensuelle recouvrant à peu près 90 % de la masse monétaire M3 mensuelle, recueillie à partir des bilans bancaires. Etant donné que les données du TOF concernant les ménages sont obtenues en soldant les comptes pour les autres détenteurs, il nous est apparu utile de construire une base de données mensuelles en recoupant les informations du TOF et des bilans bancaires. Nous commençons par présenter les données relatives aux quantités réelles, puis les données relatives aux prix.

Les données relatives aux biens de consommation réels, en base 1980, sont fournies par l'INSEE. Quatre catégories sont utilisées, les biens de consom-

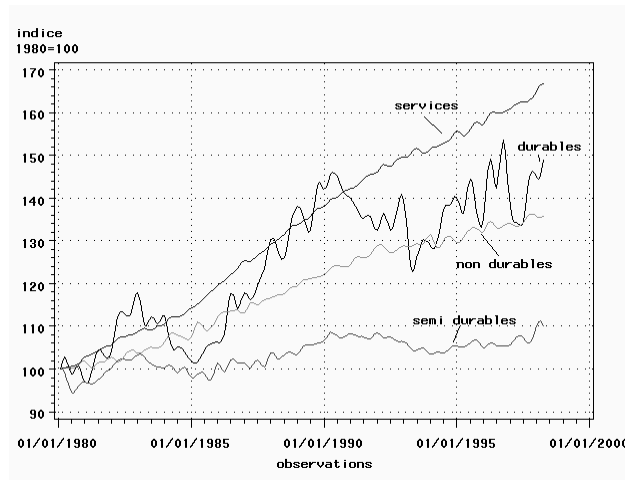


FIG. 2.8: Biens de consommation réels, et services, par tête, (1980=100).

mation durables, non durables, semi durables et les services. La figure (2.8) présente l'évolution des données par tête, pour ces quatre séries (corrigées des variations saisonnières).

Comme les biens de consommation durables durent, par définition, plus d'une période, nous n'utilisons pas directement les achats de biens durables, mais construisons un stock (Diewert (1974b), Patterson (1991), Drake (1994)). La relation liant les achats en période t , I_t et le stock, S_t est donné par (2.46).

$$S_t = I_t + (1 - \delta)S_{t-1} \quad (2.46)$$

avec :

δ , le taux de dépréciation (ici calculé pour obtenir 10% par an).

La mesure du loisir (Swofford et Whitney (1987)) est définie par (2.47),

$$(98 - \text{nombre moyen d'heures travaillées dans la semaine}) \times 4 \quad (2.47)$$

soit, la différence entre le nombre d'heures total disponible dans la semaine et le nombre moyen d'heures travaillées dans la semaine, multiplié par 4 pour obtenir une série mensuelle (figure (2.9)).

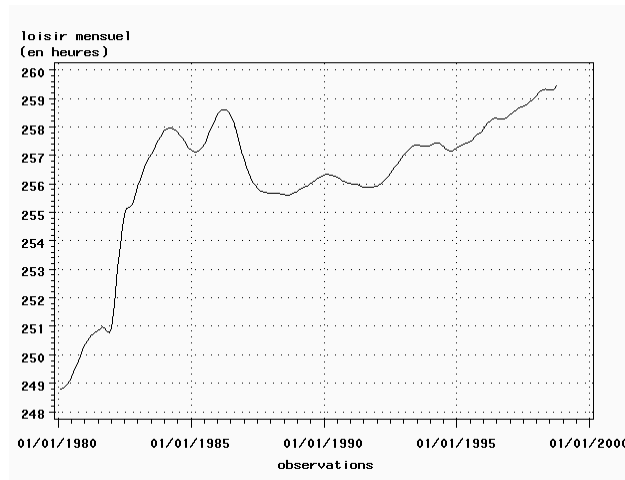


FIG. 2.9: Loisir

Pour les biens monétaires, pour l'ensemble des détenteurs de monnaie, et pour les ménages, nous considérons 15 actifs. Le tableau (2.10) présente ces actifs, les dates d'entrée dans la base de données, ainsi que le classement dans la masse monétaire (M_1 , $M_2 - M_1$, $M_3 - M_2$). Les données monétaires sont corrigées des variations saisonnières, et divisées par une mesure de la population, pour obtenir des données par tête, comme pour les biens de consommation. Les évolutions sont données par les figures de (B.1) à (B.11) pour les quantités (annexe B)(??).

Les prix des biens de consommation, sont les déflateurs associés, base 100 en 1980. Pour les stocks de biens durables nous calculons un prix d'usage (Diewert (1974b), Patterson (1991)) (2.48).

$$P_t = P_t^* \frac{(R_t + \delta(1 + \pi_t) - \pi_t)}{1 + R_t} \quad (2.48)$$

avec :

P_t^* : Le prix observé du bien durable,

R_t : Le taux maximal sur la période,

δ : Le taux de dépréciation,

TAB. 2.10: Actifs utilisés dans l'analyse.

Actif	Date d'entrée de l'actif dans la base pour :		
	Tous détenteurs	Ménages	Classement
Billets et pièces	janvier 1980	janvier 1980	M_1
Dépôts à vue	janvier 1980	janvier 1980	M_1
Livrets "A"	janvier 1980	janvier 1980	$M_2 - M_1$
Livrets "Bleu"	janvier 1980	janvier 1980	$M_2 - M_1$
Livrets imposables	janvier 1980	janvier 1980	$M_2 - M_1$
Compte d'épargne logement	janvier 1980	janvier 1980	$M_2 - M_1$
Bons de caisse	janvier 1980	janvier 1980	$M_3 - M_2$
Comptes à terme	janvier 1980	janvier 1980	$M_3 - M_2$
Comptes et titres en devises	janvier 1980	janvier 1980	$M_3 - M_2$
OPCVM	décembre 1981	décembre 1981	$M_3 - M_2$
Livrets d'épargne populaire	mai 1982	mai 1982	$M_2 - M_1$
CODEVI	novembre 1983	novembre 1983	$M_2 - M_1$
TCN	janvier 1980	mars 1987	$M_3 - M_2$
FCC	juin 1990	juin 1990	$M_3 - M_2$
Livrets "jeune"	mai 1996	mai 1996	$M_2 - M_1$

π_t : Le taux d'inflation du bien durable.

Le prix de chaque actif n'est pas le taux d'intérêt, mais un coût d'opportunité de la détention de monnaie. En effet à chaque période, l'agent a le choix entre détenir un actif servant exclusivement au passage du pouvoir d'achat rapportant R_t , et un ou plusieurs actifs rapportant r_{it} servant uniquement dans les transactions. Notons ici, que la masse monétaire est un spectre d'actifs dans le sens où des actifs non utilisés dans l'échange, ont quand même un pouvoir transactionnel. Ils peuvent être changés rapidement et sans coûts contre un actif servant, lui, directement. La différence entre ces deux taux, correspond au prix payé par un agent pour détenir un actif qui va être utilisé dans les transactions. La forme exacte du coût d'opportunité a été dérivée par Barnett (1978, 1980) dans un univers intertemporel. Le coût

d'opportunité nominal est donné par (2.49), et le coût réel par (2.50)

$$p_t \frac{R_t(1 - \tau_t) - r_{it}(1 - \tau_{it})}{1 + R_t(1 - \tau_t)} \quad (2.49)$$

p_t : L'indice de prix à la consommation,

R_t : Le taux maximal que l'on puisse obtenir sur la période,

r_{it} : Le taux associé à l'actif i en t ,

τ_{it} : Le taux d'imposition associé à l'actif i en t ,

τ_t : Le taux d'imposition associé au taux de référence sur la période t .

$$\frac{R_t(1 - \tau_t) - r_{it}(1 - \tau_{it})}{1 + R_t(1 - \tau_t)} \quad (2.50)$$

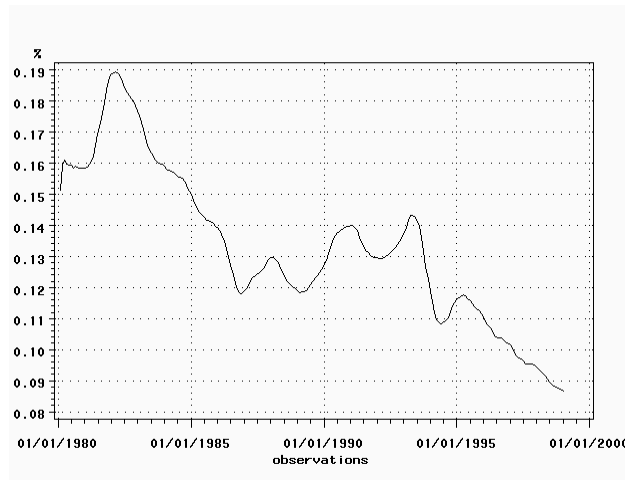
Le prix de la monnaie¹², est donc basé sur une définition transactionnelle de la monnaie, et est similaire à (2.48), mais avec un taux de dépréciation $\delta = 0$. En général, les taux d'imposition ne sont pas pris en compte dans les analyses utilisant (2.49). Néanmoins, comme la fiscalité est en France, un élément clef pour expliquer le comportement des ménages, nous contruisons pour chaque actif des taux nets d'impôts. En théorie, R_t correspond au taux d'un actif sans risque, servant au passage du pouvoir d'achat. Ici, R_t est construit de façon légèrement différente, en se servant de l'approche dite de l'enveloppe. Cette approche, consiste à choisir R_t comme le maximum des taux nets d'impôts sur les actifs concernés par l'analyse, les bons et les obligations. Pour se prémunir d'un éventuel retournement de la pente des taux d'intérêt, et aussi pour éviter un prix nul, si pour au moins un t : $r_{it} = R_t$, une constante est ajoutée dans R_t (figure (2.10)). Le tableau (2.11) présente les taux d'intérêt utilisés pour construire les taux propres des actifs. Un taux nul est choisi pour les dépôts à vue, billets et pièces. Pour les actifs

¹²Il sera expliqué plus en détail dans la partie suivante. Nous nous bornons ici à expliquer sa construction

TAB. 2.11: Taux propres des actifs.

Billets et pièces	0
Dépôts à vue	0
Livrets "A"	taux règlementé
Livrets "Bleu"	taux règlementé
Livrets imposables	taux règlementé
Compte d'épargne logement	taux règlementé
Bons de caisse	taux règlementé, puis taux à six mois
Comptes à terme	taux règlementé, puis taux à six mois
Comptes et titres en devises	taux à trois mois sur devises étrangères
OPCVM	taux à trois mois
Livrets d'épargne populaire	taux règlementé
CODEVI	taux règlementé
TCN	taux à trois mois
FCC	taux à trois mois
Livrets "jeune"	taux règlementé

compris dans $M_2 - M_1$, tous les taux sont des taux règlementés. Dans cette classe, il n'existe en fait que quatre taux différents, un taux pour les comptes d'épargne logement, un taux pour les livrets imposables (après impôts), un taux pour les livrets "A", "bleu" et CODEVI, et un taux pour livrets "jeune" et les livrets d'épargne populaire. Enfin, pour les actifs compris dans $M_3 - M_2$, le taux choisi est, pour tous les actifs un taux à trois mois, excepté pour les placements et comptes à terme et les placements en devises. Pour les placements à terme, au début de la période, les taux sont encadrés. Après la période d'encadrement, un taux à six mois est choisi. Pour les devises, un taux moyen entre un taux allemand et américain est construit. Tous les taux sont construits à partir de moyennes mobiles des taux observés, pour prendre en compte des délais d'ajustement aux prix de l'agent représentatif (moyenne mobile sur six mois). Enfin, en ce qui concerne la fiscalité, sont déduits des taux d'intérêts, les prélèvements dits "sociaux" (CSG, CRDS,

FIG. 2.10: Taux de référence R .

CESS et CSS), ainsi que les prélèvements de type libératoires. Les prix pour les actifs monétaires sont donnés par les tableaux (A.1) à (A.10) (annexe A).

Le tableau (2.12) présente les statistiques descriptives pour les quantités réelles et les prix inclus dans l'analyse. Pour les ménages, les trois actifs les plus détenus sont les dépôts à vue (21,65 % du total), les livrets "A" (23,57 % du total), et les OPCVM (13,17). Ces trois actifs représentant 58,39 % du portefeuille moyen détenu. Les dépôts à vue ont augmenté régulièrement de 1980, à mai 1991, l'indice en mai 1991 base 100 en 1980 s'établissant à 112,09. A partir de cette date, la tendance s'inverse, et l'indice en décembre 1997 base 100 en mai 1991 est de 95,98, soit une baisse d'environ 4%. La tendance est assez différente pour les livrets "A" puisque la série est, quasiment sur toute la période orientée à la baisse (-37,53 %). Enfin la série des OPCVM a un profil bien particulier en cloche puisqu'elle passe de de 107,23 à 8757,46 en mai 1993, soit une hausse de près de 8067 %. Après cette date, la série décroît rapidement pour finir à 2009,72. Deux facteurs expliquent cette évolution,

TAB. 2.12: Statistiques descriptives des données.

Actif	quantités réelles par tête				prix nominaux	
	Tous détenteurs		Ménages		\bar{p}	σ
	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ		
Billets et pièces	2117,67	129,61	2054,14	125,72	0,20	0,02
Dépôts à vue	10904,83	490,35	5754,83	280,05	0,20	0,02
Livrets "A"	6264,77	787,74	6264,77	787,74	0,12	0,02
Livrets "Bleu"	770,98	65,68	770,98	65,68	0,12	0,02
Livrets imposables	2013,28	445,24	2013,28	445,24	0,15	0,02
Compte d'épargne logement	967,23	140,70	967,23	140,70	0,16	0,02
Bons de caisse	3260,20	1249,69	3088,80	1180,95	0,16	0,02
Comptes à terme	2784,97	2163,16	1086,69	523,30	0,16	0,02
Comptes et titres en devises	478,54	248,12	43,60	41,44	0,13	0,03
OPCVM	5768,95	3982,23	3500,85	2638,25	0,09	0,03
Livrets d'épargne populaire	659,53	289,97	659,53	289,97	0,11	0,02
CODEVI	927,72	310,49	927,72	310,49	0,12	0,02
TCN	1400,01	1288,76	88,64	40,89	0,10	0,02
FCC	136,98	71,25	122,66	77,19	0,11	0,02
Livrets "jeune"	194,56	23,52	194,56	23,52	0,11	0,02

tout d'abord, à partir de 1993, la baisse des taux associés aux OPCVM, ce qui rend le placement moins intéressant, ensuite la fiscalité qui est moins avantageuse sur la fin de période. Des résultats similaires apparaissent pour l'ensemble des détenteurs, puisque ces trois actifs représentent environ 60 % de la détention.

2.5.2 Définition de la monnaie pour les ménages

Le tableau (2.13), présente les résultats des tests non paramétriques pour les ménages. Comme, de 1980 à 1997 de nouveaux actifs entrent dans l'analyse, nous conduisons les tests pour sept sous périodes.

La première étape, consiste à analyser si une fonction d'utilité rationalise

TAB. 2.13: Résultats des test non paramétriques avec erreur de mesure : données pour les ménages.

Actifs inclus	01 :1980	12 :1981	05 :1982	11 :1983	03 :1987	06 :1990	05 :1996
dans l'analyse	11 :1981	04 :1982	10 :1983	02 :1987	05:1990	04 :1996	12 :1997
Billets et pièces	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Dépôts à vue	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets "A "	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets "Bleu"	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets imposables	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
CEL	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Bons de caisse	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Comptes à terme	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Comptes et titres en devises	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
OPCVM		U1	U1	U1	U1	U1	U1
LEP			U1	U1	U1	U1	U1
CODEVI				U1	U1	U1	U1
TCN					U1	U1	U1
FCC						U1	U1
Livrets "jeune"							U1

Etape 1 : Test de l'existence de U							
# de violations	0	0	0	0	0	0	0
Fonction objectif	0	0	0	0	0	0	0
Test de normalité							
P-value							

Etape 2 : Test de l'existence de U_m							
# de violations	0	0	0	2	2	5	0
Fonction objectif	0	0	0	0,0075	0,0036	0,0010	0
Test de normalité				1,21	2,95	3,21	
P-value				0,54	0,22	0,20	

Etape 3 : Test de la séparabilité de U_m							
# de violations	2	0	0	0	0	0	0
Fonction objectif	0,04	0	0	0	0	0	0
Test de normalité	1,07						
P-value	0,58						

Condition suffisante d'Afriat							
	S	S	S	S	S	S	S

"U1" dans une colonne indique que l'actif dans la ligne correspondante est inclus dans l'analyse.

"S" dans une colonne indique que ce groupe est séparable.

l'ensemble des données, c'est-à-dire les biens de consommation, le loisir et les biens monétaires. Dans aucune sous période, n'apparaissent de violations, indiquant que l'hypothèse de maximisation ne peut pas être rejetée.

Etant donné ces résultats, nous passons à l'étape 2, qui consiste à tester si les biens monétaires inclus dans l'analyse, sont rationalisés par une fonction d'utilité. En ce qui concerne les périodes 1, 2, 3 et 7, GARP n'est pas violé, et ici aussi l'hypothèse nulle n'est pas rejetée. Pour les périodes 4, 5 et 6, en revanche des violations apparaissent, respectivement 2, 2 et 5. Le test de normalité associé à ces violations indique cependant que ces dernières ne sont pas significatives au seuil de 5%, et dans les trois cas nous acceptons l'hypothèse nulle. Notons, que l'ajustement requis pour que les données satisfassent au critère de maximisation est relativement faible, soit respectivement 0,0075, 0,0036 et 0,0010.

Enfin, lors de la troisième étape de l'analyse, qui consiste à tester la séparabilité de la fonction d'utilité monétaire, des violations de GARP apparaissent seulement dans la première période. Elles ne sont toutefois pas significatives. Tous les actifs entrant dans l'analyse peuvent donc être définis comme de la monnaie. L'ensemble des actifs valorisés pour leur rôle de monnaie, par un agent représentatif, ne se réduit donc pas à un ensemble d'actifs liquides, directement acceptables dans l'échange, puisque les OPCVM, et autres FCC sont aussi de la monnaie. L'évolution de la détention totale de monnaie réelle est donnée par le figure (2.11). Sur la période étudiée, la détention moyenne, s'établit à 4171,39 Francs par agent et par mois. On notera une tendance croissante de la série jusqu'en 1993, puis une forte décroissance jusqu'en 1997.

Le tableau (2.14) présente la répartition du portefeuille moyen pour un ménage représentatif . Un tel ménage alloue plus de la moitié du budget

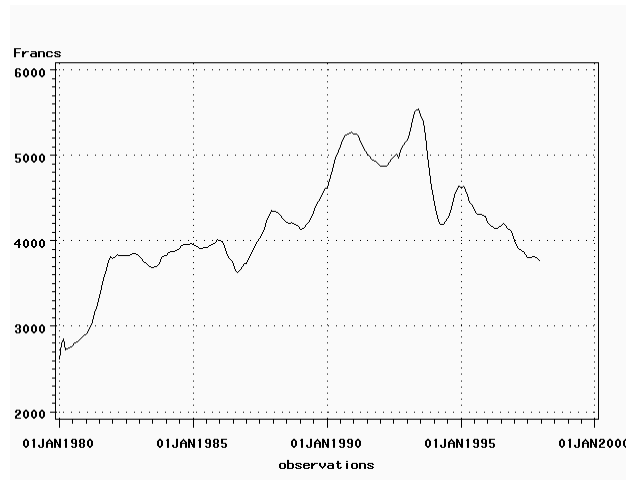


FIG. 2.11: Evolution de la détention totale de monnaie, ménages, données par tête.

TAB. 2.14: Répartition du portefeuille moyen pour un ménages représentatif.

Actif	%
Billets et pièces	10,24
Dépôts à vue	28,88
Livrets "A"	18,66
Livrets "Bleu"	2,32
Livrets imposables	7,48
Compte d'épargne logement	3,87
Bons de caisse	11,80
Comptes à terme	4,41
Comptes et titres en devises	0,15
OPCVM	7,57
Livrets d'épargne populaire	1,84
CODEVI	2,33
TCN	0,15
FCC	0,14
Livrets "jeune"	0,06

monétaire entre les billets et pièces (10,24 %), les dépôts à vue (28,88 %) et les livrets "A" (18,66 %).

2.5.3 Définition de la monnaie pour l'ensemble des détenteurs

Nous conduisons les mêmes tests, mais pour l'ensemble des détenteurs de monnaie. C'est-à-dire, nous posons l'hypothèse que la masse monétaire dans son ensemble, se comporte comme si elle avait été générée par la maximisation d'un seul type d'agent représentatif.

Les résultats sont donnés par le tableau (2.15). Les résultats sont similaires à ceux des ménages. En effet, aucune violation n'apparaît lors de la première étape du test de maximisation, indiquant que, pour chaque période, une fonction d'utilité rationalise l'ensemble des données. Au niveau de la deuxième étape, seulement deux violations apparaissent pour la quatrième période, ces violations étant toutefois à 5 % non significatives. Enfin, au niveau de la troisième étape, des violations apparaissent pour les périodes 4 et 5, mais, avec des P-value de 0,90 et 0,42, la séparabilité est acceptée.

Ainsi, tous les actifs entrant dans l'analyse, pour chaque période, sont donc définis comme de la monnaie. A noter que les périodes de l'analyse sont différentes de celles pour les ménages, car la série TCN ne peut être considérée de façon uniforme durant l'intégralité de la période, de nouveaux actifs entrant dans la série. La détention moyenne par mois et par agent représentatif est de 6023,47 F, et la répartition est donnée par le tableau (2.16). Les dépôts à vue (37,89 %), livrets "A" (12,95) et OPCVM (9,13 %) représentent environ 60 % de la dépense monétaire totale. .

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes servis de la structure des préférences d'un agent représentatif comme vecteur, pour passer d'un concept théorique

TAB. 2.15: Résultats des test non paramétriques avec erreur de mesure : tous les détenteurs.

Actifs inclus	1980 :01	1981 :12	1982 :05	1983 :11	1987 :03	1990 :06	1992 :03	1996 :05
dans l'analyse	1981 :11	1982 :04	1983 :10	1987 :02	1990 :05	1992 :02	1996 :04	1997 :12
Billets et pièces	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Dépôts à vue	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets "A "	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets "Bleu"	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Livrets imposables	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
CEL	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Bons de caisse	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Comptes à terme	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
Comptes et titres en devises	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
TCN1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
OPCVM		U1	U1	U1	U1	U1	U1	U1
LEP			U1	U1	U1	U1	U1	U1
CODEVI				U1	U1	U1	U1	U1
TCN2					U1	U1	U1	U1
FCC						U1	U1	U1
TCN3							U1	U1
Livrets "jeune"								U1
Etape 1 : Test de l'existence de U								
# de violations	0	0	0	0	0	0	0	0
Fonction objectif	0	0	0	0	0	0	0	0
Test de normalité								
P-value								
Etape 2 : Test de l'existence de U_1								
# de violations	0	0	0	2	0	0	0	0
Fonction objectif	0	0	0	0.0043	0	0	0	0
Test de normalité				2.26				
P-value				0.32				
Etape 3 : Test de la séparabilité de U_1								
# of violations	0	0	0	7	2	0	0	0
Fonction objectif	0	0	0	0.0159	0.0007	0	0	0
Test de normalité				0.22	1.72			
P-value				0.90	0.42			
Condition suffisante d'A friat	S	S	S	S	S	S	S	S

"U1" dans une colonne indique que l'actif dans la ligne correspondante est inclus dans l'analyse.

"S" dans une colonne indique que ce groupe est séparable.

TAB. 2.16: Répartition du portefeuille moyen pour un agent représentatif (tous les détenteurs).

Actif	%
Billets et pièces	7,33
Dépôts à vue	37,89
Livrets "A"	12,95
Livrets "Bleu"	1,61
Livrets imposables	5,19
Compte d'épargne logement	2,69
Bons de caisse	8,72
Comptes à terme	7,71
Comptes et titres en devises	1,15
OPCVM	9,13
Livrets d'épargne populaire	1,27
CODEVI	1,62
TCN	2,58
FCC	0,11
Livrets "jeune"	0,04

de monnaie, à des formes empiriques correspondant à ce concept. Plus particulièrement, nous avons sélectionné un groupe d'actifs en utilisant le concept de faible séparabilité de la fonction d'utilité monétaire. Pour tester la séparabilité, nous avons étendu la séquence de tests non paramétriques définie par Varian (1983), largement utilisée dans la littérature concernée par la microéconomie de la monnaie. Les résultats principaux de ce chapitre au niveau des techniques utilisées sont :

(1) Dans un univers non stochastique, dans lequel les données sont mesurées sans erreurs, la procédure non paramétrique (NONPAR) de Varian (1983) est assez peu puissante, étant fortement biaisée dans le sens du rejet de la séparabilité. La raison principale est que les indices d'utilité et de prix calculés à l'étape 3 de la procédure, ne satisfont jamais la propriété de faible réversibilité des indices. Ainsi les couples $(V_i, \frac{1}{\mu_i})$ ne représentent pas

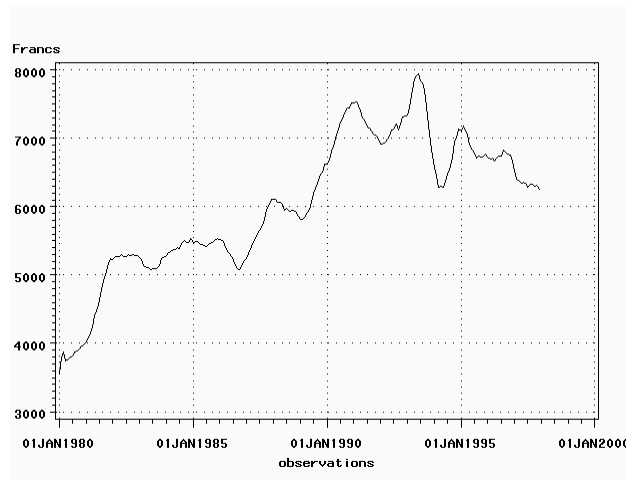


FIG. 2.12: Evolution de la détention totale de monnaie, ensemble des détenteurs, données par tête.

l'évolution des flux de dépenses associés à la sous utilité.

(2) L'introduction d'un nouvel algorithme pour calculer $(V_i, \frac{1}{\mu_i})$ permet de réduire considérablement l'erreur de type I, tout en conservant une erreur de type II assez faible. Plus précisément, utiliser cet algorithme, permet de réduire la probabilité de rejeter la séparabilité quand il y a séparabilité, tout en gardant une probabilité faible d'accepter la séparabilité quand il n'y a pas séparabilité.

(3) Dans un univers stochastique, il est apparu que GARP était robuste quand les données sont mesurées avec des erreurs assez faibles ($\sigma = 5\%$), mais que l'axiome était souvent violé pour des erreurs de l'ordre de 10 % ou 15 %.

(4) La procédure développée dans cette partie visant à tester la significativité des violations de GARP est très puissante.

(5) La combinaison du test de significativité des violations et de l'algorithme pour le calcul des couples $(V_i, \frac{1}{\mu_i})$, étend la procédure de test de

séparabilité, et est aussi assez puissante.

En utilisant cette dernière procédure, au niveau des résultats, nous avons cherché à définir la monnaie en utilisant deux types de données. Des données pour les ménages, et des données pour l'ensemble des détenteurs de monnaie. Quelque soit le type de données, les résultats indiquent que : (1) Il existe une fonction d'utilité faiblement séparable qui rationalise un ensemble d'actifs monétaires. (2) Cet ensemble est constitué des actifs compris dans M_3 . Ainsi, la monnaie ne se réduit pas à un ensemble d'actifs directement acceptés dans l'échange (M_1), puisque des actifs comme les OPCVM et les FCC doivent aussi être pris en compte.

Chapitre 3

Mesure du flot de services monétaires, théorie de l'agrégation

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons utilisé le critère de faible séparabilité pour sélectionner un ensemble d'actifs valorisés dans leur rôle de monnaie, par un agent représentatif. Ce critère, qui nous a servi de vecteur pour passer d'une forme théorique à une forme empirique de monnaie, est aussi la condition fondamentale pour que puisse exister un agrégat. Ceci découlant du fait que, si les préférences associées à un groupe d'actifs sont faiblement séparables, alors les effets de substitution sont internalisés. Il est ainsi équivalent de dire qu'il y a faible séparabilité, et qu'un agrégat existe.

Une fois les conditions de l'agrégation posées, il faut résoudre le problème de la méthode d'agrégation, c'est-à-dire la façon dont on va synthétiser l'évolution jointe des quantités (et des prix). En ce qui concerne les agrégats de

quantités, la méthode généralement retenue par les banques centrales est la simple sommation. Ainsi, un agrégat large de monnaie comme M3 est formé par la sommation de ses composants. Or, sommer les actifs monétaires n'a de sens que si ceux-ci sont parfaits substitués, ce qui est une hypothèse très forte et certainement irréaliste. En effet, si les actifs sont parfaits substitués, pourquoi ne détient-on pas seulement l'actif le moins cher ?

En réaction à cette méthode d'agrégation, s'est développée à la suite des travaux de Diewert (1976, 1978, 1980)¹, Barnett (1980, 1987) et de Barnett, Offenbacher et Spindt (1984), une littérature suggérant l'emploi de nombres indices pour agréger les actifs monétaires. S'appuyant sur des développements théoriques, cette littérature a montré que certains nombres indices étaient capables d'approximer les variations de la fonction agréegante (fonction d'utilité ou fonction distance, fonction de coût), alors que les indices simples sommes en étaient incapables. L'enjeu est ici crucial, car un agrégat construit par simple sommation ne va généralement pas mesurer la monnaie, avec les implications qui s'en suivent, notamment en terme de politique monétaire.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons tout d'abord à la théorie microéconomique de l'agrégation, en introduisant les notions de fonctions agréegantes et d'indices exacts et superlatifs. Dans un second temps, nous montrerons comment cette théorie a été appliquée à la théorie monétaire, application centrée sur la définition du prix de la monnaie. Enfin, dans une dernière section, une analyse empirique sur données françaises est proposée.

¹On trouvera un recueil des textes cités dans Diewert et Nakamura (1993).

3.2 Analyse théorique de l'agrégation

La théorie de l'agrégation est concernée par deux thèmes : l'agrégation des biens et l'agrégation des agents. Dans ce chapitre, ainsi que dans l'ensemble de cette thèse, nous ne considérons que l'agrégation des biens. En ce qui concerne l'agrégation des agents, nous utilisons la fiction d'un agent représentatif. Ceci est une hypothèse forte, mais justifiée, dans le sens où, en utilisant des données par tête, nous avons montré qu'une fonction d'utilité rationalisait l'ensemble des données (x, l, m) et qu'une fonction faiblement séparable rationalisait un groupe d'actifs monétaires. Nous pouvons donc accepter l'hypothèse jointe de maximisation de l'utilité, et d'un agent représentatif. Nous introduisons dans un premier temps les raisons théoriques justifiant l'agrégation sur les biens, puis les méthodes d'agrégation.

3.2.1 Justifications théoriques de l'agrégation sur les biens

Principalement, deux approches peuvent être utilisées pour justifier l'agrégation des biens : le théorème de l'agrégation de Hicks (1946), et la faible séparabilité de Leontief (1947) et Shephard (1953).

La première, repose sur le théorème de l'agrégation de Hicks (1946). Ce dernier a démontré que si les prix d'un groupe de biens évoluent dans les mêmes proportions, alors ce groupe se comporte comme s'il n'était qu'un seul bien. Des développements alternatifs de ce théorème dans la théorie du consommateur peuvent aussi être trouvés dans Wold (1953), Gorman (1953) ou Diewert (1980). Cependant, même si le théorème de la proportionalité des prix donne une justification pour agréger des biens, son usage est toutefois assez limité. Par exemple, concernant les actifs trouvés séparables dans le

chapitre précédent, si nous analysons la corrélation entre les prix, il apparaît que les prix des billets et pièces sont faiblement corrélés avec celui des TCN (0,26). De même, les corrélations entre le prix des OPCVM et le prix des actifs compris dans M2 n'excède pas 0,70. Dans ce cas présent, le choix d'un groupe d'actifs agrégeables, aurait certainement été différent du groupe d'actifs sélectionné par le critère de faible séparabilité.

La seconde méthode justifiant l'agrégation des biens a été introduite par Leontief (1947) et Shephard (1953). Elle repose sur la faible séparabilité des préférences et sur l'homogénéité de degré 1 de la fonction de sous utilité.

Soit une fonction d'utilité donnée par $u = f(x, z)$, avec $x = (x_1, \dots, x_N)'$ un vecteur colonne $N \times 1$ et $z = (z_1, \dots, z_M)'$ un vecteur colonne $M \times 1$, avec $x_i > 0, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ et $z_i > 0, \forall i \in \{1, \dots, M\}$. Pour des prix p^x et p^z ayant respectivement la même dimension que x et z , maximiser l'utilité revient à minimiser le programme dual, soit ici minimiser le coût pour atteindre un niveau d'utilité donné (3.1),

$$C(u; p^x, p^z) = \min_{x, z} \{p^x \cdot x + p^z \cdot z : f(x, z) \geq u\} \quad (3.1)$$

la fonction $C(\cdot)$ étant, sous certaines conditions entièrement déterminée par $f(\cdot)$. Afin de justifier l'agrégation pour x , Shephard (1953) pose l'hypothèse qu'il existe une utilité faiblement séparable, $f_x(\cdot)$, que cette dernière est continue, homogène de degré 1 et concave. $u = f(x, z)$ peut donc se réécrire (3.2).

$$f(x, z) = F(f_x(x), z) \quad (3.2)$$

avec :

$F(\cdot)$: la fonction macro, en opposition à $f(\cdot)$ appelé fonction micro,

$f_x(\cdot)$: la fonction de sous utilité, et la fonction agrégeante

Le programme de minimisation (3.1) devient donc pour $F(\cdot)$ (3.3).

$$C_F(u; p^x, p^z) = \min_{y, z} \{p_0 \cdot y + p^z \cdot z : F(y, z) \geq u\} \quad (3.3)$$

dans lequel p_0 est un indice de prix correspondant à l'agrégat y , et le programme de minimisation de la sous utilité s'écrit (3.4).

$$C_{f_x}(y, p^x) = \min_x \{p^x \cdot x : f_x(x) \geq y\} \quad (3.4)$$

Comme C_{f_x} est, sous certaines conditions, totalement déterminé par $f_x(x)$, et sous l'hypothèse d'homogénéité de cette dernière, nous pouvons écrire $C_{f_x}(y, p^x) = y c_{f_x}(p^x)$, $c_{f_x}(p^x)$ étant la fonction de coût unitaire. (3.3) et (3.4) correspondent à un programme de maximisation en deux étapes. Dans la première étape, l'agent affecte son budget entre un vecteur de consommation z et un sous budget y . Dans un deuxième temps sous contrainte de ce sous budget, il maximise une fonction de sous utilité $f_x(x)$, la solution du programme étant le vecteur x .

En partant de cette structure des préférences, Shephard (1953) a montré que, si x^* et z^* sont les solutions du programme (3.1), si $f_x(\cdot)$ est faiblement séparable et homogène de degré 1, et si la forme de la fonction de la sous fonction d'utilité est connue, alors l'agrégat noté y^* est défini comme (3.5)

$$y^* = f_x(x^*), \text{ ou } y^* = \frac{p \cdot x^*}{c_{f_x}(p^x)} \quad (3.5)$$

de même l'agrégat de prix p_0 peut être défini comme (3.6)

$$p_0 = c_{f_x}(p^x), \text{ ou } \frac{p^x \cdot x^*}{f_x(x^*)} \quad (3.6)$$

S'il y a maximisation, si la structure des préférences est faiblement séparable et la sous fonction d'utilité est homogène de degré 1, alors la fonction agrégeante pour les quantités est la fonction de sous utilité elle-même, l'agrégat est le niveau d'utilité. Les effets de substitution sont totalement internalisés. Concernant les prix, la fonction agrégeante est la fonction de coût unitaire. Ainsi, l'agrégat de quantité indique les quantités nécessaires pour atteindre un niveau d'utilité donné, et l'agrégat de prix correspond au

coût minimal pour atteindre ce niveau d'utilité. Ce cadre, constitue le cadre général de l'agrégation que nous utilisons dans cette thèse.

Néanmoins, deux problèmes apparaissent. Premièrement, la forme de la fonction agrégeante est généralement inconnue. Deuxièmement, celle-ci n'est pas forcément homogène de degré 1. Nous considérons maintenant ces deux points. Le premier point est résolu en introduisant des indices de quantité et de prix dits superlatifs. Le second est résolu en choisissant parmi les indices superlatifs, un indice ayant des caractéristiques particulières.

3.2.2 Méthodes d'agrégation paramétriques et non paramétriques

Dans les travaux empiriques, la forme de la fonction agrégeante, est généralement inconnue. Notons ici, que pour calculer un agrégat de prix ou de quantité il suffit de connaître un des deux agrégats et de déduire l'autre par la propriété de faible réversibilité. Deux méthodes peuvent être utilisées pour calculer un agrégat, une méthode paramétrique, et une méthode non paramétrique.

La méthode paramétrique consiste à supposer une forme fonctionnelle pour la fonction d'utilité, ou la fonction de coût unitaire. En utilisant des données de prix et de quantités, il suffit alors d'estimer économétriquement les paramètres de la forme fonctionnelle et ainsi calculer le niveau d'utilité (ou le coût), et donc l'agrégat (Arrow (1974)). Nous exposons brièvement cette méthode, puis, en détails, la méthode non paramétrique.

Nous supposons les données faiblement séparables, avec une fonction d'utilité homogène de degré 1. Dans toute cette sous-section, nous ne nous placerons qu'au niveau de la fonction de sous utilité, et confondrons donc les notions d'utilité et de sous utilité utilisées au préalable. Nous redéfinissons

donc $f_x(x) = F(x)$, $C_{f_x} = C$, $y = u$ et $p = p^x$. La minimisation du coût devient donc (3.7).

$$C(u, p) = \min_x \{p \cdot x : F(x) \geq u\} \quad (3.7)$$

Comme par définition, $F(\lambda x) = \lambda F(x)$, la fonction de coût est égale à u fois la fonction de coût unitaire $c(p) = C(1, p)$. C'est dire (3.8)

$$C(u, p) = uC(1, p) = uc(p) \quad (3.8)$$

Méthodes paramétriques d'agrégation

Si des données sont rationalisées par une fonction d'utilité, et la fonction d'utilité est dérivable, les conditions du premier ordre du programme de maximisation de l'utilité $F(\cdot)$ pour une observation $x^r, r = 0, \dots, T$ et des prix $p^r, r = 0, \dots, T$ sont données par (3.9)

$$\frac{p^r}{p^r \cdot x^r} = \frac{\nabla F(x^r)}{x^r \cdot \nabla F(x^r)} \quad (3.9)$$

avec :

$\nabla F(x^r)$ le gradient estimé au point x^r , c'est-à-dire le vecteur des dérivées premières.

Comme $F(\cdot)$ est par hypothèse homogène de degré 1, en se servant du théorème d'Euler, $x^r \cdot \nabla F(x^r)$ peut être remplacé par $F(x^r)$. Ainsi (3.9) peut être ré écrit comme (3.10).

$$\frac{p^r}{p^r \cdot x^r} = \frac{\nabla F(x^r)}{F(x^r)} \quad (3.10)$$

Il suffit alors de trouver une forme fonctionnelle pour $F(\cdot)$ et d'estimer économétriquement (3.10). Par exemple, si nous postulons que la forme de $F(\cdot)$ est donnée par la fonction translog de Christensen, Jorgenson et Lau (1971)

(3.11), quadratique dans les logarithmes,

$$\ln F(x^r) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln x_i^r + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \ln x_i^r \ln x_j^r \quad (3.11)$$

avec, pour assurer l'homogénéité :

$$\sum_{i=1}^N \beta_i = 1,$$

$$\beta_{ij} = \beta_{ji},$$

$$\sum_{j=1}^N \beta_{ij} = 0 \text{ pour } i = 1, \dots, N.$$

alors les paramètres de (3.11) seront déduits de l'estimation de (3.12)

$$\frac{p_n^r}{p^r \cdot x^r} = \frac{\beta_i + \sum_{i=1}^N \beta_{ni} \ln x_i^r}{x_n^r}, n = 1, \dots, N; r = 0, \dots, T \quad (3.12)$$

Ils ne reste alors qu'à remplacer les paramètres dans (3.11) et à calculer un niveau d'utilité pour chaque $r = 0, \dots, T$, avec $F(x^0) = 1$ (normalisation). L'indice de prix peut alors être déduit des niveaux d'utilité calculés, par la propriété de faible réversibilité, ou en procédant d'une façon analogue, c'est-à-dire en fixant une forme à la fonction de coût unitaire, et en estimant cette forme économétriquement. Notons que ces deux indices de prix ne coïncideront pas, correspondant à deux technologies différentes.

Méthodes non paramétriques d'agrégation : les nombres indices

La deuxième méthode, la plus généralement employée est nonparamétrique. A la différence de la première, il n'est pas nécessaire d'estimer une forme paramétrique pour la fonction d'utilité ou la fonction de coût, puisque seules les variations de ces dernières sont prises en comptes. Elles sont alors approximées par des nombres indices de quantité ou de prix. Cette approche a été développée par Diewert (1976, 1978, 1980).

Lorsque l'on parle de nombres indices, trois approches peuvent être considérées dont une purement statistique (Fisher (1922)) et une microéconomique. Nous ne considérons ici que l'approche microéconomique, les indices

n'ayant un sens que dans un cadre de maximisation de l'utilité. Nous commençons par définir les indices de prix et de quantités.

Un indice de prix est fonction des prix des deux périodes p^1 et p^2 et d'une quantité, x^1 ou x^2 , que nous laissons pour le moment indéfinie, soit x . L'indice de prix (Könus (1939)) est alors défini comme (3.13)

$$p_K(p_1, p_2, x) = \frac{C(F(x), p^2)}{C(F(x), p^1)} \quad (3.13)$$

Pour un niveau d'utilité $u = F(x)$, l'indice de prix est alors le coût minimal pour atteindre ce niveau d'utilité au prix p^2 , rapporté au coût minimal pour atteindre le même niveau d'utilité aux prix p^1 . Si la fonction d'utilité $F(\cdot)$ est homogène de degré 1, Samuelson et Swamy (1974) ont montré que l'indice (3.13) était indépendant du niveau d'utilité. La fonction de coût $C(F(x), p^2)$ peut alors s'écrire $F(x)c(p)$. On a alors $p_K(p_1, p_2, x) = \frac{C(p^2)}{C(p^1)}$. Dans la pratique $C(\cdot)$, $c(\cdot)$ et $F(\cdot)$ sont inconnues, et l'on se sert d'un encadrement de l'indice de prix, à savoir l'indice de prix de Paasche (3.14) et l'indice de prix de Laspeyre (3.15), liés à celui de Könus par (3.16)

$$p_K(p_1, p_2, x^1) \leq P_L(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{p^2 \cdot x^1}{p^1 \cdot x^1} \quad (3.14)$$

$$p_K(p_1, p_2, x^2) \geq P_P(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{p^2 \cdot x^2}{p^1 \cdot x^2} \quad (3.15)$$

$$P_P(p^1, p^2, x^1, x^2) \leq p_K(p_1, p_2, x) \leq P_L(p^1, p^2, x^1, x^2) \quad (3.16)$$

De même, un indice de quantité est une fonction des quantités x^1 , x^2 , des prix p^1 , p^2 et d'un vecteur de référence x . Sous l'hypothèse de minimisation du coût, on peut définir l'indice de quantité de Könus (3.17).

$$\begin{aligned} Q_K(p^1, p^2, x^1, x^2, x) &= \frac{p^2 \cdot x^2}{p^1 \cdot x^1 P_K(p^1, p^2, x)} \\ &= \frac{\frac{C(F(x^2), p^2)}{C(F(x), p^2)}}{\frac{C(F(x^1), p^1)}{C(F(x), p^1)}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Si $x = x^1$, la formule devient (3.18), c'est l'indice de Laspeyre des quantités, si $x = x^2$ la formule devient (3.19), c'est l'indice de Paasche des quantités.

$$Q_L(p^1, p^2, x^1, x^2, x^1) = \frac{C(F(x^2), p^2)}{C(F(x^1), p^2)} \quad (3.18)$$

$$Q_P(p^1, p^2, x^1, x^2, x^2) = \frac{C(F(x^2), p^1)}{C(F(x^1), p^1)} \quad (3.19)$$

Ces deux indices ne sont que deux cas particuliers de l'indice de quantité d'Allen (1949) (3.20)

$$Q_A(x^1, x^2, p) = \frac{C(F(x^2), p)}{C(F(x^1), p)} \quad (3.20)$$

Ainsi, l'indice des quantités, est pour un niveau de prix donné, la quantité minimale pour atteindre un niveau d'utilité, relativement à la quantité minimale requise pour atteindre un autre niveau d'utilité. Enfin, si la sous utilité est homogène de degré un, l'agrégat mesure le rapport des sous utilités et : $Q_K(p^1, p^2, x^1, x^2, x) = \frac{F(x^2)}{F(x^1)}$, puisqu'il y a indépendance par rapport au niveau de référence. Comme précédemment, les fonctions de coût et d'utilité sont inconnues, les indices de Paasche et de Laspeyre, peuvent fournir un encadrement (3.21).

$$Q_P \leq Q_K = \frac{F(x^2)}{F(x^1)} \leq Q_L \quad (3.21)$$

Indices exacts et superlatifs Jusqu'ici, nous avons défini les indices de prix et de quantité, mais étant donné que les formes fonctionnelles sont inconnues, nous ne pouvons avoir recours qu'à des encadrements des vraies variations de l'utilité et de la fonction de coût unitaire. Diewert (1976, 1978) propose de dépasser cette difficulté en introduisant la notion d'indice exact et superlatif.

Un indice sera dit exact s'il correspond exactement aux variations d'une forme fonctionnelle donnée. Soit $F^*(.)$ une forme fonctionnelle de la fonction d'utilité, et $c^*(.)$ une forme fonctionnelle pour la fonction de coût unitaire, nous dirons que $Q(p^1, p^2, x^1, x^2)$ est exact pour une forme fonctionnelle si (3.22) est vérifié et que $P(p^1, p^2, x^1, x^2)$ est exact si (3.23) est vérifié.

$$Q(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{F^*(x^2)}{F^*(x^1)} \quad (3.22)$$

$$P(p^1, p^2, x^1, x^2) = \frac{c^*(x^2)}{c^*(x^1)} \quad (3.23)$$

Par exemple, l'indice idéal de Fisher (3.24) est exact pour une fonction agrégante $F^*(.)$ de type (3.25) (fonction quadratique).

$$Q_F(p^1, p^2, x^1, x^2) = \sqrt{\frac{p^1 \cdot x^2 p^2 \cdot x^2}{p^1 \cdot x^1 p^2 \cdot x^1}} \quad (3.24)$$

$$F^*(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_i x_j} = (x' A x)^{\frac{1}{2}} \quad (3.25)$$

avec :

$A = [a_{ij}]$, une matrice symétrique.

Ainsi, si les préférences peuvent être représentées par une fonction du type (3.25), l'indice de quantité de Fisher va correspondre exactement aux variations de l'utilité entre les deux périodes, sans que l'on ait besoin ni d'estimation économétrique, ni de la connaissance des paramètres α_{ij} de la fonction. L'indice de prix peut alors être calculé en se servant de la propriété de faible réversibilité.

Utilisant la notion d'exactitude, Diewert (1976, 1978) définit un indice comme étant superlatif, s'il correspond exactement aux variations d'une forme flexible capable d'approximer au second ordre une large classe de fonctions de coût unitaire $c(.)$ ou d'utilité $F(.)$. Une fonction $F^*(.)$ approxime

au second ordre une fonction $F(\cdot)$ si $F^*(x^0) = F(x^0)$, $\nabla F^*(x^0) = \nabla F(x^0)$ et $\nabla^2 F^*(x^0) = \nabla^2 F(x^0)$. C'est-à-dire si l'estimation en un point est la même, si les dérivées premières en un point sont les mêmes, et si les dérivées secondes en un point sont les mêmes. Par exemple, la fonction translog (3.11) est capable d'approximer au second ordre une large classe de fonctions d'utilité homogènes de degré 1.

Pour étudier les nombres indices exacts pour la fonction translog, reprenons la démarche de Diewert (1976). Soit s un vecteur $(N \times 1)$, et soit la fonction quadratique $g(s)$ définie par (3.26).

$$\begin{aligned} g(s) &= \alpha_0 + \alpha' s + \frac{1}{2} s' A s \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_{is} s_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} s_i s_j \end{aligned} \quad (3.26)$$

avec :

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \forall j \in \{1, \dots, N\}.$$

En utilisant le lemme de Theil et Kloek, nous savons que :

$$g(s^1) - g(s^0) = \frac{1}{2} (\nabla g(s^1) + \nabla g(s^0))' (s^1 - s^0) \quad (3.27)$$

Soit la fonction translog similaire à (3.11) définie pour le vecteur x , $(N \times 1)$ par

$$\ln F^*(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \ln x_i \ln x_j \quad (3.28)$$

avec, pour assurer l'homogénéité :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \beta_i &= 1, \\ \beta_{ij} &= \beta_{ji}, \\ \sum_{j=1}^N \beta_{ij} &= 0 \text{ pour } i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

En posant $g^*(s^1) = \ln F^*(x^1)$, $g^*(s^0) = \ln F^*(x^0)$, $s^1 = \ln x^1$ et $s^0 = \ln x^0$, nous pouvons ré-écrire (3.28) en effectuant un changement de variable (3.29)

et appliquer le lemme à (3.29), soit (3.30).

$$g^*(s) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i s^i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} s_i \ln s_j \quad (3.29)$$

$$g^*(s^1) - g^*(s^0) = \frac{1}{2} (\nabla g^*(s^1) + \nabla g^*(s^0))' (s^1 - s^0) \quad (3.30)$$

En utilisant la règle de dérivation suivante : $\frac{\partial g^*(s^r)}{\partial s_i} = \frac{\partial \ln F^*(x^r)}{\partial \ln x_j} = x_j^r \frac{\frac{\partial F^*(x^r)}{\partial x_j}}{F^*(x^r)}$, ce qui correspond au calcul d'une élasticité, et en remplaçant dans (3.30), on obtient (3.31).

$$\ln F^*(x^1) - \ln F^*(x^0) = \frac{1}{2} \left(\hat{x}^1 \frac{\nabla F^*(x^1)}{F^*(x^1)} + \hat{x}^0 \frac{\nabla F^*(x^0)}{F^*(x^0)} \right)' \cdot (\ln x^1 - \ln x^0) \quad (3.31)$$

avec :

$$\hat{x}^1 = \begin{bmatrix} x_1^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & x_N^1 \end{bmatrix}, \hat{x}^0 = \begin{bmatrix} x_1^0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & x_N^0 \end{bmatrix}$$

Or, nous avons vu plus haut que la condition du premier ordre s'écrivait $\frac{p^r}{p^r \cdot x^r} = \frac{\nabla F(x^r)}{F(x^r)}$. En remplaçant dans (3.31) on obtient (3.32) ou (3.33)

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{F^*(x^1)}{F^*(x^0)} \right) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{x}^1 p^1}{p^1 \cdot x^1} + \frac{\hat{x}^0 p^0}{p^0 \cdot x^0} \right) \cdot (\ln x^1 - \ln x^0) \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (S_i^1 + S_i^0) \ln \left(\frac{x_i^1}{x_i^0} \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\frac{F^*(x^1)}{F^*(x^0)} = \prod_{i=1}^N \left(\frac{x_i^1}{x_i^0} \right)^{\left(\frac{S_i^1 + S_i^0}{2} \right)} = Q_0(p^0, p^1, x^0, x^1) = Q_K(p^1, p^2, x^1, x^2, x) \quad (3.33)$$

avec :

$S_i^r = \frac{p_i^r x_i^r}{p^r \cdot x^r}$, la $i^{\text{ième}}$ part budgétaire en période r .

L'indice $Q_0(p^0, p^1, x^0, x^1)$ a été utilisé comme un indice de quantité par Törnqvist (1936), Theil (1965), et est une approximation discrète de l'indice Divisia (1925). Ainsi le raisonnement de Diewert (1976, 1978) est le suivant. Si la fonction de sous d'utilité est homogène de degré 1, elle est la fonction agrégeante, et l'agrégat est donné par le niveau d'utilité. L'indice de quantité doit donc correspondre aux variations du niveau d'utilité entre deux périodes, soit dans notre exemple $F(x^1)/F(x^0)$. Or généralement la forme de la fonction d'utilité est inconnue, ce qui oblige à utiliser un encadrement pour l'indice d'utilité donné par les indices de Paasche et de Laspeyre et de quantité. Cependant, Diewert (1976, 1978) note que certains indices de quantité sont exacts pour certaines formes de fonction d'utilité. C'est-à-dire pour certains types de fonction d'utilité, l'indice de quantité correspond exactement à leur variation entre deux périodes. Ce résultat reste toutefois limité à quelques formes d'utilité. Diewert (1978) donne alors une portée beaucoup plus générale à la notion d'indices exacts, en introduisant les indices superlatifs. Ces derniers étant exacts pour une forme flexible capable d'approximer au second ordre une large classe de fonctions d'utilité. Ainsi, la forme flexible approxime l'utilité, et l'indice de quantité correspond exactement aux variations de la forme flexible donc de la fonction d'utilité. Aucune estimation économétrique, n'est requise.

Le lien entre la fonction translog et l'indice superlatif Törnqvist-Theil, représente une justification théorique forte pour son utilisation empirique.

Le même raisonnement peut être utilisé pour construire un indice de prix. En effet en partant d'une fonction de coût unitaire translog (3.34), Diewert (1978) a montré que l'indice Törnqvist-Theil de prix était exact pour cette

forme, et donc superlatif (3.35).

$$\ln c(p) = \theta_0 + \sum_{i=1}^N \theta_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_{ij} \ln p_i \ln p_j \quad (3.34)$$

avec :

$$\sum_{i=1}^N \theta_i = 1,$$

$$\theta_{ij} = \theta_{ji},$$

$$\sum_{j=1}^N \theta_{ij} = 0 \text{ pour } j = 1, \dots, N.$$

$$\ln \left(\frac{c(p^1)}{c(p^0)} \right) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^1}{p_i^0} \right)^{\left(\frac{s_i^1 + s_i^0}{2} \right)} = P_0(p^1, p^0, x^1, x^0) \quad (3.35)$$

avec :

$$S_i^r = \frac{p_i^r x_i^r}{p^r \cdot x^r}, \text{ la } i^{\text{ème}} \text{ part budgétaire en période } r.$$

Ici aussi, le lien entre l'indice superlatif de prix Törnqvist-Theil et la fonction de coût unitaire fournit une justification théorique forte pour son usage dans les études empiriques. Il faut enfin noter que les indices $Q_0(p^1, p^0, x^1, x^0)$ et $P_0(p^1, p^0, x^1, x^0)$ ne satisfont pas la propriété de faible réversibilité, étant calculés à partir de deux technologies différentes. Par contre à partir de $Q_0(p^1, p^0, x^1, x^0)$, il est possible de construire un indice de prix $\tilde{P}_0(p^1, p^0, x^1, x^0) = p^1 \cdot x^1 / (p^0 \cdot x^0 Q_0(p^1, p^0, x^1, x^0))$, et à partir de $P_0(p^1, p^0, x^1, x^0)$ un indice de quantité $\tilde{Q}_0(p^1, p^0, x^1, x^0) = p^1 \cdot x^1 / (p^0 \cdot x^0 P_0(p^1, p^0, x^1, x^0))$. Nous avons donc deux familles d'indices de quantité et de prix (Q_0, \tilde{P}_0) , et (\tilde{Q}_0, P_0) .

Agrégation lorsque l'hypothèse d'homogénéité est violée Les résultats présentés plus haut, justifient l'emploi des indices Törnqvist-Theil de prix et de quantités, pour leur lien avec la fonction translog, pouvant approximer les préférences. Cette justification, repose sur une propriété particulière de la fonction $F(\cdot)$, c'est-à-dire son homogénéité de degré 1. Cette hypothèse

est cependant assez restrictive². La question est donc : que se passe-t-il dans le cas non homothétique ? Les indices Q_0 et P_0 restent-ils valides ?

D'une façon générale, au niveau du cadre théorique, même si la fonction n'est pas homogène, la faible séparabilité reste la condition fondamentale pour l'existence d'un agrégat (Diewert (1980), Anderson, Jones et Nesmith (1997a, b, c)). Dans le cas où $F(x)$ n'est pas homogène de degré 1, la fonction agrégante est la fonction distance pour les quantités, et la fonction de coût pour les prix. L'indice de quantité n'est plus égal au rapport des utilités, puisqu'il n'y a plus de proportionnalité entre l'évolution des quantités, et l'évolution des utilités. De même, l'indice des prix n'est plus égal au rapport des fonctions unitaires, mais devient dépendant du niveau d'utilité. Dans ce cas, Diewert (1978) et Caves, Christensen et Diewert (1982) ont montré que l'indice Törnqvist-Theil restait valide : il reste superlatif même si l'hypothèse d'homogénéité est violée. Pour l'indice de quantité, définissons tout d'abord la fonction distance comme $D(u, x) = \max_k \{k : F(\frac{x}{k}) \geq u\}$. La fonction distance nous donne la proportion k par laquelle il faut diviser le vecteur de consommation x , pour obtenir un point sur la courbe d'indifférence correspondant au niveau d'utilité u . À partir de la fonction distance, définissons l'indice de quantité de Malmquist (1953) (dual à l'indice de Konüs de prix) comme (3.36).

$$Q_M(x^0, x^1, u) = \frac{D(u, x^1)}{D(u, x^0)} \quad (3.36)$$

L'indice de Malmquist est le rapport des distances nécessaires pour atteindre un niveau d'utilité u . Si la fonction d'utilité est homogène, l'indice

²L'homogénéité de degré 1 de la fonction d'utilité $F(\cdot)$, est une hypothèse forte, mais pas irréaliste. En effet, dans le dernier chapitre de cette thèse, nous estimons les élasticités de revenu des différents actifs compris dans $F(\cdot)$, et montrons que ces dernières ne sont pas différentes de 1.

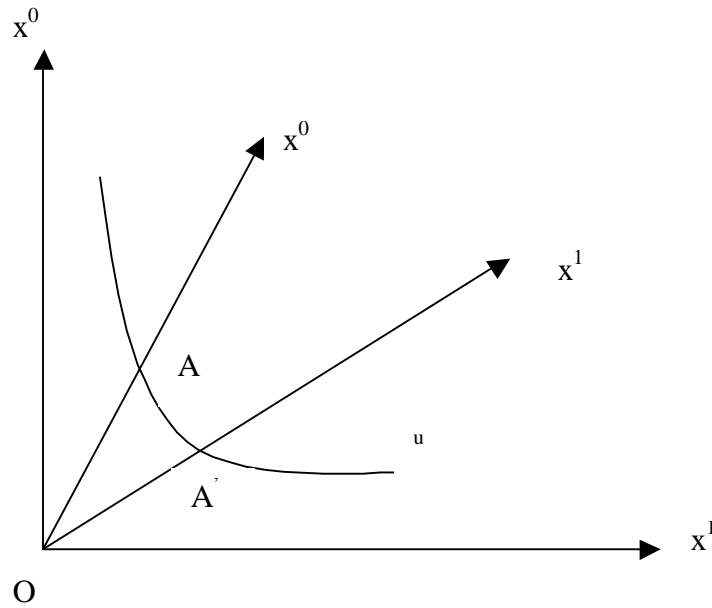


FIG. 3.1: Fonction distance.

de quantité est indépendant du niveau d'utilité u , et l'indice de quantité est égal au rapport des utilités (Anderson, Jones et Nesmith (1997b)).

A titre d'illustration, la figure (3.1) montre deux vecteurs de consommation et un niveau d'utilité u . L'indice relatif de x^1 par rapport à x^0 est construit en divisant (OC/OA) par (OC'/OA') . Un indice de quantité Q_0 sera donc superlatif, dans un cadre non homothétique, si pour une forme flexible $D^*(u, x)$ capable d'approximer la fonction distance pour un niveau d'utilité u , nous avons (3.37).

$$Q_0(p^1, p^0, x^1, x^0) = \frac{D^*(u, x^1)}{D^*(u, x^0)} = Q_M(x^0, x^1, u) \quad (3.37)$$

Diewert (1978) a montré que, à partir d'une forme flexible translog (3.38)

capable d'approximer la fonction distance, (3.39) était vérifié.

$$\begin{aligned} \ln D^*(u, x) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \ln x_i \ln x_j + \beta \ln u \\ &\quad + \frac{1}{2} \sigma (\ln u)^2 + \sum_{i=1}^N \gamma_i \ln u \ln x_i \end{aligned} \quad (3.38)$$

avec :

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1,$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji},$$

$$\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} = 0, \text{ pour } i = 1, \dots, N,$$

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i = 0.$$

$$Q_0(p^1, p^0, x^1, x^0) = \frac{D^*(u^*, x^1)}{D^*(u^*, x^0)} = Q_M(x^0, x^1, u^*) \quad (3.39)$$

avec :

$$u^* = (u^0 u^1)^{\frac{1}{2}},$$

$$u^0 = F(x^0),$$

$$u^1 = F(x^1).$$

Pour un niveau d'utilité correspondant à la moyenne géométrique des deux niveaux d'utilité, l'indice de quantité Törnqvist-Theil correspond exactement aux variations de la fonction de distance translog et donc à l'indice Malmquist. L'indice de quantité Törnqvist-Theil est donc superlatif, même si les préférences ne sont pas homogènes de degré 1.

De même, pour l'indice de prix P_0 , à partir d'une forme translog pour la fonction de coût (3.40), Diewert (1978) a prouvé que pour un niveau d'utilité $u^* = (u^0 u^1)^{\frac{1}{2}}$ ($u^0 = F(x^0)$, $u^1 = F(x^1)$), on avait (3.41).

$$\begin{aligned} \ln C^*(u, x) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \ln p_i \ln p_j + \beta \ln u \\ &\quad + \frac{1}{2} \sigma (\ln u)^2 + \sum_{i=1}^N \gamma_i \ln u \ln p_i \end{aligned} \quad (3.40)$$

avec :

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N \alpha_i &= 1, \\ \alpha_{ij} &= \alpha_{ji}, \\ \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} &= 0, \text{ pour } i = 1, \dots, N, \\ \sum_{i=1}^N \gamma_i &= 0.\end{aligned}$$

$$P_0(p^1, p^0, x^1, x^0) = \frac{C^*(u^*, x^1)}{C^*(u^*, x^0)} \quad (3.41)$$

Notons aussi que ces deux résultats ont une portée plus générale que dans le cas où la fonction d'utilité est homogène de degré 1, car ils restent valides pour des formes flexibles autres que translog. Alors que, lorsque la fonction d'utilité est homogène de degré 1, les indices sont superlatifs seulement pour une forme flexible de type translog. Ces deux développements constituent un argument supplémentaire pour utiliser (Q_0, \tilde{P}_0) , et (\tilde{Q}_0, P_0) dans les travaux empiriques. De plus l'indice Törnqvist-Theil est le seul indice superlatif ayant la particularité de correspondre aux variations de la fonction distance, ou aux variations de la fonction de coût.

Deux propriétés des indices superlatifs Nous finissons cette section consacrée aux indices, en énonçant deux propriétés importantes. Une, propre aux indices Törnqvist-Theil, et une seconde, propre à tous les indices superlatifs.

Premièrement, l'indice Törnqvist-Theil, approximation en temps discret de l'indice Divisia a, approximativement, la propriété de consistance en agrégation. C'est-à-dire, on obtient sensiblement le même résultat si on agrège un ensemble de données, et si on construit des indices pour des sous ensembles, puis un indice à partir des indices. Diewert (1978) a démontré ce résultat en se servant de l'indice de Vartia (1976) qui lui, est consistant en agrégation. Il

a montré que cet indice était superlatif (seulement pour une fonction Cobb-Douglas), et que, c'est la deuxième propriété, les indices superlatifs avaient la propriété de s'approximer entre eux. Donc, par cette propriété d'approximation, l'indice Törnqvist-Theil a sensiblement les mêmes propriétés que l'indice Vartia (1976), dont la propriété de consistance.

3.3 Application à la théorie monétaire

3.3.1 Aperçu général

L'application des résultats de la théorie de l'agrégation à la théorie monétaire a été faite par Barnett (1980a, 1981b, 1982b) et Barnett, Offenbacher et Spindt³ (1984). Elle a été rendue possible par la définition du prix de la monnaie (Barnett (1978, 1980)), que nous détaillons par la suite. En effet, entrent dans le calcul d'un agrégat de quantité, ou de prix, du type Törnqvist-Theil, à la fois des données de quantités et de prix. Deux raisons expliquent le développement de cette littérature.

D'un point de vue théorique tout d'abord, cette dernière fait suite aux avancées de la théorie de l'agrégation, et donc à l'introduction des indices superlatifs et exacts. Elle fournit donc une alternative cohérente aux agrégats utilisés par simple sommation, qui exigent une parfaite subsituabilité tout à fait irréaliste. Le fait que ce type d'indice soit un des plus mauvais indices utilisés n'est pas nouveau en soit. D'un point de vue purement statistique, Fisher (1922), concluait " *The simple arithmetic index should not be used under any circumstances*".

La seconde raison expliquant le développement de cette littérature, se situe au niveau empirique. En effet, avec l'accélération des innovations fi-

³Voir aussi Spindt (1985)

nancières, les banques centrales ont été amenées à élargir les agrégats de monnaie, pour chercher à internaliser les effets de substitution. Mais, force est de constater que les agrégats large de monnaie se comportent de moins en moins bien dans les modèles macroéconomiques. Comme illustration, l'épisode de la "missing money" aux Etats-Unis, ou l'instabilité chronique de la vitesse de circulation et donc des fonctions de demande de monnaie. Ce relâchement des liens peut être expliqué en se servant de la théorie de l'agrégation. Tant que l'on considère des agrégats étroits du style M1 ou M2, les actifs entrant dans ces derniers ont une forte probabilité d'être substitués. En d'autres termes, le biais d'agrégation est faible, et la supériorité d'un agrégat du type Törnqvist-Theil est marginale. Plus on élargit l'agrégat, plus on considère des actifs qui ne vont pas être de parfaits substitués. Le biais d'agrégation, mesuré par rapport à l'indice Törnqvist-Theil est alors important. La présence de ce biais d'agrégation additionné au fait que tous les actifs de l'agrégat ne satisfont peut être pas le critère de faible séparabilité a donné naissance à une critique, connue sous le nom de critique de Barnett (Chrystal et Drake (1994)). Elle stipule qu'il existe une incohérence entre la théorie microéconomique de l'agrégation, et la façon dont sont effectivement construits les agrégats. Cette critique est extrêmement forte, puisqu'elle remet en question un certain nombre de conclusions remettant en cause le rôle de la monnaie dans l'économie et la politique monétaire : les conclusions d'études basées sur de mauvaises mesures de monnaie, sont ainsi aisément rejetables.

A la suite de cette critique s'est développée toute une littérature qui a démontré la supériorité des indices pondérés. Barnett, Fisher et Serletis (1992) font une revue de cette littérature. Chrystal et Drake (1994) montrent, dans le cas des Etats-Unis, que l'utilisation d'une agrégation Törnqvist-Theil, per-

met de restaurer le lien monnaie et PIB. De même, Belongia (1996), afin d'étudier l'impact des erreurs de mesure dans les études économétriques, ré-estime cinq études monétaires ayant utilisé des indices construits par simple sommation, en leur substituant des indices de quantité Törnqvist-Theil. Il montre que, notamment dans les tests de causalité, le choix de l'indice a une influence cruciale sur les résultats. Dans une étude plus récente, Schunk (2001) s'intéresse aux performances prédictives de l'indice par rapport au PIB et à l'inflation. Ici aussi, la conclusion de l'étude est largement en faveur de l'indice Törnqvist-Theil, celui-ci véhiculant une information supérieure à l'indice simple somme (permettant une erreur moyenne de prévision inférieure). Un résultat similaire ayant aussi été trouvé par Serletis (1988) et Serletis et King (1993). Enfin, Yue et Fluri (1991) étudient le bien fondé du suivi d'un agrégat de type Törnqvist-Theil, en terme de politique monétaire⁴. Nous présentons tout d'abord la notion de prix de la monnaie.

3.3.2 Le prix de la monnaie

Dans le chapitre précédent, nous avons utilisé une définition du prix de la monnaie (Barnett (1978, 1980), Donovan (1978)). Nous expliquons ici plus en détail la théorie sous-jacente.

Soit la période t appartenant à l'intervalle $[t, t + 1[$, de sorte que l'instant t soit inclus dans l'intervalle, mais pas l'instant $t + 1$. La détention de biens de consommation, peut varier dans la période, mais pas la monnaie ni les actifs,

⁴Les principales autres études utilisant des indices Divisia sont : Agung et Ford (1998) étudiant le lien entre un agrégat Divisia et le multiplicateur monétaire ; Belongia et Chalfant (1989) ; Serletis (1987b), Serletis (2001), Stracca (2001), Wesche (1997), Drake et Chrystal (1997) pour la demande de monnaie ; Ford, Peng et Mullineux (1992) pour le lien entre l'agrégat Divisia et le phénomène d'innovation, Reimers (1997) pour le lien entre l'indice Divisia et la politique monétaire ; Farr et Jonshon (1985).

qui ne peuvent être modifiés qu'au début de chaque période, et sont maintenus fixes durant la durée de la période. La monnaie et les actifs rapportent un taux qui est payé à la fin de chaque période, mais ne peut être consommé qu'au début de la période suivante. Le programme de maximisation d'un consommateur à la période s ($t \leq s \leq t + T$) est donné par (3.42).

$$\max U(m_t, \dots, m_{t+T}, x_t, \dots, x_{t+T}, A_{t+T}/p_{t+T}^*) \quad (3.42)$$

sous contrainte :

$$p_s^* x_s = w_s L_s + \sum_{i=1}^n [(1 + r_{i,s-1}) p_{s-1}^* m_{i,s-1} - p_s^* m_{i,s}] + [(1 + R_{s-1}) A_{s-1} + K_s - A_s]$$

avec :

p_s^* : un indice du coût de la vie,

x_s : un vecteur réel (planifié) de biens consommation et de services,

w_s : le taux de salaire,

L_s : l'offre de travail,

$r_{i,s-1}$: le taux nominal espéré sur l'actif monétaire i ,

$m_{i,s}$: un vecteur réel (planifié) d'actifs monétaires,

R_s : le taux espéré sur un actif alternatif servant uniquement au passage de pouvoir d'achat,

A_s : la détention réelle planifiée d'actifs non monétaires.

La valeur réelle des actifs passés d'une période à l'autre est donnée par (3.43), alors que la valeur du stock d'actifs pour la période suivante est donnée par (3.44).

$$\sum_{i=1}^n (1 + r_{i,t-1}) m_{i,t-1} + (1 + R_{t-1}) A_{t-1} \quad (3.43)$$

$$\sum_{i=1}^n (1 + r_{i,t-1}) m_{i,t+T} + (1 + R_{t+T}) A_{t+T} \quad (3.44)$$

A partir de ces deux contraintes, Barnett (1978) déduit la forme de la richesse (3.45), et de cette forme, le prix nominal de la monnaie (3.46).

$$\sum_{s=t}^{t+T} (w_s/\rho_s)L_s + \sum_{i=1}^n (1+r_{i,t-1})p_{t-1}^*m_{i,t-1} + (1+R_{t-1})A_{t-1}p_{t-1}^* \quad (3.45)$$

avec :

ρ_s : un terme d'actualisation.

$$\pi_{it} = p_t^* \frac{R_t - r_{it}}{1 + R_t} \quad (3.46)$$

De même, on définit le coût d'opportunité réel de la détention (3.47).

$$\frac{\pi_{it}}{p_t^*} = \frac{R_t - r_{it}}{1 + R_t} \quad (3.47)$$

Dans le schéma de Barnett (1978), il n'existe que deux types d'actifs. Un type servant exclusivement au passage du pouvoir d'achat d'une période à l'autre, rapportant un taux R . Un autre ayant exclusivement un rôle dans les transactions, il rapporte un taux r_i . (3.46) va donc mesurer le prix du renoncement à R pour obtenir un actif délivrant un nombre de services monétaires, c'est un coût d'opportunité. Relativement aux autres actifs monétaires, le différentiel de taux va donc représenter le degré de services monétaires rendus par l'actif. En d'autres termes, plus r_i se rapproche de R , et moins l'actif rend de services monétaires, et inversement. Le coût d'opportunité de la détention de monnaie est donc basée sur une définition transactionnelle de la monnaie. Notons, que dans cette analyse, le taux d'intérêt associé à chaque actif représente exactement ses caractéristiques propres.

3.3.3 Interprétation de l'indice Törnqvist-Theil

Nous avons montré que l'indice Törnqvist-Theil était une (des) approximation(s) en temps discret de l'indice Divisia. En utilisant la formulation du prix de la monnaie, et la forme de l'indice Divisia, nous donnons ici une interprétation de cet indice de quantité. Pour plus de clarté, nous supposons que la fonction d'utilité monétaire, faiblement séparable, est homogène de degré 1.

Soit $F(m)$ la fonction de sous utilité faiblement séparable et donc la fonction agrégante, et m un vecteur de biens monétaires, de dimension $n \times 1$. La différentielle totale de $F(m)$ est donnée par (3.48).

$$dF(m) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial m_i} dm_i \quad (3.48)$$

Comme les utilités marginales $\frac{\partial F}{\partial m_i}$ dépendent de paramètres inconnus, elles sont remplacées par les conditions du premier ordre, soit $\lambda p_i = \frac{\partial F}{\partial m_i}$, avec λ , le multiplicateur de Lagrange, et p_i le coût d'opportunité de la détention de l'actif i . En remplaçant dans (3.48), on obtient (3.49).

$$\frac{dF(m)}{\lambda} = \sum_{i=1}^n p_i dm_i \quad (3.49)$$

Ce qui, sous certaines hypothèses (homogénéité de l'agrégat, c'est-à-dire, si tous les composants croissent au même rythme, l'agrégat croît à ce rythme) peut se récrire, avec $P(p)$ un indice de prix satisfaisant la propriété de faible réversibilité (3.50), et en taux de croissance (3.51).

$$P(p)dF(m) = \sum_{i=1}^n p_i dm_i \quad (3.50)$$

$$d \log F(m) = \sum_{i=1}^n \varpi_i dm_i \quad (3.51)$$

avec :

$$\varpi_i = \frac{p_{it}m_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{it}m_{it}}, \text{ la part budgétaire associée au bien } m_i.$$

(3.51) correspond au taux croissance de l'indice Divisia, défini par François Divisia (1925). Le taux de croissance de cet indice est fonction du taux de croissance de ses composants, pondérés par les parts budgétaires. Il est donc important de noter que dans (3.51), les poids ne sont pas les prix, mais les parts budgétaires. Ce n'est donc pas parce qu'un actif a un taux d'intérêt élevé, et donc un coût d'opportunité bas, que sa contribution à l'utilité totale monétaire est faible. Dans (3.50), les prix ne pondèrent que le changement du composant marginal dm_i et non son niveau. Ce qui va décider de la contribution d'un actif à l'évolution de l'indice de quantité est donc la propre élasticité au prix. Plus un bien a une élasticité prix forte, plus de petites variations de prix vont entraîner d'importantes modifications de la demande, donc des parts budgétaires, et donc de l'agrégat. *A priori*, il n'est donc pas possible de savoir, lorsque les prix bougent, comment vont évoluer les parts budgétaires. A l'inverse, ce n'est pas forcément parce que le prix d'un actif est haut, ou en augmentation que sa contribution à la croissance de l'agrégat va être forte. Tout dépend de l'élasticité de la demande du bien m_i lorsque son prix se modifie. Donc, les prix n'affectent pas l'agrégat directement, mais indirectement à travers les variations de quantités, mesurées par les élasticités prix.

Notons aussi que, en terme monétaire, l'agrégat Divisia, ou son approximation en temps discret, l'indice Törnqvist-Theil, ne mesure pas le stock de monnaie, mais un flot de services. Cela découle directement de la définition du coût d'opportunité. En effet $R - r_i$ mesure le service monétaire rendu par l'actif m_i , et plus particulièrement le service de transaction. Cela repose sur l'hypothèse que les marchés sont parfaits, et que le taux d'intérêt résume

toute l'information disponible, ce qui est une hypothèse forte. Fisher, Hudson et Pradhan (1993) font une revue des problèmes associés à la construction empirique de l'indicateur. Ils mettent en avant certaines difficultés empiriques, notamment au niveau de la proportionnalité entre le taux d'intérêt et le service de liquidité, et du choix de l'actif de référence. Ils soulignent cependant que ces difficultés n'invalident pas la construction de l'indice, et que de toute façon, les difficultés associées à l'indice Divisia sont hors de proportion avec les défauts de l'indice simple-somme.

3.3.4 Agrégation quand certains actifs sont risqués

Jusqu'ici, nous avons considéré que les taux d'intérêt relatifs aux actifs, payés au début de la période suivante, étaient connus avec certitude. Cela correspond à une distinction claire entre actifs monétaires et actifs financiers. Avec l'accélération des innovations financières, cette frontière est cependant devenue beaucoup floue. Ceci pose la question de la validité d'une agrégation de type Divisia, lorsque sont pris en compte des actifs risqués. L'extension de la théorie des nombres indices et de l'agrégation dans ce cas, a été considérée par Barnett, Liu et Jensen (1997) et Barnett et Liu (2000)⁵.

D'une façon générale, la condition d'existence d'un agrégat, même si certains prix sont incertains reste la faible séparabilité. Par contre, les conditions du premier ordre (données par les équations d'Euler) sont différentes de celles utilisées pour dériver l'agrégat de type Divisia. Enfin, le prix de la monnaie n'est plus (3.46). La problématique de la prise en compte d'actifs risqués, va donc résider dans (1) l'extension de la définition du coût d'opportunité de la monnaie (2) la faculté de l'agrégat Divisia à correspondre aux variations de la fonction agrégeante, à partir des nouvelles conditions du premier

⁵Voir aussi Drake, Mullineux et Agung (1998).

ordre. Nous exposons ces deux points, et montrons comment, dans le cadre du CAPM (Capital Assets Pricing Model), les coûts d'opportunité ajustés du risque peuvent être calculés.

Soit un vecteur d'actifs en s , $a_s = (m_s, h_s)$ de dimension $(k_1 + k_2) \times 1$, et soit un vecteur de biens de consommation en s , x_s de dimension $k_3 \times 1$. Les préférences sont supposées faiblement séparables en m_s et x_s pour une partition de a_s et fortement séparables en h_s . Ainsi, a_s inclut des biens monétaires et non monétaires. Pour qu'il existe un agrégat pour les biens monétaires, il doit exister une fonction faiblement séparable pour m_s , notée $M(m_s)$. La structure des préférences s'écrit donc, en supposant une fonction d'utilité séparable pour x_s (3.52).

$$U(m_s, h_s, x_s) = F(M(m_s), X(x_s)) + H(h_s) \quad (3.52)$$

Si, $M(m_s)$ est homogène de degré 1, la sous fonction d'utilité est aussi la fonction agrégeante. L'agrégat va donc être en s (3.53).

$$M_s = M(m_s) \quad (3.53)$$

Soit V la fonction d'utilité définie par $V(m_s, X_s) = F(M(m_s), X_s)$, avec X_s l'agrégat de quantité des biens de consommation $X_s = X(x_s)$. Dans ce cas, les équations d'Euler sont données par (3.54) pour les biens monétaires, et (3.55) pour les biens de consommations.

$$E_s \left(\frac{\partial V}{\partial m_{is}} - \rho \frac{p_s^*(R_s - r_{is})}{p_{s+1}^*} \frac{\partial V}{\partial X_{s+1}} \right) = 0 \quad (3.54)$$

$$E_s \left(\frac{\partial V}{\partial X_s} - \rho \frac{p_s^*(1 + R_s)}{p_{s+1}^*} \frac{\partial V}{\partial X_{s+1}} \right) = 0 \quad (3.55)$$

Les variables dans (3.54) et (3.55) étant définies comme précédemment, avec $\rho = \frac{1}{1+\xi}$. Dans ce cadre, Barnett, Liu et Jensen (1997) ont montré que, si

l'agent est averse au risque, le coût d'opportunité de la détention de monnaie ajusté du risque est défini par (3.56).

$$\Pi_{it} = \frac{\partial V}{\partial m_{it}} / \frac{\partial V}{\partial X_t} \quad (3.56)$$

En posant $1 + r_{it}^* = p_t^* \frac{(1+r_{it})}{p_{it}^*}$ et $1 + R_{it}^* = p_t^* \frac{(1+R_{it})}{p_{it}^*}$, Π_{it} peut être ré écrit comme la somme de deux termes (3.57) :

$$\Pi_{it} = \pi'_{it} + \psi_{it} \quad (3.57)$$

avec :

$$\pi'_{it} = \frac{E_t R_t - E_t r_{it}}{1 + E_t R_t},$$

$$\psi_{it} = \rho(1 - \pi_{it}) \frac{Cov(R_t^*, \frac{\partial V}{\partial X_{t+1}})}{\frac{\partial V}{\partial X_t}} - \rho \frac{Cov(r_{it}^*, \frac{\partial V}{\partial X_{t+1}})}{\frac{\partial V}{\partial X_t}}.$$

La formulation générale du coût d'opportunité de la monnaie est donc égale au coût d'opportunité réel (3.47), dans lequel les taux d'intérêt certains sont remplacés par des prévisions, corrigés par une mesure du risque. Si l'agent est neutre au risque, $\psi_{it} = 0$ et $\Pi_{it} = \pi'_{it}$. Le coût d'opportunité se réduit à (3.47), dans lequel R_t et r_{it} sont des prévisions.

Une fois le prix de la monnaie défini, quand des actifs risqués sont pris en compte, le problème devient de savoir si l'indice Divisia est toujours capable de traquer la fonction agrégeante, soit ici $M(m_s)$. En effet, l'agrégat Divisia est dérivé dans un cadre où les actifs sont certains, en se servant d'autres conditions du premier ordre que (3.54). Barnett, Liu et Jensen (1997), ont prouvé que : si $M(m_s)$ est faiblement séparable et homogène de degré 1, et si $\varpi_i = \pi_{it} m_{it} / \sum_{i=1}^{k_1} \pi_{it} m_{it}$ est remplacé par $\Omega_i = \Pi_{it} m_{it} / \sum_{i=1}^{k_1} \Pi_{it} m_{it}$, alors (3.58) est vérifié.

$$d \log M_t = \sum_{i=1}^{k_1} \Omega_{it} d \log m_{it} \quad (3.58)$$

En d'autres termes, si on emploie des prix corrigés du risque, alors l'agrégat Divisia est toujours capable de traquer la fonction agrégeante. Avec pour

corollaire, que son approximation en temps discret, l'indice Törnqvist-Theil, reste donc valable, si les prix sont corrigés du risque. Ce résultat étend donc la théorie aux actifs risqués.

Il peut s'interpréter de la façon suivante. Le problème en terme de décision de la détention d'un actif monétaire, répond à trois objectifs : service de liquidité (transaction), rémunération, si $r_i \neq 0$, et gestion du risque. En terme monétaire, le but est d'estimer la fonction agrégeante $M(m_s)$ qui mesure seulement le service de liquidité (transaction). Il faut donc enlever les deux autres motifs, et ajuster le prix d'une mesure de risque.

Dans la formulation du coût d'opportunité (3.57), les dérivées partielles de $V(\cdot)$ sont requises. Dans les travaux empiriques, la forme fonctionnelle de $V(\cdot)$ est cependant, généralement inconnue. Deux méthodes peuvent alors être utilisées pour calculer (3.57), une estimation économétrique des paramètres de $V(\cdot)$ ou, plus simplement le recours au cadre théorique du CAPM. Nous expliquons maintenant cette méthode. Supposons que la forme de l'utilité $V(\cdot)$ soit quadratique (3.59), ou que (r_{it}^*, X_t) soit un processus gaussien bivarié pour chaque $i = 1, \dots, k_1$.

$$V(m_t, X_t) = F(M(m_t), X_t) = A(M(m_t))X_t - \frac{1}{2}B(M(m_t))X_t^2 \quad (3.59)$$

De plus, si R_t^* est un taux sans risque (processus déterministe), ou que R^* ait déjà été ajusté du risque, alors :

$$Cov(R_t^*, \frac{\partial V}{\partial X_{t+1}}) = 0 \quad (3.60)$$

Soit $H_{t+1} = H(M_{t+1}, X_t)$ la mesure Arrow-Prat de l'aversion absolue pour le risque, avec :

$$H(M_{t+1}, X_{t+1}) = \frac{-E_t(V')}{-E_t(V'')} \quad (3.61)$$

avec :

$$V' = \frac{\partial V(m_{t+1}, X_{t+1})}{\partial X_{t+1}},$$

$$V'' = \frac{\partial^2 V(m_{t+1}, X_{t+1})}{\partial^2 X_{t+1}}.$$

Alors, si (3.60) est vérifié et $V(\cdot)$ est de la forme (3.59) où (r_{it}^*, X_t) est un processus bivarié gaussien, alors l'ajustement ψ_{it} se réduit à (3.62).

$$\psi_{it} = \frac{1}{1 + R_t^*} H_{t+1} Cov(r_{it}^*, X_{t+1}) \quad (3.62)$$

$$= \frac{1}{1 + R_t^*} \frac{-E_t(V')}{-E_t(V'')} Cov(r_{it}^*, X_{t+1}) \quad (3.63)$$

ψ_{it} peut donc être calculé, sans recourir à l'estimation de paramètres. Notons enfin que, si nous remplaçons H_{t+1} par une mesure modifiée (relative) de l'aversion pour le risque, notée $Z_t = H_{t+1} X_t$, alors le coût d'opportunité (3.57) peut se réécrire (3.64).

$$\Pi_{it} = \frac{E_t R_t^* - (E_t r_{it}^* - \phi_{it})}{1 + E_t R_t^*} \quad (3.64)$$

avec :

$$\phi_{it} = Z_t Cov(r_{it}^*, \frac{X_{t+1}}{X_t}).$$

L'ajustement ϕ_{it} dépend de l'aversion relative au risque, et de la covariance entre l'évolution de la consommation, et r_{it}^* .

Empiriquement, on peut se demander quelle est l'amplitude de la correction apportée à l'indice Törnqvist-Theil lorsque des prix corrigés du risque sont pris en compte, par rapport à des prix non corrigés. Sur données agrégées, la différence entre les deux indices est très faible. Il est ainsi souvent quasi équivalent de considérer des prix ajustés ou pas. Ceci pousse à conclure que sur données agrégées, on a une neutralité au risque. Une explication peut venir du fait, que sur données agrégées, les comportements se compensent.

3.4 Applications empiriques

Nous commençons par détailler les modalités de calcul des agrégats Divisia, ainsi que les seconds moments associés. Dans un second temps, nous présentons deux applications empiriques pour les actifs trouvés séparables dans le chapitre précédent (pour tous les détenteurs de monnaie, et les ménages).

3.4.1 Définition des indices et des seconds moments

Soit $m_t^r = (m_{t1}^r, \dots, m_{tk}^r)'$ et $m_t^n = (m_{t1}^n, \dots, m_{tk}^n)'$ deux vecteurs de dimension $k \times 1$ respectivement de quantités réelles et nominales d'actifs monétaires en période t , liés par $m_t^n = m_t^r/p_t^*$, p_t^* étant un indice de prix. Soit π_t^n et π_t^r deux vecteurs de même dimension, dont le $i^{\text{ième}}$ élément est donné par (3.65) et (3.66), $i = 1, \dots, k$.

$$\pi_{t,i}^n = p_t^* \frac{R_t(1 - \tau_t) - r_{t,i}(1 - \tau_{t,i})}{1 + R_t(1 - \tau_t)} \quad (3.65)$$

p_t^* : l'indice de prix,

R_t : le taux de référence sur la période,

$r_{t,i}$: le taux associé à l'actif i en t ,

$\tau_{t,i}$: le taux d'imposition associé à l'actif i en t ,

τ_t : le taux d'imposition associé au taux de référence sur la période t .

$$\pi_{t,i}^r = \frac{R_t(1 - \tau_t) - r_{t,i}(1 - \tau_{t,i})}{1 + R_t(1 - \tau_t)} \quad (3.66)$$

Si des données à capital incertain sont incluses dans m_t^r ou m_t^n , alors (3.66) doit être remplacé par (3.64). Soit la dépense totale en actifs monétaires

durant la période t donnée par (3.67).

$$TT_t = \sum_{i=1}^k \pi_{t,i}^n m_t^r = \sum_{i=1}^k \pi_{t,i}^r m_t^n \quad (3.67)$$

Deux familles d'indices peuvent être utilisées, (Q_0, \tilde{P}_0) et (P_0, \tilde{Q}_0) . Dans le premier cas, Q_0 est calculé à partir de l'approximation discrète de l'indice Divisia, et \tilde{P}_0 est déduit par la propriété de réversibilité de l'indice, c'est-à-dire $\tilde{P}_0(m_1^r, m_0^r, \pi_1^n, \pi_0^n) Q_0(m_1^r, m_0^r, \pi_1^n, \pi_0^n) = TT_1/TT_0$. Dans le deuxième cas, c'est P_0 qui est calculé, et \tilde{Q}_0 qui se trouve déduit par la propriété de réversibilité. Bien sûr, dans les deux cas, des quantités réelles ou nominales peuvent être utilisées. Le tableau (3.1) présente les formules de calcul pour ces deux familles d'indices, ainsi que pour les indices duals et deux autres indices. Ces derniers sont les indices construits par sommation, et l'indice "currency equivalent" de Rotemberg, Driscoll et Poterba (1991, 1995). Ce dernier (non calculé ici) a été présenté comme une alternative aux indices Divisia. Barnett (1991) a montré que sous certaines conditions, CE_t mesure la somme des dépenses actualisées présentes et futures. Cependant, cet indice est beaucoup plus volatile que l'indice Divisia, et n'a été qu'assez rarement utilisé.

A partir des indices Divisia, Theil (1967), a défini d'autres indices, notamment l'indice Törnqvist-Theil de l'évolution des parts budgétaires S_t , et des indices représentant les seconds moments de l'indice, c'est-à-dire la variance du taux de croissance de l'indice de quantité (K_t), la variance du taux de croissance de l'indice de prix (J_t), la variance du taux de croissance de l'indice S_t (Ψ_t), et la covariance du taux de croissance de l'indice de prix et des quantités (Γ_t). A partir des seconds moments, Barnett et Serletis (1990), Barnett, Jones et Nesmith (1996), proposent un test de dispersion pour étudier si certaines hypothèses de l'agrégation sont violées, notamment l'hypothèse

TAB. 3.1: Indices de quantité et de prix

Indice	formulation
Dépense totale en monnaie	$TT_t = \sum_{i=1}^k \pi_{t,i}^n m_{t,i}^r = \sum_{i=1}^k \pi_{t,i}^r m_{t,i}^n$
Indice nominal de quantité	$Q_{0,t}^n(m_t^n, m_{t-1}^n, \pi_t^r, \pi_{t-1}^r) = Q_{0,t-1}^n \prod_{i=1}^k \left(\frac{m_{t,i}^n}{m_{t,i-1}^n} \right)^{\overline{\varpi}_{t,i}}$ $\overline{\varpi}_{t,i} = \frac{1}{2}(\varpi_{t,i} + \varpi_{t-1,i}), t \geq 2, Q_{0,1}^n = 100$
Indice dual réel de prix	$\tilde{P}_{0,t}^r(m_t^n, m_{t-1}^n, \pi_t^r, \pi_{t-1}^r) = \tilde{P}_{0,t-1}^r \left(\frac{TT_t/TT_{t-1}}{Q_{0,t}^n/Q_{0,t-1}^n} \right)$
Indice réel de prix	$P_{0,t}^r(m_t^n, m_{t-1}^n, \pi_t^r, \pi_{t-1}^r) = P_{0,t-1}^r \prod_{i=1}^k \left(\frac{\pi_{t,i}^r}{\pi_{t,i-1}^r} \right)^{\overline{\varpi}_{t,i}}$ $\overline{\varpi}_{t,i} = \frac{1}{2}(\varpi_{t,i} + \varpi_{t-1,i}), t \geq 2, P_{0,1}^r = 100$
Indice dual nominal de quantité	$\tilde{Q}_{0,t}^n(m_t^n, m_{t-1}^n, \pi_t^r, \pi_{t-1}^r) = \tilde{Q}_{0,t-1}^n \left(\frac{TT_t/TT_{t-1}}{P_{0,t}^r/P_{0,t-1}^r} \right)$
Indice simple somme nominal de quantité	$SS_t = \sum_{i=1}^k m_{t,i}^n$
Indice "currency equivalent"	$CE_t = \sum_{i=1}^k m_{t,i}^n \frac{(R_t - r_{t,i})}{R_t}$

de faible séparabilité. Ils suggèrent d'inclure dans les modèles macroéconomique les seconds moments, pour prendre compte d'éventuelles corrections. Les seconds moments, ainsi que S_t sont présentés par le tableau (3.2).

Enfin, avant de présenter l'application empirique, nous exposons deux problèmes spécifiques à la construction des indices Törnqvist-Theil. Le premier concerne l'entrée d'un nouveau bien. En effet, lorsqu'un nouveau bien

TAB. 3.2: Indice, et seconds moments

Indice	formulation
Indice des parts budgétaires	$S_t(m_t^n, m_{t-1}^n, \pi_t^r, \pi_{t-1}^r) = S_{t-1} \prod_{i=1}^k \left(\frac{\varpi_{t,i}}{\varpi_{t,i-1}} \right)^{\overline{\varpi}_{t,i}}$
Variance du taux de croissance de l'indice de quantité	$K_t = \sum_{i=1}^k \overline{\varpi}_{t,i} (\Delta \log(m_{t,i}^n) - \Delta \log(Q_{0,t}^n))^2$
Variance du taux de croissance de l'indice de prix	$J_t = \sum_{i=1}^k \overline{\varpi}_{t,i} (\Delta \log(\pi_{t,i}^r) - \Delta \log(P_{0,t}^r))^2$
Variance du taux de croissance de l'indice S_t	$\Psi_t = \sum_{i=1}^k \overline{\varpi}_{t,i} (\Delta \log(\varpi_{t,i}) - \Delta \log(S_t))^2$
Co variance du taux de croissance des indices de prix et de quantités	$\Gamma_t = \sum_{i=1}^k \overline{\varpi}_{t,i} (\Delta \log(\pi_{t,i}^r) - \Delta \log(P_{0,t}^r)) \times$ $(\Delta \log(m_{t,i}^n) - \Delta \log(Q_{0,t}^n))$ $= (\Psi_t - K_t - J_t)/2$

entre à la date t , avec $1, \dots, t, \dots, T$, les quantités consommées sont forcément nulles avant cette date pour ce bien. Dans ce cas, l'indice Divisia, ne peut être calculé en $t + 1$, à l'inverse de l'indice idéal de Fisher. Diewert (1980), Diewert et Smith (1994), proposent une solution simple à ce problème. Comme l'indice idéal de Fisher, n'est pas sensible à l'entrée d'un nouveau bien, ils suggèrent d'estimer sur l'intégralité de la période l'indice des prix, et l'indice Törnqvist-Theil de quantité de 1 à $t - 1$. Par la propriété de faible réversibilité il est facile de calculer la valeur de l'indice des quantités de Fisher entre $t - 1$

et t , qui deviendra alors la valeur manquante de l'indice Divisia.

Le second problème apparaît lorsque l'on veut passer d'une fréquence à une autre. Diewert (1980), définit une méthode générale de conversion des fréquences. Par exemple, si les données sont mensuelles, et une fréquence annuelle est requise, il est possible d'appliquer la formule (3.68).

$$\Delta \log(Q_0^{annuel}) = \sum_{i=1}^k \sum_{a=1}^{12} \bar{\omega}_{t,i}^a \Delta \log(m_{t,i}^{na}) \quad (3.68)$$

avec :

$$\bar{\omega}_{t,i}^a = \pi_{t,i}^{ra} m_{t,i}^{na} / \sum_{j=1}^k \sum_{a=1}^{12} \pi_{t,j}^{ra} m_{t,j}^{na}.$$

Ces deux méthodes sont employées dans la présente étude.

3.4.2 Applications

Nous considérons ici la construction de deux couples d'indices (Q_0, \tilde{P}_0) pour les actifs trouvés séparables dans le chapitre précédent. Nous construisons donc des indices pour les ménages, et l'ensemble de la population, pour les actifs compris dans M3. Afin d'étudier la supériorité de l'indice Divisia par rapport à un actif construit par simple sommation, nous comparons les vitesses de circulation, obtenues dans ces deux cas. Nous analysons aussi le rapport existant entre ces vitesses de circulation, et un de leurs principaux déterminants, le coût d'opportunité de la détention de monnaie (\tilde{P}_0). La fréquence est trimestrielle. Nous présentons tout d'abord l'analyse pour les ménages.

Les ménages

Le figure (3.2) analyse les évolutions communes des indices nominaux, Divisia et simple somme (base 100 en 1980). Le biais d'agrégation, calculé comme le rapport entre l'indice simple somme et l'indice Divisia (en %)

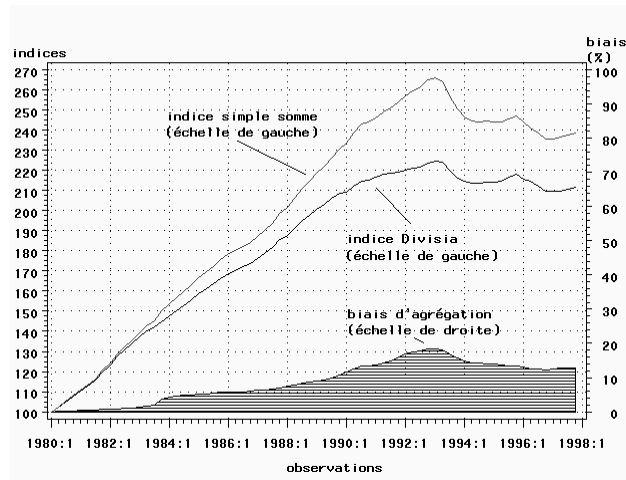


FIG. 3.2: Indices de quantités nominaux, Divisia et arithmétique (1980=100), ménages.

montre que sur toute la période, l'indice simple somme a tendance à surévaluer les variations de la fonction agrégeante, et donc de la monnaie. De plus, ce biais n'est pas constant. Il est croissant jusqu'en 1988, sans toutefois excéder 10 %. Après cette date, et jusqu'en 1994, le biais d'agrégation augmente, pour atteindre quasiment 20 %. Actuellement, la tendance est à la constance, avec un biais d'environ 12 % sur la fin de période. La non constance du biais implique que l'indice simple somme ne peut en aucun cas servir d'approximation à l'indice Divisia.

Intéressons nous maintenant à la vitesse de circulation de la monnaie, en comparant une vitesse normalisée calculée à partir d'un indice Divisia, et une vitesse normalisée calculée à partir d'un indice simple somme (en logarithme). Les deux indices donnent des vitesses opposées (figure (3.3)). Dans le cas de l'indice simple somme, la vitesse de circulation est stable jusqu'en 1993. Après cette date, on constate une nette rupture, puis une forte hausse, c'est-à-dire une diminution de la quantité de monnaie, par rapport au PIB en valeur.

La vitesse de circulation obtenue à partir de l'indice Divisia ne présente pas une telle rupture, elle est stable autour d'une tendance quadratique (v^*). En effet, si on régresse la vitesse de circulation sur une tendance quadratique, et si on teste la stationnarité des résidus, la valeur du test ADF est de -3,17 indiquant la stationnarité. Il existe une force de rappel entre la série et la tendance.

Analysons maintenant la relation entre la vitesse de circulation, et un de ses déterminants, l'indice de prix dual, qui représente le coût d'opportunité de la détention. Théoriquement, nous nous attendons à une relation croissante entre ces deux paramètres. Plus le coût d'opportunité augmente, plus la détention de monnaie est chère, et moins on va en détenir. La vitesse de circulation doit donc augmenter. Lorsque la vitesse de circulation est calculée à partir d'un indice Divisia, figure (3.4), une relation claire, non linéaire, apparaît entre cette dernière et l'indice du coût d'usage. La relation est croissante : une augmentation de l'indice correspond à une hausse de la vitesse de circulation. Etudions maintenant la relation entre la vitesse de circulation calculée cette fois, à partir de l'indice simple somme et le coût d'opportunité, figure (3.5). Il n'apparaît pas de relation claire. Ainsi, si la vitesse de circulation est instable, une fonction de demande de monnaie peut difficilement exister.

En comparant les deux indices de monnaie, il apparaît que l'indice construit par simple sommation véhicule un biais d'agrégation qui n'est pas constant dans le temps. L'indice simple somme véhicule donc une information erronée, ce qui se traduit par une vitesse de circulation assez différente de celle obtenue avec l'indice Divisia, faisant notamment apparaître une rupture qui n'existe pas dans la réalité.

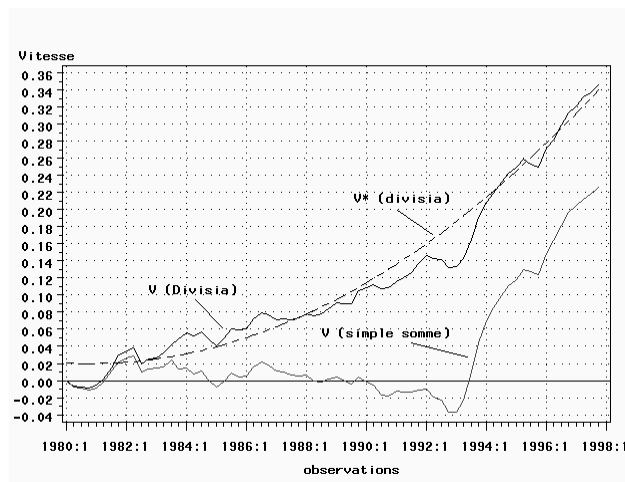


FIG. 3.3: Vitesse de circulation normalisée (1980=1) (en logarithme), calculée à partir d'un indice Divisia, et d'un indice arithmétique, ménages.

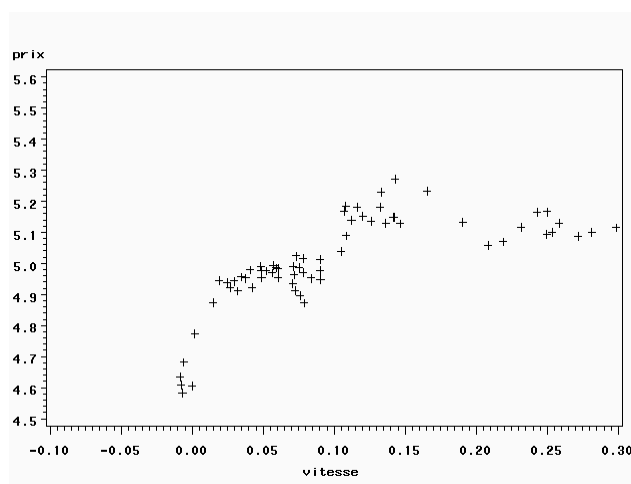


FIG. 3.4: Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice Divisia) et l'indice de prix dual (en logarithme), ménages.

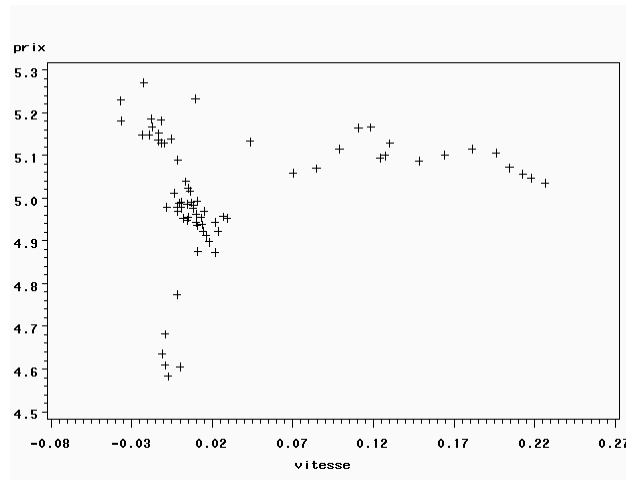


FIG. 3.5: Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice arithmétique) et l'indice de prix dual (en logarithme), ménages.

Ensemble des détenteurs

Nous construisons maintenant un indice Divisia, pour l'ensemble des détenteurs de monnaie, et menons la même analyse que pour les ménages. La figure (3.6) montre les évolutions de deux indices nominaux, et le biais d'agrégation de l'indice simple somme. Le biais est assez faible jusqu'au milieu des années 1980. Après cette date, il augmente fortement, pour atteindre 22,5 % en 1993. Actuellement, il est de l'ordre de 18,75 %.

Concernant la vitesse de circulation de la monnaie (figure (3.7)), l'utilisation des indices arithmétiques ou Divisia donnent, ici aussi, une information totalement différente. Dans le cas de l'indice Divisia, la vitesse de circulation augmente de façon quadratique sur la période. Elle augmente cependant moins vite que celle pour les ménages. Le PIB en valeur croît donc plus vite que la monnaie. La vitesse de circulation paraît relativement stable autour de sa tendance. Si nous régressons la vitesse de circulation sur une tendance quadratique, une constante, et testons la stationnarité des résidus, la valeur

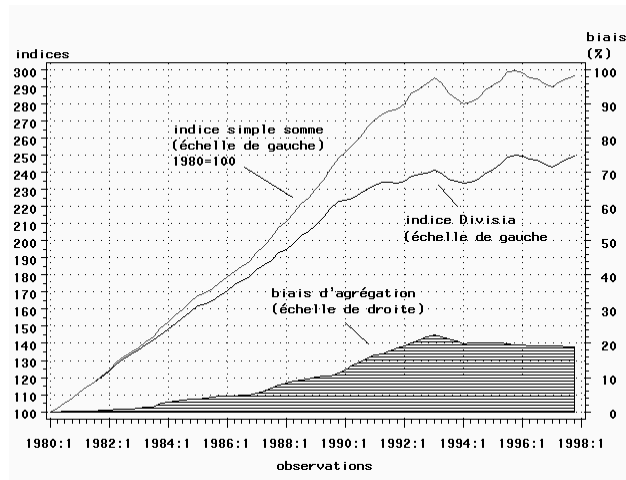


FIG. 3.6: Indices de quantités nominaux, Divisia et arithmétique (1980=100), ensemble des détenteurs.

de la statistique ADF est de $-3,41$. Les résidus sont stationnaires : Il y a stabilité de la vitesse de circulation autour de sa tendance. La vitesse de circulation calculée à partir d'un agrégat simple somme a un profil assez différent, elle décroît nettement jusqu'en 1993, date de rupture, pour remonter ensuite et atteindre une valeur quasi nulle en fin de période.

De façon similaire au calcul de la vitesse de circulation pour les ménages, la rupture est entièrement causée par le biais d'agrégation qui est maximal pour cette période.

Enfin, intéressons nous à la relation entre la vitesse de circulation, et l'indice dual de prix, c'est-à-dire le coût d'opportunité de la détention de monnaie. Lorsque la vitesse de circulation est calculée à partir d'un indice Divisia, une relation non linéaire semble exister entre ces deux variables. Elle est conforme à la théorie, puisqu'une hausse du coût d'opportunité correspond à une hausse de la vitesse de circulation. Concernant la relation entre le coût d'opportunité et la vitesse calculée à partir d'un indice simple somme,

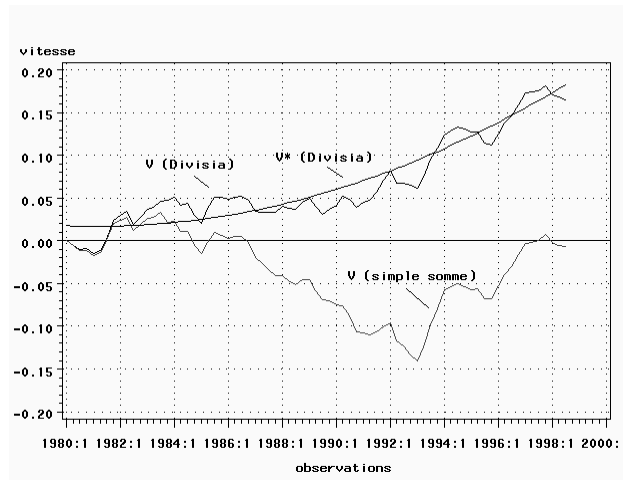


FIG. 3.7: Vitesse de circulation normalisée (1980=1) (en logarithme), calculée à partir d'un indice Divisia, et d'un indice arithmétique, ensemble des détenteurs.

il n'apparaît aucune relation claire, sinon une relation inverse entre la vitesse de circulation et le prix, infirmant ainsi la théorie.

A travers ces deux illustrations, il est donc apparent que toute analyse fondée sur des indices construits par simple sommation, conduit à des conclusions erronées, ce qu'a démontré l'étude des vitesses de circulation.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la théorie microéconomique de l'agrégation, et en particulier à son application dans le domaine monétaire. Plusieurs résultats clefs apparaissent.

Au niveau de la théorie de l'agrégation, nous avons montré que la fonction agrégeante, est soit directement la fonction d'utilité séparable, si celle-ci est homogène de degré 1, soit plus généralement la fonction distance. Il

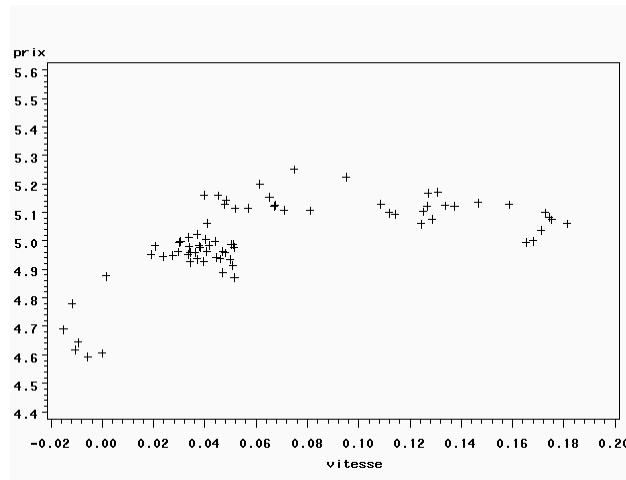


FIG. 3.8: Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice Divisia) et l'indice de prix dual (en logarithme), ensemble des détenteurs.

s'en suit, qu'un agrégat n'a de sens économique que s'il est capable d'approximer la fonction agréegante (méthode paramétrique), ou les variations de cette dernière (méthode non paramétrique). Dans ce dernier cas, l'agrégat est construit à partir d'un nombre indice. A partir des travaux de Diewert (1978, 1980), nous avons montré qu'il existait des classes d'indices dits superlatifs, qui répondaient à ce critère, lorsque la fonction d'utilité était homogène de degré 1. Par exemple l'indice idéal de Fisher, ou l'indice Törnqvist-Theil, approximation en temps discret de l'indice Divisia, sont des indices superlatifs. Parmi ces indices, il est aussi apparu que seul l'indice Törnqvist-Theil, restait valable lorsque les préférences ne sont pas homogènes de degré 1. Ceci fournit une justification théorique forte pour son usage empirique. Enfin, les indices arithmétiques ne sont valables que si tous les composants sont parfaits substitués.

Au niveau de la théorie monétaire, l'hypothèse de parfaite substituabilité des actifs est une hypothèse forte et sans doute irréaliste. Ainsi, comme

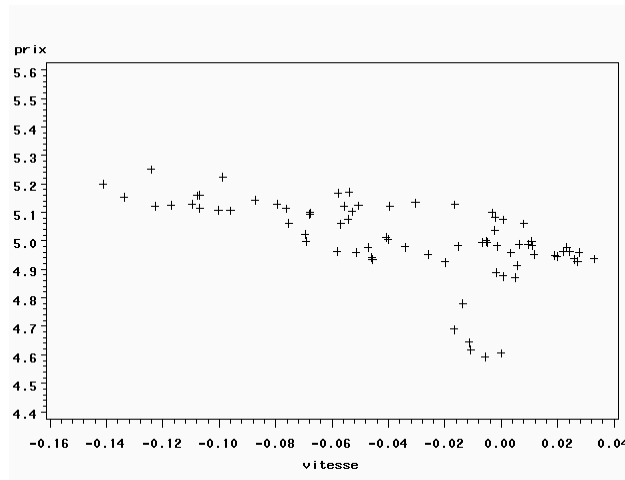


FIG. 3.9: Relation entre la vitesse de circulation (calculée à partir d'un indice arithmétique) et l'indice de prix dual (en logarithme), ensemble des détenteurs.

tous les actifs inclus dans un agrégat n'ont pas le même "poids" monétaire, l'agrégat de monnaie construit par simple sommation, va véhiculer un biais d'agrégation. En comparant les évolutions d'un tel agrégat, pourtant couramment employé, avec l'évolution d'un agrégat Divisia, nous avons montré que ce biais n'était pas constant dans le temps. A titre d'exemple, pour tous les détenteurs de monnaie, ce biais représentait environ 20 % de la valeur de l'indice en 1993 : l'agrégat arithmétique ne mesure donc pas la monnaie.

Le fait qu'un agrégat de monnaie construit par simple sommation, véhicule une information erronée sur la monnaie, même si les actifs le composant sont faiblement séparables, a donné naissance à une critique connue sous le nom de critique de Barnett. Cette critique, stipule qu'il existe une incohérence entre la théorie microéconomique de l'agrégation, et la façon dont sont effectivement construits les agrégats de monnaie. Cette critique est extrêmement forte. Elle remet tout d'abord en cause les conclusions d'études utilisant

de tels agrégats, ces dernières utilisant une mesure erronée de la monnaie. Elle questionne de plus toute politique monétaire basée sur le contrôle d'un agrégat comme M3. Enfin, elle fournit une explication de l'apparent relâchement du lien entre la monnaie et les grandeurs macroéconomiques, comme le PIB et l'inflation, constaté dans beaucoup de travaux empiriques. L'étape suivante devient donc l'étude de ce lien, à partir d'une mesure de la monnaie cohérente avec la théorie microéconomique.

Troisième partie

Implications

macro-économiques

Chapitre 4

La causalité monnaie-prix, monnaie-revenu

4.1 Introduction

Depuis les articles fondateurs de Sims (1972, 1980), la plupart des travaux empiriques cherchant à étudier le lien entre la monnaie et les prix, et la monnaie et le revenu national, ont utilisé des tests de causalité à la Granger (1969), en environnement bivarié ou multivarié. Au coeur du problème, sont à la fois la justification empirique du contrôle d'un agrégat large de monnaie pour son lien avec l'inflation (Trecroci et Vega (2000)) et la neutralité¹, ou super-neutralité de la monnaie. Cependant, comme l'ont noté Stock et Watson (1989), dans ce genre de littérature, des chercheurs utilisant des spécifications légèrement différentes, ont abouti à des conclusions parfois opposées. Ceci, notamment au niveau du lien entre la monnaie et le revenu. Pour résoudre cette apparente instabilité des résultats, et restaurer un tel lien, les auteurs proposent d'étudier la causalité avec des variables ajustées

¹Voir Pantinkin (1989).

de leur tendance. Mais ceci a aussi été remis en question par Hafer et Kutan (1997).

Plus généralement, cette instabilité des résultats peut être expliquée par la critique de Barnett, plutôt que par des considérations purement économétriques. La critique de Barnett, définie par Chrystal et MacDonald (1994) est basée sur une opposition entre la théorie microéconomique de l'agrégation, et la façon dont sont effectivement construits les agrégats de monnaie. En d'autres termes, comme le remarquent Belongia et Chrystal (1991), il existe deux problèmes majeurs associés aux agrégats construits par les banques centrales. Premièrement, les actifs inclus dans l'agrégat ne sont pas forcément faiblement séparables. Deuxièmement, la sommation n'est valable que si les actifs sont parfaits substitués, ce qui est une hypothèse très forte. Ainsi, les agrégats construits par sommation ne fournissent pas une bonne mesure de la monnaie. Cette critique est très forte puisqu'elle remet en cause les conclusions de la littérature utilisant de tels agrégats dans les tests de causalité.

Dans ce chapitre, nous utilisons les résultats de la partie précédente en terme de séparabilité et d'agrégation, afin de prendre en compte la critique de Barnett. C'est-à-dire, pour les actifs qui sont rationalisés par la fonction de sous d'utilité monétaire, nous construisons un indice Divisia. Nous étudions alors le contenu en information de cet indicateur en utilisant des tests de causalité à la Granger.

Comme toutes les séries d'intérêt sont non stationnaires, les tests de causalité sont conduits dans un cadre VECM (Vector Error Correcting Model) en utilisant la procédure développée par Toda et Phillips (1993, 1994) qui permet de différencier entre les effets de court et long terme. Sont ajoutés dans l'analyse deux taux d'intérêt, un taux de court terme, et un taux de long terme. Outre le fait que ces deux taux élargissent l'ensemble des in-

formations disponibles, inclure un taux de court terme permet d'étudier le caractère contrôlable de l'agrégat. Cela permet aussi de déterminer la variable apparaissant comme la force motrice du système.

Trois VECM sont estimés. Dans le premier nous nous intéressons aux relations entre le revenu national nominal, la monnaie nominale et les prix. Le second, reprend les variables du précédent, à l'exception du revenu national, qui est déflaté par un indice de prix. Enfin, dans le dernier VECM, la masse monétaire est aussi divisée par un indice de prix. Les principaux résultats sont les suivants : (1) La monnaie nominale cause les prix sur le court et long terme (2) Le revenu cause la monnaie dans les trois modèles (3) Ce lien est bilatéral si la monnaie et le revenu sont tous les deux en termes réels ou en termes nominaux (4) Le taux d'intérêt de court terme semble être la force motrice des trois systèmes.

Ce chapitre est organisé ainsi. Nous présentons dans une première section, de façon synthétique, les principaux résultats d'études ayant analysées les relations de causalité entre la monnaie, le revenu et les prix. Dans la section suivante, nous définissons la causalité au sens de Granger, et les procédures de tests en environnement VECM. Enfin la dernière section présente trois applications empiriques concernant la causalité entre la monnaie et les prix, et le monnaie et l'activité. Comme les banques centrales ne sont intéressées que par le suivi d'un agrégat de monnaie pour tous les détenteurs de monnaie, seul ce dernier est considéré.

4.2 La causalité monnaie-prix, monnaie-revenu : une revue de la littérature

Dans cette section, nous avons trois objectifs : (1) présenter les résultats synthétiques d'études empiriques ayant étudié le lien entre la monnaie et l'activité, la monnaie et les prix, (2) s'intéresser aux méthodes employées, (3) mettre particulièrement en avant les études ayant employé des agrégats Divisia.

Tous les modèles macroéconomiques, s'accordent pour reconnaître que la monnaie est le déterminant majeur, au moins à long terme, du niveau des prix. Il n'existe pas un tel consensus concernant les liens entre monnaie et activité. Si beaucoup d'économistes pensent qu'à long terme la monnaie est probablement neutre (pas d'effets réels), il y a une incertitude sur la non neutralité de court terme, mise en avant de façon empirique par les monétaristes (notamment Friedman et Schwartz (1963)), et contredite par les économistes keynésiens. Ainsi, la causalité entre la monnaie et les prix a été relativement moins étudiée que la causalité entre la monnaie et le revenu, dont l'enjeu théorique était plus important.

Quatre méthodes ont été employées pour étudier ces liens : corrélations, causalité au sens de Granger, tests de neutralité et modèle VAR structuraux. La plus simple, et la première, a donc été de recourir à des calculs de corrélation entre les variables d'intérêts. Même si l'utilisation de l'opérateur corrélation peut se révéler extrêmement trompeur dans le cas de séries non stationnaires, ces études ont eu pour mérite de porter l'attention des économistes sur le rôle de la monnaie en macro économie. Cependant, corrélation ne signifie pas causalité.

Pour étudier la causalité, deux méthodes ont été suggérées. Premièrement,

le recours à l'équation de S^t Louis, Deuxièmement les tests de causalité à la Granger dans un environnement VAR.

L'équation de S^t Louis relie la monnaie nominale au PIB nominal, alors que les tests de causalité fournissent un cadre beaucoup plus complet pour l'étude des phénomènes monétaires. Ils ont été, à ce titre largement plus employés. Il a cependant été noté que les tests de causalité n'étaient généralement pas utilisables en terme de politique monétaire, ainsi a été introduit un autre outil : les VAR dits structurels. Dans cette section, seules les trois premières méthodes sont étudiées. Les VAR structurels (Blanchard et Quah (1989)), correspondant à une problématique de politique monétaire, sortent du présent objet de cette thèse et ne sont pas présentés. Enfin, étant donné la taille de la littérature dédiée aux tests de causalité, nous nous bornerons à ne présenter que des résultats synthétiques, d'articles clefs.

Historiquement, les liens entre la monnaie, les prix et l'activité, ont donc été tout d'abord étudiés en utilisant des corrélations. Friedman et Schwartz (1963) ont été les premiers à appliquer cette méthode, et à mettre en évidence les liens entre la monnaie et les cycles réels. Sur données américaines couvrant une période d'environ cent ans, ils ont montré qu'un changement dans le taux de croissance de la monnaie, était suivi par une modification de l'activité réelle. En particulier, une accélération du taux de croissance de la monnaie était suivie par une hausse de l'activité réelle, et inversement. A partir de ce constat, Friedman et Schwartz (1963) ont suggéré que les variations du taux de croissance de la monnaie causaient l'activité réelle. Plus récemment, McCandless et Weber (1995), utilisant des données pour cent dix pays, couvrant environ trente années ont remis en cause cette conclusion. Pour eux, il n'existe aucune évidence empirique d'un lien entre le taux de croissance de la monnaie et le taux de croissance de l'économie réelle. Kormendi et Meguire

(1984) ainsi que Geweke (1986) présentent les mêmes évidences empiriques. En ce qui concerne les corrélations entre la monnaie et les prix, il existe un consensus beaucoup plus fort. En effet la majorité des études suggèrent une corrélation voisine de 1 entre l'inflation et le taux de croissance de la masse monétaire. Par exemple, McCandless et Weber (1995) rapportent des corrélations allant de 0,92 à 0,96, dépendant de la définition de la masse monétaire employée. Ces corrélations ont été logiquement analysée dans le cadre de la théorie quantitative de la monnaie.

Le calcul des corrélations a cependant deux limitations majeures. Premièrement, il n'est valide que si les séries sont intégrées d'ordre 0 ; en effet si les séries sont stationnaires, l'opérateur corrélation n'est plus valide, renvoyant la plupart du temps des valeurs proches de 1 ("spurious correlations"). Sur cette base, Fisher et Seater (1993) remettent en cause les études utilisant des corrélations sur des séries non stationnaires. Deuxièmement, corrélation ne signifie pas causalité. En effet, ce n'est pas parce qu'une série est corrélée avec une autre série, que cette série cause l'autre. Par exemple, supposons qu'une banque centrale puisse influencer l'activité par le biais de taux d'intérêt, et que la monnaie soit causée par les taux d'intérêt et l'activité. Dans ce cas, la monnaie et l'activité seront corrélées, mais la monnaie ne causera pas l'activité. Ce sera plutôt l'activité qui causera la monnaie, comme suggéré par Tobin (1970) et King et Plosser² (1984).

La première tentative pour étudier les liens de causalité entre la monnaie et l'activité, est due à Friedman et Meiselman (1963). Ces derniers, ont proposé d'étudier la causalité entre la monnaie nominale et le revenu nominal,

²Voir aussi Coleman (1996).

en se servant de l'équation (4.1) connue sous le nom d'équation de S^t Louis.

$$y_t^n = c + \sum_{i=0}^n a_i A_{t-i} + \sum_{i=0}^n b_i m_{t-i} + \sum_{i=0}^n h_i z_{t-i} + u_t \quad (4.1)$$

avec :

y_t^n : l'activité nominale,

m_{t-i} : la monnaie nominale,

A_t : une variable dont on veut tester l'influence relative sur l'activité par rapport à la monnaie,

z_{t-i} : un ensemble d'informations constitué de variables d'intérêt pour expliquer l'activité nominale.

Cette équation relie l'activité aux valeurs passées et présentes de la monnaie, ainsi qu'aux valeurs passées et présentes d'autres variables d'intérêt pouvant expliquer l'activité. L'influence de la monnaie sur l'activité est alors étudiée en testant la significativité des coefficients b_i .

Friedman et Meiselman (1963) ont reporté une forte influence de la monnaie sur l'activité, pour les Etats-Unis. Des conclusions similaires sont trouvées par Andersen et Jordon (1968) et Carlson (1978). Chrystal et McDonald (1994) estiment l'équation (4.1) pour un groupe de sept pays, et pour différentes mesures de monnaie : un agrégat construit par simple sommation, l'agrégat CE de Rotemberg, Driscoll et Poterba (1991, 1995) et l'agrégat Divisia. Ils soulignent les liens entre la monnaie nominale et l'activité. Ils montrent aussi que, pour la plupart des pays étudiés, les agrégats Divisia ont un contenu en informations qui est supérieur aux autres agrégats.

Bien que largement utilisée, l'équation de S^t Louis pose toutefois un problème au niveau de la stationnarité des séries. Il lui a ainsi été préférée une approche plus générale : la causalité au sens de Granger, introduite par Sims (1972). Une variable x cause, au sens de Granger une variable y , si ajouter des

valeurs passées de x aux valeurs passées de y , permet d'améliorer la prévision de y , c'est-à-dire si les coefficients a_i de l'équation (4.2) sont significativement différents de zéro.

$$y_t = c + \sum_{i=1}^n a_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^n b_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^n h_i z_{t-i} + u_t \quad (4.2)$$

avec :

y_t : la variable causée,

x_t : la variable causale,

z_t : l'ensemble d'informations.

A partir d'un VAR bivarié, reliant la monnaie et le PIB nominal, Sims (1972) a montré que la monnaie causait l'activité, en utilisant des données pour les Etats-Unis. Néanmoins, l'étude de Sims (1980), suggère que cette relation est beaucoup moins nette, lorsqu'un ensemble d'information formé des prix et d'un taux d'intérêt est ajouté. King et Plosser (1984) concluent qu'en fait, le sens de causalité va de l'activité vers la monnaie et non l'inverse. Christiano et Ljungqvist (1988), ont essayé d'interpréter cette apparente instabilité des résultats. Pour eux, les tests sont très sensibles à l'utilisation de variables en niveau ou en différence.

Stock et Watson (1989) ont rejeté cette idée. Le problème, à leur avis réside dans la façon dont sont prises en compte les tendances dans les variables monétaires. Ils montrent qu'utiliser des variables ajustées de leurs tendances, permet de restaurer l'influence de la monnaie sur le revenu, influence qui semblait s'être modifiée sur la fin de période.

Cette conclusion est toutefois remise en cause par Hafer et Kutan (1997) qui suggèrent que les tests de causalité sont en fait très sensibles aux propriétés statistiques des séries, et plus particulièrement en terme d'intégration. Ainsi, si l'on pose l'hypothèse que les variables sont stationnaires autour

d'une tendance, la monnaie causera typiquement l'activité pour les Etats-Unis. Au contraire, si les séries sont stationnaires en différence, alors l'activité causera la monnaie.

Hayo (1998) reprend cette critique et teste la causalité entre la monnaie réelle et l'activité réelle dans un VAR multivarié, pour un ensemble de pays. L'ensemble d'information étant représenté par un taux d'intérêt et un indice de prix. Seuls les Etats-Unis dans l'ensemble des pays étudiés, présentent une relation de causalité claire et unilatérale de la monnaie vers l'activité (voir aussi Davis et Tanner (1997)). Il trouve également que les résultats des tests varient d'un pays à l'autre, mais que généralement, la causalité monnaie-revenu est rejetée. Dans les rares cas où cette dernière apparaît, elle est bilatérale.

Néanmoins, deux critiques sont associées aux études présentées jusqu'ici : une critique méthodologique, et une critique liée aux agrégats eux-mêmes.

Tout d'abord, au niveau méthodologique, même si les propriétés statistiques des séries sont prises en compte, ces études négligent une possible cointégration. Ceci conduit à négliger les effets de long et de court terme, ce qui réduit la puissance des tests. En effet, si les séries sont cointégrées un VAR en différences premières constitue une mauvaise approximation du processus générateur de données. L'extension des tests de causalité dans un cadre VECM a notamment été considérée par Mosconi et Giannini (1992), Toda et Phillips (1993, 1994) et Toda et Yamamoto (1995). Trecroci et Vega (2000) appliquent les méthodologies de Toda et Phillips (1993, 1994) et Toda-Yamamoto (1995) afin d'étudier le lien de causalité entre la monnaie et l'inflation sur la zone euro. Au seuil habituel, la non-causalité est acceptée, ce qui doit plus être interprété comme étant du à l'hétérogénéité des comportements sur la zone. Bikker (1998), utilise la méthodologie de Giannini et

Mosconi (1992), qui consiste à tester la causalité en bloc, et s'intéresse à la relation entre la monnaie et l'activité réelle pour quatre pays de la zone euro. Il conclut à la non existence d'une relation de causalité entre la monnaie et l'activité réelle sur le long terme (neutralité de la monnaie) pour l'Allemagne. Néanmoins, les résultats sont mitigés pour les autres pays, pour lesquels un effet positif, mais faible, peut être mis en avant.

Ensuite, au niveau des agrégats, toutes ces études utilisent des agrégats construits par simple sommation et incorporent donc une erreur de mesure croissante avec le niveau d'agrégation.

Il n'existe, à notre connaissance, qu'une seule étude croisant ces deux critères, celle de Chrystal et Mac Donald (1994). Pour un groupe de pays, ces derniers testent la causalité dans un cadre VECM. Ils ont pour objectif à la fois d'étudier si le contenu en information d'un agrégat Divisia est supérieur à un agrégat simple somme, et d'étudier le lien entre la monnaie et le PIB. Ils concluent que généralement, les agrégats Divisia véhiculent une information supérieure. Par exemple, dans le cas des Etats-Unis au seuil de 5%, un agrégat Divisia nominal cause l'activité réelle, alors que la causalité au seuil de 10% pour un agrégat simple somme est rejetée. Généralement en ce qui concerne les liens monnaie dans les autres pays, les résultats sont assez variés : influence nette pour les Etats-Unis, pas d'influence pour l'Allemagne, le Canada ou le Japon.

D'autres études ont aussi utilisé des agrégats Divisia dans les tests de causalité mais négligent l'aspect économétrique. Rotemberg, Driscoll et Poterba (1991, 1995) en utilisant les agrégats Divisia et CE montrent que la monnaie nominale cause l'activité réelle pour les Etats-Unis. Belongia (1996) étend les travaux de Friedman et Kuttner (1992, 1993). Ces derniers ont montré que l'étude de Stock et Watson (1989) est invalidée lorsque l'on change l'ensemble

d'information. Belongia (1996), en remplaçant l'indice simple somme par un indice Divisia, montre que même si les tests restent tributaires de l'ensemble d'information, l'utilisation d'un indice Divisia permet de restaurer un certain lien entre la monnaie et le PIB.

A l'issue de ce bref survol de la littérature, trois conclusions. Premièrement, les études utilisant des agrégats conçus par simple sommation, en majorité centrées sur les Etats-Unis, présentent des résultats contradictoires et les relations entre la monnaie et les prix et le revenu semblent se distendre en fin de période. Deuxièmement, utiliser un agrégat Divisia permet de restaurer dans un certain nombre de cas le lien entre la monnaie et le PIB, mais les résultats diffèrent selon les pays. Enfin, à partir de l'étude des corrélations, il existe un lien fort entre la monnaie et les prix³.

4.3 Causalité au sens de Granger et procédure de test dans un processus VAR

La causalité à la Granger⁴ (1969) repose sur l'idée simple qu'une cause ne peut pas venir après ses effets. Ainsi, si une série y_1 cause une série y_2 alors le passé de y_1 va fournir une indication significative sur l'évolution présente et future de y_2 . En d'autres termes, y_1 va causer y_2 au sens de Granger si, étant donné un ensemble d'information, le fait d'ajouter des valeurs passées de y_1 aux valeurs passées de y_2 va améliorer la prévision de cette dernière variable. De façon plus formelle, en reprenant Lütkepohl (1993), soit Ω_t un

³Voir aussi Dwyer et Hafer (1999), Freeman (1992).

⁴Sur la causalité voir aussi Barnett, Jones et Nesmith (1998), sur la causalité non linéaire, et Boudjellaba, Dufour, Roy (1992, 1994), Dufour et Tessier (1997) pour la causalité dans les processus VARMA.

ensemble d'information contenant toute l'information pertinente jusqu'à la date t , et $y_{2t}(h|\Omega_t)$ la prévision optimale de y_{2t} à la période h . Soit $\Sigma_{y_2}(h|\Omega_t)$ l'erreur de prévision. Le processus y_{1t} cause y_{2t} au sens de Granger si (4.3) est vérifié, c'est-à-dire si ajouter des valeurs passées de y_{1t} réduit l'erreur de prévision.

$$\Sigma_{y_2}(h|\Omega_t) < \Sigma_{y_2}(h|\Omega_t \setminus \{x_s | s \leq t\}) \quad (4.3)$$

Les tests de causalité au sens de Granger, sont généralement conduits dans un environnement VAR. Soit $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})'$ un processus sans éléments déterministes, avec en particulier $E(Y) = 0$. Y_t est dit stationnaire, ou stationnaire d'ordre 2, si ses premier et second moments ne sont pas une fonction du temps. En d'autres termes, Y_t est un processus stationnaire si (4.4) et (4.5) sont vérifiés.

$$E(Y_t) = \mu, t = 1, \dots, n \quad (4.4)$$

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-h} - \mu)'] = \Gamma_y(h) = \Gamma_y(-h)', t, h = 0, 1, \dots, n \quad (4.5)$$

La condition (4.4) signifie que quelque soit t , le processus Y_t a le même vecteur de moyennes μ . La condition (4.5), quant à elle, requière que les autocovariances soient indépendantes du temps, et ne dépendent que de h . Si ces deux conditions sont vérifiées, alors Y_t admet une représentation de type moyenne mobile, c'est-à-dire une somme infinie de bruits blancs (théorème de Wold)(4.6).

$$Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i u_{t-i} \quad (4.6)$$

avec :

Φ_i : une matrice ($k \times k$),

$$\Phi_0 = I_k,$$

u_t : des bruits blancs non corrélés de moyenne nulle, ayant une matrice de covariance non singulière.

En supposant que (4.6) est inversible, le processus admet une représentation VAR infinie, et comme la somme des A_i converge rapidement vers zéro, une représentation finie d'ordre p notée VAR(p) (4.7).

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} A_i Y_{t-i} + u_t \quad (4.7)$$

avec :

A_i : une matrice ($k \times k$).

$$Y_t = \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + u_t \quad (4.8)$$

avec :

A_i : une matrice ($k \times k$).

Dans chacune des k équations de (4.8), la $i^{\text{ième}}$ composante de Y_t dépend de son propre passé et du passé de ou des processus dont on veut tester l'influence causale. Tous les processus sont définis de façon endogène. La causalité au sens de Granger, est alors étudiée en testant la nullité jointe des coefficients des séries d'intérêt. En réécrivant (4.8) de façon plus détaillée

(4.9),

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \vdots \\ y_{kt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & \cdots & a_{1k}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & \cdots & a_{2k}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1}^1 & a_{k2}^1 & \cdots & a_{kk}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \\ \vdots \\ y_{kt-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & \cdots & a_{1k}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & \cdots & a_{2k}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1}^2 & a_{k2}^2 & \cdots & a_{kk}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \\ \vdots \\ y_{kt-2} \end{bmatrix} + \dots \\
 &+ \begin{bmatrix} a_{11}^p & a_{12}^p & \cdots & a_{1k}^p \\ a_{21}^p & a_{22}^p & \cdots & a_{2k}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1}^p & a_{k2}^p & \cdots & a_{kk}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \\ \vdots \\ y_{kt-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ \vdots \\ u_{kt} \end{bmatrix} \tag{4.9}
 \end{aligned}$$

le test de causalité par exemple de y_1 sur y_2 est donné par :

$$\begin{cases} H_0 : y_1 \text{ ne cause pas } y_2 : a_{21}^1 = a_{21}^2 = \dots = a_{21}^p = 0 \\ H_a : y_1 \text{ cause } y_2 : a_{21}^1 \neq a_{21}^2 \neq \dots \neq a_{21}^p \neq 0 \end{cases}$$

Empiriquement, on testera H_0 en employant un test Wald, de Fisher ou encore un test du ratio de vraisemblance.

Si le processus Y_t est non stationnaire, mais intégré d'ordre 1, c'est-à-dire s'il doit être différencié une fois pour être stationnarisé, et que les composantes de Y_t ne sont pas cointégrées, alors le processus en niveau n'admet pas de représentation de Wold et donc de VAR(p). Un vecteur Y_t étant dit cointégré si toutes les séries le composant sont intégrées d'ordre d , avec $d \geq 1$ et s'il existe au moins une combinaison linéaire de ces séries qui soit intégrée d'ordre $d - 1$. Par contre la différence première notée ΔY_t , elle, admet une représentation (4.10) et donc une écriture VAR d'ordre fini (4.11). Dans ce cas, la procédure de test de causalité est strictement équivalente, excepté que Y_t est remplacé par ΔY_t .

$$\Delta Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i u_{t-i} \tag{4.10}$$

$$\Delta Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (4.11)$$

Enfin, si tous les composants sont intégrés d'ordre 1, et cointégrés, la procédure de test est légèrement différente. En effet, il n'est donc pas possible de représenter le processus ΔY_t par un simple VAR d'ordre fini (Hamilton (1994)). En d'autres termes, estimer un VAR(p) en différence, alors que les séries sont cointégrées, va fournir une mauvaise approximation du processus générateur de données, et biaiser les tests de causalité. Il existe cependant une représentation VECM(p) (Vector Error Correction Model) du processus générateur de données (4.12).

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (4.12)$$

avec :

Π, Γ_i : des matrices ($k \times k$).

(4.12) est lié à une représentation VAR(p) en niveau (4.13) avec $\Pi = -(I - A_1 - \dots - A_p)$ et $\Gamma_i = -(I - A_1 - \dots - A_i)$

$$Y_t = \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + u_t \quad (4.13)$$

Dans (4.12) les matrices Γ_i contiennent de l'information sur les relations de court terme, c'est-à-dire les variations autour de l'équilibre, et la matrice Π contient de l'information sur les relations de long terme, ou relations d'équilibre. Cette dernière matrice peut être ré écrite $\Pi = \alpha \beta'$ avec α une matrice ($k \times r$) contenant les coefficients de long terme, c'est-à-dire la vitesse d'ajustement, et β' est une matrice ($r \times k$) contenant les r relations de long terme, ou les r vecteurs cointégrant. Si $r = 0$, il n'y a pas de relations cointégrantes, et (4.12) se réduit à un simple VAR en différence. Si $r \leq k - 1$, la matrice β' contient $r \leq k - 1$ vecteurs cointégrants. Enfin, si $r = k$, tous les processus sont stationnaires.

Si $r \leq k - 1$, tester la causalité revient à prendre en compte à la fois la causalité de court terme et la causalité de long terme. Par exemple, supposons que le processus Y_t soit généré par un VECM(2) (4.14) dans lequel toutes les relations cointégrantes soient confondues.

$$\begin{bmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \\ \vdots \\ \Delta y_{kt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11}^1 & \gamma_{12}^1 & \cdots & \gamma_{1k}^1 \\ \gamma_{21}^1 & \gamma_{22}^1 & \cdots & \gamma_{2k}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{k1}^1 & \gamma_{k2}^1 & \cdots & \gamma_{kk}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{1t-1} \\ \Delta y_{2t-1} \\ \vdots \\ \Delta y_{kt-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1k} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{k1} & \pi_{k2} & \cdots & \pi_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \\ \vdots \\ y_{kt-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ \vdots \\ u_{kt} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Alors, un processus y_1 ne causera pas le processus y_2 si $\gamma_{21}^1 = \pi_{21} = 0$.

Dans le cas d'une représentation VECM, pour tester la causalité, une procédure consisterait donc à estimer un système non contraint (4.12), c'est-à-dire non identifié au niveau des relations cointégrantes, puis à tester des restrictions. Toda et Phillips (1993, 1994) ont cependant démontré que dans ce cas, la distribution des tests, notamment du test Wald n'était pas standard, c'est-à-dire n'était pas distribué comme un Chi^2 , mais comme un mélange de lois. Pour que le test Wald soit distribué de façon standard, il faut que le rang de la matrice α ou β' soit connu avec certitude. En d'autres termes, les vecteurs cointégrants, ainsi que leur nombre doivent être connus. Pour cela ils recommandent l'utilisation de la procédure de Johansen (1988, 1991, 1992) connue sous le nom de régression de rang réduit, et développent une batterie de tests de causalité dans cet environnement. Nous introduisons en détail la procédure de Johansen (1988, 1991, 1992), ainsi que la procédure de Toda-Phillips (1993, 1994).

4.4 Les tests de causalité dans un cadre VECM

4.4.1 Cointégration multivariée : l'approche de Johansen

La procédure de Johansen (1988, 1991, 1992), Johansen et Juselius (1992a, 1992b, 1994) basée sur la méthode du maximum de vraisemblance, fournit une méthode générale pour tester le nombre de vecteurs cointégrants⁵. Cependant, les vecteurs cointégrants issus de l'estimation ne sont pas uniques, et une procédure supplémentaire doit être utilisée pour arriver à des vecteurs irréductibles (Davidson (1998)). Nous commençons par présenter l'approche de Johansen, puis les tests d'identification des vecteurs cointégrants.

Estimation du nombre de vecteurs cointégrants

Soit un processus $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})'$ dont chaque élément est intégré d'ordre 1, et dans lequel il n'y a, par simplification, aucun élément déterministe. Johansen (1988) a prouvé que l'estimation des matrices α et β' ainsi que le test du nombre de vecteurs cointégrants pouvait être résolu à partir d'une procédure en trois étapes. Premièrement, construisons deux régressions auxiliaires. Soit $Z_{0t} = \Delta Y_t$, $Z_{1t} = (\Delta Y_{t-1}, \dots, \Delta Y_{t-p+1})'$ et $Z_{pt} = Y_{t-p}$. Régressons Z_{0t} sur Z_{1t} en nous servant des moindres carrés ordinaires, et notons R_{0t} (régression 0) les résidus de cette régression. Régressons ensuite Z_{pt} sur Z_{1t} , et de façon similaire notons R_{1t} les résultats de cette régression (régression 1). Deuxièmement, calculons les moments et les moments croisés des résidus notés S_{ij} définis par (4.15)

$$S_{ij} = T^{-1} \sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}, \quad i, j = 0, 1. \quad (4.15)$$

⁵Harris (1995).

Enfin, en troisième étape, l'estimation par le maximum de vraisemblance des vecteurs cointégrants est donnée par les vecteurs propres $\widehat{\beta} = (\widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k)$ correspondant aux valeurs propres triées par ordre décroissant $\widehat{\lambda}_1 > \dots > \widehat{\lambda}_k$ solutions du problème (4.16) (ou plus simplement, les valeurs propres de (4.17)). Johansen (1988) propose de normaliser les vecteurs tel que $\widehat{\beta}' S_{11} \widehat{\beta} = I$ et qu'un paramètre dans chaque vecteur cointégrant soit égal à 1.

$$|\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{11}| = 0 \quad (4.16)$$

$$S_{11}^{-1} S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} \quad (4.17)$$

Pour tester la significativité des vecteurs cointégrants, c'est-à-dire le rang de la matrice β' , ou encore le nombre de combinaisons linéaires stationnaires, deux tests sont proposés. Le premier est construit sur l'hypothèse nulle qu'il existe au plus r vecteurs cointégrants, c'est-à-dire que les r premiers vecteurs cointégrants sont non nuls (et les $(k - r)$ relations sont non stationnaires). Ce test est le "test trace", donné par (4.18). Il teste la significativité des r plus grandes valeurs propres.

$$\lambda_{trace} = -T \sum_{i=r+1}^n \log(1 - \widehat{\lambda}_i), r = 0, 1, \dots, k-2, k-1 \quad (4.18)$$

Le deuxième test utilisé est le test " λ_{max} " (4.19). Ce dernier teste l'hypothèse nulle qu'il y a r vecteurs cointégrants contre l'hypothèse alternative qu'il existe $r + 1$ vecteurs.

$$\lambda_{max} = -T \log(1 - \widehat{\lambda}_{r+1}), r = 0, 1, \dots, k-2, k-1 \quad (4.19)$$

Les valeurs critiques pour ces deux statistiques sont données par la table d'Osterwald-Lenum (1992). Cependant, il a été noté par Cheung et Lai (1993), et Reimers (1992) que ces deux statistiques présentaient un biais

pour les petits échantillons. En effet, ils montrent à partir de simulations de Monte Carlo, que l'hypothèse nulle est trop souvent rejetée lorsqu'elle est vraie. Reimers (1992) corrige ces deux statistiques en remplaçant T dans (4.18) et (4.19) par $T - kp$, avec T le nombre d'observations, k le nombre de variables, et p le nombre de retards. De plus ils montrent que ces deux statistiques n'ont pas la même puissance. En effet, la statistique λ_{trace} est robuste à un excès de Kurtosis, mais pas la statistique λ_{max} .

Une fois le nombre de vecteurs cointégrants estimé, l'estimation du reste des paramètres se fait en appliquant les moindres carrés ordinaires. L'estimation est donnée par (4.20).

$$(\hat{\Gamma}_1, \dots, \hat{\Gamma}_{p-1}, \hat{\alpha}) = (Z_3' Z_3)^{-1} Z_3' Z_4 \quad (4.20)$$

avec pour $t = 1, \dots, T$:

$$\begin{aligned} Z_{3t} &= (\Delta y_{1t-1}, \dots, \Delta y_{kt-1}, \dots, \Delta y_{1t-p+1}, \dots, \Delta y_{kt-p+1}, \hat{\beta}'_1(y_{1t-p}, \dots, y_{kt-1})', \dots, \\ &\hat{\beta}'_r(y_{1t-p}, \dots, y_{kt-1})'), \\ Z_{4t} &= (\Delta y_{1t}, \dots, \Delta y_{kt}). \end{aligned}$$

Jusqu'à présent, nous avons supposé que, par simplicité, dans le processus générateur de données, n'entraient ni constantes, ni variables indicatrices, ni tendances. Evidemment, ceci est simplificateur, et une forme plus général du VECM est donnée par (4.21).

$$\Delta Y_t = \alpha \tilde{\beta}' \tilde{Y}_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \Xi D_t + \Theta \mu + \Psi t + u_t \quad (4.21)$$

avec :

Ξ : une matrice ($d \times k$) de paramètres relatifs aux variables indicatrices,

Θ : un vecteur ($1 \times k$) de paramètres relatifs à la constante,

Ψ : un vecteur ($1 \times k$) de paramètres relatifs à la tendance,

$\tilde{\beta}'$: une matrice ($r \times (k + 1 + 1)$), comprenant de la colonne 1 la colonne

r , les vecteurs cointégrants, à la colonne $r + 1$ (notée $\tilde{\beta}'[., r + 1]$) la constante et en $r + 2$ la tendance notée ($\tilde{\beta}'[., r + 2]$),

$$\tilde{Y}'_{t-p} = (Y_{t-p}, 1, t).$$

Cinq modèles peuvent être considérés.

- Dans le premier $\Theta = \Psi = \tilde{\beta}'[., r + 1] = \tilde{\beta}'[., r + 2] = 0$. Dans ce cas, il n'y a pas de constante ni tendance dans le relation de cointégration, ni dans la relation VAR. C'est le cas que nous avons développé plus haut. Si des variables indicatrices sont ajoutées au modèle, elles entrent directement à droite des régressions 0 et 1. Dans ce cas, et dans tous les autres modèles, les statistiques de significativité des vecteurs cointégrants ne sont qu'indicatrices.
- Dans le deuxième modèle, $\tilde{\beta}'[., r + 1] = 1$ et $\Theta = \Psi = \tilde{\beta}'[., r + 2] = 0$, seule une constante entre dans l'espace de cointégration. Dans ce cas l'estimation se fait en rajoutant dans la partie droite de la régression 1 une constante.
- Dans le troisième modèle, il y a une double constante ainsi $\tilde{\beta}'[., r + 1] = 1$, $\Theta \neq 0$ et $\Psi = \tilde{\beta}'[., r + 2] = 0$. Ceci correspond à une tendance linéaire. L'estimation se fait en ajoutant une constante à droite des régressions 0 et 1.
- Dans le quatrième modèle, une tendance et une constante sont ajoutées dans l'espace de cointégration, et une constante entre aussi dans la relation VAR. Ainsi : $\tilde{\beta}'[., r + 1] = 1$, $\Theta \neq 0$, $\tilde{\beta}'[., r + 2] = t$, et $\Psi = 0$. L'estimation se fait en ajoutant à droite des régressions 0 et 1 une constante, et seulement dans 0 une tendance.
- Enfin, le dernier modèle correspond à une tendance quadratique puisqu'une tendance et une constante sont incluses à la fois dans l'espace de

cointégration, et dans la relation VAR. L'estimation se fait en ajoutant à la droite des régressions 0 et 1 une tendance et une constante.

Empiriquement, choisir entre ces cinq modèles n'est souvent pas aisé. Johansen (1992) se basant sur la méthodologie de Pantula (1989) propose une méthode générale basée sur un test joint du nombre de vecteurs cointégrant et du choix du modèle. L'idée est de partir du modèle le plus restrictif (modèle 1) et de tester le nombre de vecteurs cointégrants à un certain seuil de significativité. Ensuite, on passe au modèle suivant et on vérifie si au même seuil, on a le même nombre de vecteurs cointégrants. Si oui, on rejete le modèle précédant et on accepte le nouveau modèle. La procédure est alors poursuivie jusqu'au moment où l'un des tests indique un nombre de vecteurs cointégrants inférieur au modèle de départ. Dans ce cas, le modèle de départ est finalement choisi (Un test du ratio de vraisemblance peut aussi être utilisé)

Estimation des vecteurs cointégrants

La procédure de Johansen est particulièrement utile pour déterminer le nombre de vecteurs cointégrants. Cependant, les vecteurs cointégrants, c'est-à-dire les vecteurs propres correspondant aux r plus grandes valeurs propres de (5.38) ne sont pas uniques, et sont donc difficilement interprétables. En effet toute combinaison linéaire d'un vecteur cointégrant est aussi un vecteur cointégrant. Pour obtenir des vecteurs uniques, il est nécessaire d'imposer un certain nombre de restrictions, et ainsi obtenir des vecteurs irréductibles (Davidson (1998)). Un vecteur cointégrant est dit irréductible, si contraindre une variable conduit à une relation non stationnaire. En général, les contraintes sont fonction de la théorie économique (par exemple homogénéité entre les prix et la monnaie, homogénéité entre le revenu et la monnaie), ou purement

empiriques.

Les hypothèses sur les vecteurs cointégrants s'écrivent (4.22).

$$H_\beta : \beta = (H_1\varphi_1, \dots, H_r\varphi_r) \quad (4.22)$$

avec :

H_1, \dots, H_r : les matrices ($k \times (k - s_i)$) contenant les s_i restrictions de la $i^{\text{ème}}$ relation de cointégration,

$\varphi_1, \dots, \varphi_r$: des vecteurs ($s_i \times 1$) contenant les paramètres à estimer de la $i^{\text{ème}}$ relation de cointégration.

A titre d'exemple, supposons que nous ayons un VECM(p) pour quatre variables et seulement un vecteur cointégrant. Si nous voulons imposer que la dernière variable soit zéro dans le vecteur, la matrice H sera définie par (4.23). Autre exemple, si nous voulons tester l'homogénéité entre la première et la dernière variable, alors la matrice H sera donnée par (4.24).

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Empiriquement, trois types d'hypothèses peuvent être testées.

- Dans le premier type, la même restriction est imposée à tous les vecteurs cointégrants. Dans ce cas, on teste si une structure similaire se trouve dans chaque vecteur cointégrant, ou s'il existe une certaine structure dans un seul vecteur si $r = 1$. Cette hypothèse est notée H_4 ,

- Dans le second type, les vecteurs cointégrants sont partagés en deux groupes, si $r > 1$. Dans le premier groupe, les vecteurs sont connus *a priori*, et sont imposés. Dans le second groupe, aucune restriction n'est imposée. Cette hypothèse est notée H_5 .
- Dans le troisième type, les vecteurs cointégrants sont partagés en deux groupes, si $r > 1$. Dans le premier groupe, les mêmes restrictions sont imposées sur tous les vecteurs constituant. Dans le second groupe, aucune restriction n'est imposée H_6 .

Dans le reste de ce chapitre, nous n'utiliserons que des tests du type H_4 . Nous détaillons donc maintenant cette procédure.

Une fois la matrice de restrictions H définie, la procédure de test se fait en deux étapes. Premièrement, réestimer des vecteurs propres $(\bar{v}_i, i = 1, \dots, k)$ correspondant aux valeurs propres classées par ordre décroissant $\bar{\lambda}_1 > \dots > \bar{\lambda}_k$, solutions du problème (4.25)

$$|\lambda H' S_{11} H - H' S_{10} S_{00}^{-1} S_{11} H| = 0 \quad (4.25)$$

Deuxièmement, tester la significativité de la restriction en calculant (4.26).

$$T \sum_{i=1}^r \log((1 - \bar{\lambda}_i)/(1 - \hat{\lambda}_i)) \quad (4.26)$$

Sous l'hypothèse nulle, (4.26) est distribué comme un Chi^2 à $r(k - (k - s))$.

Enfin, l'hypothèse H_4 dans le cas où il n'y a qu'un vecteur cointégrant, peut servir à tester la stationnarité des variables. En effet, le test de restrictions sur un vecteur cointégrant peut s'analyser comme un test de stationnarité de Dickey-Fuller multivarié, à la différence qu'ici l'hypothèse nulle est la stationnarité. Ainsi, si H est une des colonnes de la matrice identité alors est testée la stationnarité de la variable associée. Par exemple, dans le cas d'un VECM(p) à quatre variables la stationnarité des variables est testée en définissant H tel qu'elle prenne successivement les valeurs :

$$H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

De même, si une tendance est ajoutée dans la relation cointégrante, la stationnarité autour d'une tendance⁶ peut être testée en définissant H tel que :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous introduisons maintenant, dans ce cadre la procédure de Toda et Phillips.

4.4.2 La procédure Toda-Phillips

Dans cette section, nous présentons de façon détaillée l'approche de Toda et Phillips (1993, 1994). Nous présentons un cas moins général puisque, nous ne considérons que la causalité d'une variable sur une autre variable, et non la causalité d'un groupe de variables sur un autre groupe de variables. Les différences majeures se situent au niveau de la définition des tests ainsi que dans leur distribution.

Soit un processus $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})'$ composé de k processus intégrés d'ordre 1 et cointégrés avec $1 \leq r < k$ vecteurs cointégrants. Y_t admet donc une représentation VECM(p). Soit (4.27) son estimation par la méthode de

⁶Dans ce cas, la tendance n'apparaît pas explicitement dans la relation cointégrante puisqu'elle est ajoutée dans les régressions 0 et 1.

Johansen.

$$\Delta Y_t = \hat{\alpha} \hat{\beta}' Y_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \hat{\Gamma}_i \Delta Y_{t-i} + u_t \tag{4.27}$$

avec :

$\hat{\alpha}$: une matrice ($k \times r$) dont l'élément se trouvant à la $l^{i\text{ème}}$ ligne et $c^{i\text{ème}}$ colonne est noté $\hat{\alpha}[lc]$,

$\hat{\beta}'$: une matrice ($r \times k$) dont l'élément se trouvant à la $l^{i\text{ème}}$ ligne et $c^{i\text{ème}}$ colonne est noté $\hat{\beta}'[lc]$,

$\hat{\Gamma}_i$: une matrice ($k \times k$) dont l'élément se trouvant à la $l^{i\text{ème}}$ ligne et $c^{i\text{ème}}$ colonne est noté $\hat{\Gamma}_i[lc]$.

La non-causalité entre deux variables du processus Y_t , y_1 sur y_2 peut être testée en utilisant la procédure séquentielle en trois étapes suivante :

$$\begin{array}{l}
 P_1 : \text{Tester } H_1^* \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } H_1^* \text{ est rejetée, alors tester } H^* \\ \text{Autrement, tester } H_\perp^* \end{array} \right. \\
 P_2 : \text{Tester } H_3^* \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } H_3^* \text{ est rejetée, alors tester } H^* \\ \text{Autrement, tester } H_\perp^* \end{array} \right. \\
 P_3 : \text{Tester } H_\perp^* \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } H_\perp^* \text{ est rejetée,} \\ \text{alors rejeter l'hypothèse} \\ \text{nulle de non causalité} \\ \\ \text{Autrement, tester } H_1^* \text{ et } H_3^* \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } H_1^* \text{ et } H_3^* \text{ sont} \\ \text{rejetés, tester } H_{13}^* \\ \text{si } r > 1 \text{ ou rejeter} \\ \text{l'hypothèse nulle si } r = 1 \\ \\ \text{Autrement, accepter} \\ \text{l'hypothèse nulle de} \\ \text{non causalité} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Dans laquelle les hypothèses sont définies par :

H^* : hypothèse nulle de non causalité de court et long terme :

$$\widehat{\Gamma}_1[21] = \dots = \widehat{\Gamma}_{p-1}[21] = \widehat{\alpha}[21]\widehat{\beta}'[11] = \dots = \widehat{\alpha}[2r]\widehat{\beta}'[r1] = 0$$

H_1^* : faible exogénéité :

$$\widehat{\alpha}[21] = \dots = \widehat{\alpha}[2r] = 0$$

H_{\perp}^* : non-causalité de court terme :

$$\widehat{\Gamma}_1[21] = \dots = \widehat{\Gamma}_{p-1}[21] = 0$$

H_3^* : exclusion de long terme :

$$\widehat{\beta}'[11] = \dots = \widehat{\beta}'[r1] = 0$$

H_{13}^* : non-causalité de long terme :

$$\widehat{\alpha}[21]\widehat{\beta}'[11] = \dots = \widehat{\alpha}[2r]\widehat{\beta}'[r1] = 0$$

Dans l'hypothèse nulle de non causalité, y_1 ne cause pas y_2 si dans l'équation Δy_{2t} du VECM, les $p - 1$ coefficients associés aux retards de Δy_1 sont nuls ainsi que les r coefficients associés à y_{1t-p} . C'est-à-dire, y_1 ne cause pas y_2 si les variations passées de y_1 ne causent pas les variations présentes de y_2 et si les niveaux passés de y_1 ne causent pas les variations présentes de y_2 . Cette hypothèse est donc construite à partir de la non causalité de court terme (H_{\perp}^*), et de long terme (H_{13}^*).

Deux hypothèses sont rajoutées qui se rapprochent de la non causalité de long terme. Tout d'abord la faible exogénéité, c'est-à-dire la non significativité des vecteurs cointégrants dans l'équation à correction d'erreurs, et l'exclusion de long terme, qui est l'exclusion de la variable d'intérêt dans toutes les relations cointégrantes et toutes les équations. Ainsi, la stratégie

conseillée consiste tout d'abord à tester la faible exogénéité. S'il n'y a pas faible exogénéité, alors il existe une probabilité non nulle qu'il y ait une causalité de long terme. Dans ce cas la procédure consiste à tester la causalité de court et de long terme. Dans le cas où il y a faible exogénéité, on se bornera donc à tester la non causalité de court terme.

La deuxième stratégie consiste à tester l'exclusion de long terme de la variable causale dans tous les vecteurs cointégrants, et dans chaque équation. Comme précédemment si l'exclusion de long terme est acceptée, il existe une forte présomption d'une non causalité de long terme, et inversement. Dans ce cas, si l'exclusion de long terme est rejetée, on testera la causalité de court et de long terme, alors que dans le cas inverse on ne testera que la causalité de court terme.

Enfin, la troisième stratégie consiste à tester la non causalité de court terme. Si celle-ci est rejetée, alors l'hypothèse nulle de non causalité est rejetée. Sinon, la procédure suggère de tester la faible exogénéité et l'exclusion pour s'intéresser à la causalité de long terme. Si ces deux hypothèses sont rejetées, alors la non causalité est acceptée, sinon, l'hypothèse nulle est rejetée si $r = 1$ ou si la causalité de long terme est rejetée.

Enfin, nous donnons les formulations tests Wald ainsi que leur distribution. Le vecteur Y_t peut être représenté par

$$Y_t = \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \vdots \\ y_{kt} \end{pmatrix}$$

Pour tester la causalité d'une variable sur l'autre, définissons tout d'abord un outil pour sélectionner un élément dans une matrice. Soit S_i un vecteur de format $(k * 1)$ dont la $i^{\text{ème}}$ ligne est 1 et le reste 0. Pour continuer l'exemple

précédent, analysons l'étude de la causalité de y_1 sur y_2 . Deux matrices de sélection sont calculées, S_1 et S_2 .

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, S_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dans l'exemple original de Toda et Phillips (1993, 1994), les sélecteurs de matrices ne sont pas forcément des vecteurs, mais des matrices, ce qui permet de prendre en compte l'influence causale d'un groupe de variables sur un autre groupe. L'unité est donc remplacé par une matrice identité. Ici, nous ne nous présenterons que la causalité d'une variable sur une autre. Soit $(\hat{\Gamma}_1, \dots, \hat{\Gamma}_{p-1}, \hat{\alpha}) = \Delta Y_1' \hat{Z}_1 (\hat{Z}_1' \hat{Z}_1)^{-1}$ avec $\hat{Z}_1' = (\hat{z}_{11}, \dots, \hat{z}_{1T})$, $\hat{z}_t = (\Delta Y_{t-1}, \dots, \Delta Y_{t-p+1}, (\hat{\beta}' Y_{t-p})')$ et $\Delta Y_1' = (\Delta Y_1, \dots, \Delta Y_T)$ l'estimation du reste des paramètres d'un VECM(p), après que $\hat{\beta}'$ ait été estimé par la méthode de Johansen; $\hat{Z}_2' = (\hat{z}_{21}, \dots, \hat{z}_{2T})$ avec $\hat{z}_{2t} = \hat{\beta}'_{\perp} Y_{t-p}$ et $\hat{\beta}_{\perp}$ la matrice des $k - r$ vecteurs cointégrants non stationnaires; $\hat{\Sigma}_u$ l'estimateur de la matrice de variance-covariance des résidus du VECM(p) définis par (4.28); $\hat{\Omega}_c$ défini par (4.29); \hat{P}_* défini par (4.30) et $\hat{\Omega}_*$ défini par (4.31).

$$\hat{\Sigma}_u = T^{-1} \left(\Delta Y_1' \Delta Y - \Delta Y_1' \hat{Z}_1 (\hat{Z}_1' \hat{Z}_1)^{-1} \hat{Z}_1' \Delta Y \right) \quad (4.28)$$

$$\hat{\Omega}_c = (\hat{\alpha}' \hat{\Sigma}_u^{-1} \hat{\alpha})^{-1} \quad (4.29)$$

$$\hat{P}_* = \begin{pmatrix} I_{p-1} \otimes S_1' \otimes S_2' & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\beta}_{\perp 1} \otimes S_2' & \hat{\beta}_{\perp 1} \otimes \hat{\alpha}_2 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

avec :

$\hat{\beta}' [1.]$: la première ligne de la matrice $\hat{\beta}'$,

$\widehat{\beta}'_{\perp}[1.]$: la première ligne de la matrice $\widehat{\beta}'_{\perp}[1.]$, matrice qui contient les $k - r$ relations linéaires non stationnaires,

$\widehat{\alpha}[1.]$: la deuxième ligne de la matrice $\widehat{\alpha}$.

$$\widehat{\Omega}_* = \begin{pmatrix} (Z'_1 Z_1)^{-1} & 0 \\ 0 & (Z'_2 Z_2)^{-1} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Alors le test Wald de non causalité de court et long terme noté F^* est donné par (4.32) et suit un Chi² avec p degrés de liberté, p étant l'ordre du VECM.

$$F^* = \left(\widehat{\Gamma}_1[21], \dots, \widehat{\Gamma}_{p-1}[21], \widehat{\alpha}[21] \widehat{\beta}'[11], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \widehat{\beta}'[r1] \right)' (\widehat{P}_* \widehat{\Omega}_* \widehat{P}'_*)^{-1} \left(\widehat{\Gamma}_1[21], \dots, \widehat{\Gamma}_{p-1}[21], \widehat{\alpha}[21] \widehat{\beta}'[11], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \widehat{\beta}'[r1] \right) \quad (4.32)$$

De même, les tests d'exclusions de long terme, et de faible exogénéité sont donnés par F_3^* (4.33) et F_1^* (4.34). Ils sont tous deux distribués comme des Chi² à r degrés de liberté.

$$F_3^* = \left(\widehat{\beta}'[11], \dots, \widehat{\beta}'[r1] \right)' \widehat{\beta}'_{\perp}[1.] (\widehat{Z}'_2 \widehat{Z}_2)^{-1} \widehat{\beta}'_{\perp}[1.] \otimes \widehat{\Omega}_c^{-1} \left(\widehat{\beta}'[11], \dots, \widehat{\beta}'[r1] \right) \quad (4.33)$$

$$F_1^* = \left(\widehat{\alpha}[21], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \right)' (S'_2 \widehat{\Sigma}_u S_2 \otimes \widehat{\Sigma}_\gamma)^{-1} \left(\widehat{\alpha}[21], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \right) \quad (4.34)$$

avec :

$\widehat{\Sigma}_\gamma$: une matrice $(r \times r)$ correspondant au bloc inférieur droit de $(\widehat{Z}'_1 \widehat{Z}_1)^{-1}$.

Enfin, les tests de non causalité de court terme (F_{\perp}^*), et de non causalité de long terme sont donnés respectivement par (4.34) et (4.36). Ils sont distribués comme un Chi², à respectivement $p-1$ degrés de liberté, et 1 degré de liberté.

$$F_{\perp}^* = \left(\widehat{\Gamma}_1[21], \dots, \widehat{\Gamma}_{p-1}[21] \right)' [S'_2 \widehat{\Sigma}_u S_2 \otimes (I_{p-1} \otimes S'_1) \widehat{\Sigma}_{\perp} (I_{p-1} \otimes S_1)]^{-1} \left(\widehat{\Gamma}_1[21], \dots, \widehat{\Gamma}_{p-1}[21] \right) \quad (4.35)$$

avec :

$\widehat{\Sigma}_\perp$: une matrice ($k(p-1) \times k(p-1)$) correspondant au bloc supérieur gauche de $(\widehat{Z}'_1 \widehat{Z}_1)^{-1}$.

$$\begin{aligned}
 F_{13}^* &= (\widehat{\alpha}[21] \widehat{\beta}' [11], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \widehat{\beta}' [r1])' [S'_2 \widehat{\Sigma}_u S_2 \otimes \widehat{\beta}' [1.] \widehat{\Sigma}_\gamma \widehat{\beta}' [1.] + \\
 &\quad \widehat{\alpha}[2.] \widehat{\Omega}_c \widehat{\alpha}' [2.] \otimes \widehat{\beta}'_\perp [1.] (Z'_2 Z_2)^{-1} \widehat{\beta}'_\perp [1.]^{-1} \\
 &\quad (\widehat{\alpha}[21] \widehat{\beta}' [11], \dots, \widehat{\alpha}[2r] \widehat{\beta}' [r1])
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

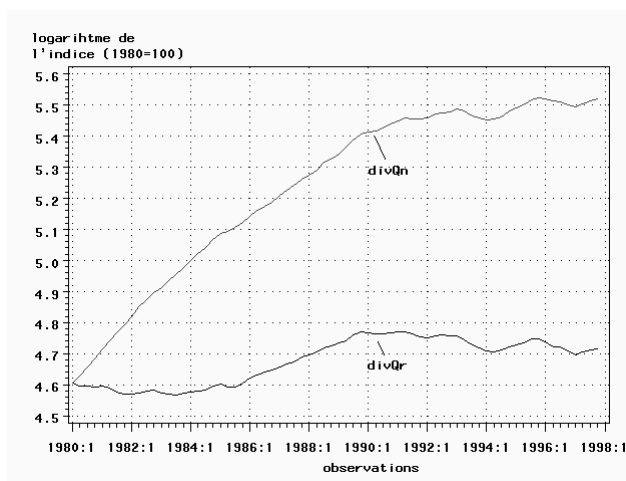
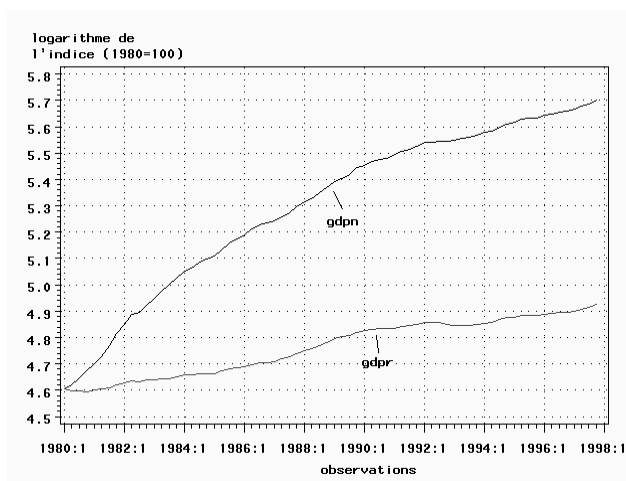
4.5 Applications empiriques

Dans cette section, nous commençons par vérifier l'ordre d'intégration des séries, puis cherchons le nombre de vecteurs cointégrants, c'est à dire le rang de la matrice β . Nous estimons alors trois modèles VECM et testons la causalité.

4.5.1 Analyse en terme de stationnarité

Les données utilisées dans les tests de causalité sont : les logarithmes des indices Divisia (tous les détenteurs de monnaie) nominaux ($divQ^n$) et réels ($divQ^r$), les logarithmes du revenu national nominal (gdp^n) et réel (gdp^r), le logarithme du déflateur du revenu national (p) ainsi que deux taux d'intérêt. Un taux d'intérêt de court terme (r^{own}) qui est le propre taux de la monnaie, construit comme un taux pondéré, et un taux à long terme (r^{lt}). Ces deux taux sont des taux sans impôts, et représentent l'ensemble d'information. Les données sont trimestrielles, et couvrent la période 1980 : T1 – 1997 : T4. Les figures (4.1), (4.2) (4.3) et (4.4) présentent l'évolution de ces séries

Le tableau (4.1) présente les résultats des tests de stationnarité (test KPSS, de Kwiatkowski *et al.* (1992)). Nous présentons les résultats pour

FIG. 4.1: Indices Divisia nominaux ($divQ^n$) et réels ($divQ^r$) (en logarithme).FIG. 4.2: Revenu nominal (gdp^n) et réel (gdp^r) (en logarithme).

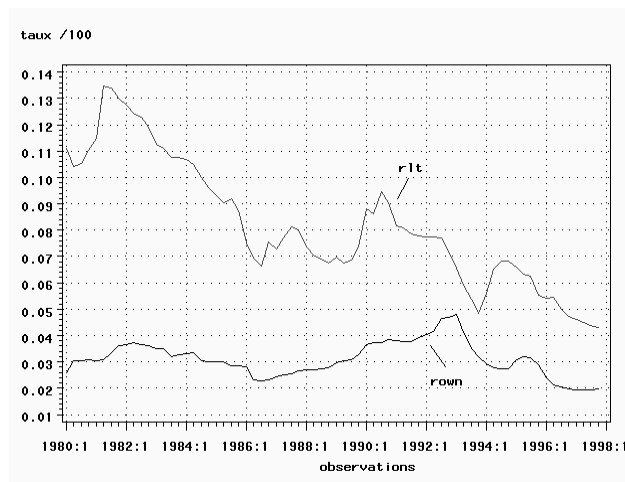


FIG. 4.3: Taux d'intérêt de court terme (r^{own}) et taux d'intérêt de long terme (r^{lt}).

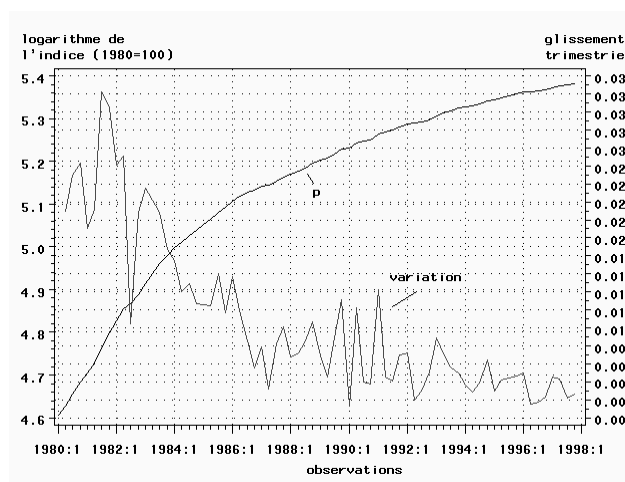


FIG. 4.4: Déflateur du revenu national (p) (en logarithme), et inflation trimestrielle (Δp).

plusieurs fenêtres, l_0 , l_4 et l_{12} mais retenons l_4 étant donné la périodicité des séries. Au seuil de 5 %, toutes les séries sont intégrées d'ordre 1 exceptés les prix qui sont intégrés d'ordre 2. En ce qui concerne les séries nominales, les taux d'intérêt sont $I(1)$ alors que le revenu national et la monnaie ne sont $I(1)$ que si une tendance linéaire est ajoutée dans le test. Pour confirmer ce résultat pour ces deux séries, nous utilisons le test ADF et vérifions à la fois la statistique de Student du terme autorégressif, et la significativité de la tendance. A 5 %, pour le revenu national nominal, en testant $I(2)$ contre $I(1)$, avec un retard, la constante et la tendance sont significatives. La valeur du test (-4,11) conduit à rejeter l'hypothèse $I(2)$, et à accepter l'hypothèse $I(1)$. Un résultat similaire apparaît pour la masse monétaire nominale, avec ici une statistique de -4,36. Le fait que les prix soient intégrés d'ordre 2, alors que la masse monétaire réelle est intégrée d'ordre 1, signifie qu'il existe une relation de cointégration entre la monnaie et les prix. Cette définition de la cointégration s'appuie sur une définition plus large que celle d'Engel et Granger (1987). En effet, pour ces auteurs, la cointégration apparaît si les séries ont le même ordre d'intégration, et si une combinaison linéaire des séries est stationnaire.

De façon plus générale, la définition de Campbell et Perron (1991) autorise des ordres d'intégration différents. Pour eux, il y a cointégration entre deux séries intégrées d'ordre r et q s'il existe une relation telle que cette dernière soit intégrée d'ordre $r - q$. Ainsi, le fait que le logarithme de la masse monétaire soit $I(1)$, que le logarithme de l'indice de prix soit $I(2)$, et que le logarithme de la masse monétaire réelle soit $I(1)$, signifie que la monnaie et les prix sont cointégrés.

Un résultat similaire apparaît pour les prix et le revenu national. De façon surprenante, le test KPSS indique aussi que lorsqu'une constante est incluse

TAB. 4.1: Résultats du test KPSS.

	η_μ			η_τ		
	<i>l0</i>	<i>l4</i>	<i>l12</i>	<i>l0</i>	<i>l4</i>	<i>l12</i>
<i>p</i>	3,44	1,79	0,70	0,82	0,44	0,19
Δp	2,91	1,58	0,63	0,53	0,34	0,16
$\Delta^2 p$	0,24	,04*	0,09	0,02	,03*	0,08
<i>divQⁿ</i>	3,51	1,82	0,69	0,92	0,48	0,20
$\Delta divQ^n$	2,38	1,36	0,61	0,14	,10*	0,11
<i>divQ^r</i>	3,08	1,58	0,58	0,66	0,34	0,14
$\Delta divQ^r$	0,21	,15*	0,12	0,17	,12*	0,10
<i>gdpⁿ</i>	3,65	1,53	0,71	0,81	0,42	0,18
Δgdp^n	2,39	1,36	0,60	0,14	,11*	0,10
<i>gdp^r</i>	3,78	1,94	0,73	0,52	0,27	0,12
Δgdp^r	0,18	,13*	0,09	0,19	,13*	0,09
<i>r^{own}</i>	0,34	,18*	0,09	0,33	0,18	0,09
Δr^{own}	0,27	,21*	0,21	0,10	,08*	0,09
<i>r^{lt}</i>	2,91	1,52	0,62	0,26	0,15	0,08
Δr^{lt}	0,06	,05*	0,08	0,06	,05*	0,07

* Acceptation de l'hypothèse nulle à 5% .

dans le modèle, le taux d'intérêt de court terme est stationnaire, alors que le test ADF rejete clairement la stationnarité de la série, et suggère que cette dernière est I(1) (test I(2) contre I(1), ADF=-5,30). En conséquence, toutes les séries sont traitées comme intégrées d'ordre 1, sauf les prix intégrés d'ordre 2.

4.5.2 Détermination du nombre de vecteurs cointégrants

Etant donné l'ordre d'intégration des variables, soit $Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$, $Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$, et $Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$, des vecteurs ($k \times 1$) comprenant des variables intégrées d'ordre 1. Et soit pour

chaque Z_t^i une écriture VECM(p) donnée par (4.37).

$$\Delta Z_t^i = v^i + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j^i \Delta Z_{t-j}^i + \Pi^i Z_{t-p}^i + \Phi^i D_t + \Xi^i X_t + u_t^i \quad (4.37)$$

avec :

D_t : un vecteur de variables indicatrices,

X_t : un vecteur de variables exogènes,

$\Pi^i = \alpha^i \beta^{i'}$,

Γ_j^i : une matrice ($k \times k$).

(4.37) admet une représentation en niveau (4.38).

$$Z_t^i = v^i + \sum_{j=1}^p A_j^i Z_{t-j}^i + \Phi^i D_t + \Xi^i X_t + u_t^i \quad (4.38)$$

avec :

$\Gamma_j^i = -(I - A_1^i - \dots - A_j^i); j = 1, \dots, p-1$,

$\Pi^i = -(I - A_1^i - \dots - A_p^i)$.

Nous commençons par tester le rang de β , c'est-à-dire le nombre de vecteurs cointégrants. Pour cela, la première étape de la procédure consiste à trouver le nombre de retards optimal p pour chacun des trois modèles. Deux stratégies peuvent être utilisées. La première, consiste à estimer (4.37) dans sa forme non réduite, et à utiliser des critères d'information du type AIC ou BIC. Le retard optimal étant alors celui pour lequel ces deux critères, ou l'un des deux, est minimal. L'autre stratégie, est aussi basée sur une estimation non contrainte de (4.37). Elle consiste à estimer (4.37) avec un petit nombre de retards et à l'augmenter progressivement. Le nombre de retards choisi étant défini comme le nombre minimal assurant la blancheur des résidus, essentielle dans le cadre de l'estimation par le maximum de vraisemblance de Johansen (A. Ripatti (1994)). Nous appliquons ici cette deuxième méthode, et retenons pour le VECM 1 $p = 5$, pour le VECM 2 $p = 4$ et pour le VECM3

$p = 4$. Les statistiques de chaque modèle sont données par les tableaux (4.2), (4.3) et (4.4). Pour les retards sélectionnés, les tests univariés et multivariés montrent que les modèles sont bien spécifiés. En particulier, il n'y a ni auto-corrélation, ni hétéroscédasticité, et les résidus sont normalement distribués.

TAB. 4.2: Statistiques pour les résidus du modèle 1.

Modèle 1 :					
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$					
$p = 5$					
Tests univariés :					
	$\Delta divQ^n$	$\Delta^2 p$	Δr^{own}	Δr^{lt}	Δgdp^n
HET	48,24(0,27)	38,91(0,65)	36,54(0,75)	51,76(0,17)	49,33(0,23)
ARCH4	2,25(0,69)	6,19(0,18)	3,57(0,46)	6,70(0,15)	1,53(0,82)
Normalité**	0,05(0,97)	0,13(0,94)	2,38(0,30)	2,90(0,23)	1,37(0,50)
Q-stat AR1	1,08(0,30)	0,64(0,42)	0,14(0,70)	0,02(0,90)	0,002(0,96)
Q-stat AR1-4	1,99(0,73)	2,31(0,67)	1,36(0,85)	1,24(0,87)	0,42(0,98)
Tests multivariés :					
Autocorrelation : test Portmentau 1-8 : 172,9 (0,10)					
Normalité* : 8,33 (0,60)					

* : Test Jarque-Bera multivarié.

** : Test Jarque-Bera univarié.

P-value entre parenthèses.

En se servant de l'approche de Pantula, expliquée préalablement, c'est-à-dire en testant de façon jointe le nombre de vecteurs cointégrants et la spécification, les spécifications suivantes sont retenues pour chaque modèle. Pour les deux modèles dans lesquels entre la monnaie en terme nominal (VECM 1 et 2), une constante et une tendance linéaire sont incluses dans la relation cointégrante, et bien sûr une constante dans la relation VAR. Cela correspond à la spécification 4 énoncée plus haut. Dans le modèle contenant

TAB. 4.3: Statistiques pour les résidus du modèle 2.

Modèle 2 :

$$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$$

$p = 4$

Tests univariés :

	$\Delta divQ^n$	$\Delta^2 p$	Δr^{own}	Δr^{lt}	Δgdp^r
HET	37,11(0,28)	20,97(0,95)	24,73(0,85)	39,20(0,21)	30,16(0,61)
ARCH4	2,97(0,56)	4,99(0,29)	5,87(0,21)	5,02(0,28)	5,57(0,23)
Normalité**	0,34(0,84)	2,70(0,26)	4,86(0,08)	1,65(0,44)	0,50(0,78)
Q-stat AR1	0,61(0,43)	2,15(0,14)	0,11(0,73)	0,09(0,75)	0,16(0,69)
Q-stat AR1-4	1,24(0,87)	2,50(0,64)	3,16(0,53)	0,33(0,99)	0,48(0,97)

Tests multivariés :

Autocorrelation : test Portmentau 1-8 : 189,4 (0,22)

Normalité* : 11,13 (0,35)

* : Test Jarque-Bera multivarié.

** : Test Jarque-Bera univarié.

P-value entre parenthèses.

la monnaie réelle, la relation de long terme n'inclut pas de constante (spécification 1). Pour chaque modèle, les tests λ_{\max} et λ_{trace} suggèrent à 5% la présence d'un seul vecteur cointégrant (tableau (4.5)). Nous concluons donc $r = 1$ quelque soit $Z^i, i = 1, 2, 3$.

Comme nous l'avons vu, la procédure de Johansen est utile pour déterminer le nombre de vecteurs cointégrants. Cependant, étant donné que toute combinaison linéaire des vecteurs cointégrants est aussi un vecteur cointégrant, les estimations des vecteurs produites par la procédure ne sont pas forcément uniques, ce qui rend difficile l'interprétation économique des vecteurs.

Il est donc nécessaire d'imposer des restrictions pour obtenir des vecteurs juste-identifiés, ou sur-identifiés. En d'autres termes, comme proposé

TAB. 4.4: Statistiques pour les résidus du modèle 3.

Modèle 3 :

$$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$$

$p = 4$

Tests univariés :

	$\Delta divQ^r$	$\Delta^2 p$	Δr^{own}	Δr^{lt}	Δgdp^r
HET	44,12(0,42)	35,99(0,77)	37,41(0,71)	48,02(0,27)	42,94(0,47)
ARCH4	3,37(0,64)	9,28(0,1)	4,21(0,52)	5,34(0,38)	6,79(0,24)
Normalité**	0,02(0,99)	0,32(0,85)	2,48(0,29)	3,13(0,21)	0,24(0,89)
Q-stat AR1	0,74(0,39)	0,03(0,85)	0,19(0,66)	0,17(0,68)	0,28(0,59)
Q-stat AR1-4	1,37(0,85)	1,77(0,78)	1,37(0,85)	1,55(0,81)	0,72(0,95)

Tests multivariés :

Autocorrelation : test Portmentau 1-8 : 172,3 (0,10)

Normalité* : 4,34 (0,93)

* : Test Jarque-Bera multivarié.

** : Test Jarque-Bera univarié.

P-value entre parenthèses.

par Davidson (1998) et Coenen et Vega (1999) nous cherchons des vecteurs irréductibles. Un ensemble de variables $I(1)$ étant dit cointégré de façon irréductible, si enlever une des variables de l'ensemble conduit à un ensemble non stationnaire. A partir de la littérature sur la demande de monnaie, plusieurs restrictions sont testées pour les modèles 2 et 3 (homogénéité pour le revenu réel, spread de taux d'intérêt, exclusion de long terme...) alors que les restrictions pour le modèle 1 sont purement empiriques. Le tableau (4.6) présente les résultats des tests structurels.

Le VECM 1, relie la masse monétaire nominale au revenu national nominal, à l'inflation et à deux taux d'intérêt. La seule restriction acceptée, est l'exclusion de long terme de l'inflation avec un ratio du maximum de vraisemblance de 2,11 pour une probabilité de 0,14. Ainsi, à long terme, l'évolution

TAB. 4.5: Résultats des tests pour la détermination du nombre de vecteurs cointégrants.

Modèle 1 :						
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$						
H_0	λ	λ_{max}	λ_{max} 95%	λ_{trace}	λ_{trace} 95%	
$r = 0$	0,57	39,36*	37,52	95,96*	87,31	
$r = 1$	0,47	29,43	31,46	56,59	62,99	
$r = 2$	0,25	13,00	25,54	27,10	42,44	
$r = 3$	0,18	9,02	18,96	14,10	25,32	
$r = 4$	0,10	5,08	12,05	5,08	12,25	

Modèle 2 :						
$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$						
H_0	λ	λ_{max}	λ_{max} 95%	λ_{trace}	λ_{trace} 95%	
$r = 0$	0,53	38,73*	37,52	94,19*	87,31	
$r = 1$	0,44	29,65	31,46	55,46	62,99	
$r = 2$	0,25	14,40	25,54	25,81	42,44	
$r = 3$	0,12	6,36	18,96	11,40	25,32	
$r = 4$	4,09	5,04	12,05	5,04	12,25	

Modèle 3 :						
$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$						
H_0	λ	λ_{max}	λ_{max} 95%	λ_{trace}	λ_{trace} 95%	
$r = 0$	0,46	28,07**	30,04	60,21*	59,46	
$r = 1$	0,28	14,92	23,8	32,13	39,89	
$r = 2$	0,23	12,13	17,89	17,21	24,31	
$r = 3$	0,08	4,04	11,44	5,08	12,53	
$r = 4$	0,02	1,03	3,84	1,03	3,84	

* : rejet de l'hypothèse nulle à 5%.

** : rejet de l'hypothèse nulle à 10%.

Statistiques corrigées du biais pour petits échantillons Reimers (1992).

TAB. 4.6: Tests d'hypothèses structurelles pour les vecteurs cointégrants.

Modèle 1 :		
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{\sigma wn}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$		
restriction finale pour $r = 1$:		
$H_1 =$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$, \text{ test L.R.}=2,11 (0,14), \text{ vecteur cointégrant : } \beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2,34 \\ 1,17 \\ -1,25 \end{bmatrix}$
constante= 1,19, tendance= 0,005		
Modèle 2 :		
$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{\sigma wn}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$		
restriction finale pour $r = 1$:		
$H_1 =$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$, \text{ test L.R.}=1,12 (0,57), \text{ vecteur cointégrant : } \beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 15,70 \\ -3,96 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
constante=-0,515, tendance=-0,0005		
Modèle 3 :		
$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{\sigma wn}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$		
restriction finale pour $r = 1$:		
$H_1 =$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$, \text{ test L.R.}=3,07 (0,215), \text{ vecteur cointégrant : } \beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -7,38 \\ 0 \\ -0,91 \end{bmatrix}$

de l'agrégat de monnaie est liée de façon positive à son propre taux d'intérêt, toute hausse de ce dernier diminuant le coût d'opportunité de la détention. De même, la monnaie est liée de façon positive au revenu national, intervenant comme une approximation d'une variable transactionnelle. Enfin, la relation est négative avec le taux d'intérêt à long terme, toute hausse de ce dernier entraînant une agmentation du coût d'opportunité. Le tableau (4.7) est relatif aux matrices Π , pour les trois modèles.

Pour le VECM 1, il apparaît, qu'à long terme, une hausse du niveau de la masse monétaire provoque une variation à la hausse de l'inflation. On constate l'effet inverse pour le revenu national et le taux d'intérêt à court terme, puisqu'une hausse de ces derniers va provoquer une variation à la baisse de l'inflation. Enfin, le revenu national va diminuer avec des hausses de taux d'intérêt (de court et long terme) et augmenter avec une augmentation de la masse monétaire. Ainsi, toute hausse de taux d'intérêt va contracter l'activité, et toute politique monétaire expansioniste va relancer l'activité.

Le VECM 2 relie la masse monétaire nominale à l'activité réelle, à l'inflation et aux deux taux d'intérêt. Deux restrictions sont imposées, l'exclusion du taux d'intérêt de long terme, et l'homogénéité avec le revenu réel. Comme précédemment, la monnaie va dépendre de façon positive du taux d'intérêt de court terme et du revenu national. De plus, une relation apparaît entre l'inflation et la monnaie. Plus l'inflation augmente, plus le coût d'opportunité de la détention de monnaie est important. L'étude de la matrice Π , tableau (4.7), fait apparaître des résultats qui diffèrent de ceux du VECM 1. Premièrement, dans l'équation de prix, la monnaie ne joue plus un rôle positif, mais légèrement négatif. De même, l'influence de la monnaie sur le revenu réel est très peu important (0,02), ce qui suggère la neutralité de la monnaie à long terme. L'inflation et le taux d'intérêt de court terme semblent aussi jouer un

TAB. 4.7: Matrices Π des coefficients de long terme.

Modèle 1 :							
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$							
Matrice Π pour $r = 1$:							
	$divQ_t^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^n	<i>constante</i>	<i>tendance</i>
$\Delta divQ_t^n$	-0,07	0	0,16	-0,08	0,08	-0,08	-0,0004
$\Delta^2 p_t$	0,12	0	-0,28	0,14	-0,15	0,14	0,0006
Δr_t^{own}	-0,005	0	0,01	-0,007	0,007	-0,006	-0,00003
Δr_t^{lt}	-0,08	0	0,19	-0,09	0,10	-0,10	-0,0004
Δgdp_t^n	0,27	0	-0,62	0,31	-0,33	-0,32	0,001

Modèle 2 :							
$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$							
Matrice Π pour $r = 1$:							
	$divQ_t^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^r	<i>constante</i>	<i>tendance</i>
$\Delta divQ_t^n$	-0,08	-1,33	0,33	0	0,08	0,04	0,00004
$\Delta^2 p_t$	-0,07	-1,21	0,30	0	0,07	0,04	0,0003
Δr_t^{own}	0,007	0,10	-0,03	0	-0,007	-0,0034	-0,000003
Δr_t^{lt}	0,07	1,13	-0,28	0	0,07	-0,03	-0,00003
Δgdp_t^r	0,02	0,38	-0,09	0	-0,02	-0,01	-0,00001

Modèle 3 :							
$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$							
Matrice Π pour $r = 1$:							
	$divQ_t^r$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^r		
$\Delta divQ_t^r$	-0,01	0	0,11	0	0,01		
$\Delta^2 p_t$	0,008	0	-0,06	0	-0,007		
Δr_t^{own}	-0,001	0	0,007	0	0,0009		
Δr_t^{lt}	-0,02	0	0,16	0	0,02		
Δgdp_t^r	0,02	0	-0,13	0	-0,02		

rôle dans l'évolution du revenu réel.

Le VECM 3, relie la monnaie réelle, l'inflation, le revenu réel et les deux taux d'intérêt. Sont exclus de la relation de long terme l'inflation et le taux d'intérêt de long terme. Comme dans le modèle 2, l'évolution de l'agrégat de monnaie dépend de manière positive du revenu réel (mais non proportionnelle-

ment) et de son propre taux d'intérêt. Au niveau de l'estimation de la matrice Π , l'impact des différents composants sur l'inflation apparaît très faible. Au niveau du revenu réel, le taux d'intérêt de court terme, apparaît comme une variable majeure, (influence négative), alors que la monnaie semble jouer un rôle positif, mais peu important.

TAB. 4.8: Tests multivariés de stationnarité.

Modèle 1 :					
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$					
tests pour $r = 1$:					
	$divQ^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp^n
Stationnarité	26,99(0)	39,36(0)	53,52(0)	40,63(0)	31,06(0)
Stationnarité en tendance	25,58(0)	39,36(0)	36,55(0)	39,50(0)	22,78(0)
Modèle 2 :					
$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$					
tests pour $r = 1$:					
	$divQ^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp^r
Stationnarité	19,11(0)	35,21(0)	44,07(0)	34,33(0)	22,38(0)
Stationnarité en tendance	18,94(0)	29,90(0)	27,67(0)	32,10(0)	13,74(0)
Modèle 3 :					
$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$					
tests pour $r = 1$:					
	$divQ^r$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp^r
Stationnarité	12,29(0,01)	21,43(0)	16,43(0)	9,85(0,04)	12,49(0,01)

Enfin, la procédure de tests des restrictions sur les vecteurs cointégrants est aussi utilisée pour tester la stationnarité des séries entrant dans chacun des VECM. En particulier, est testée l'hypothèse nulle $I(0)$ contre l'hypothèse alternative $I(1)$. En effet, l'analyse des tests KPSS pour le taux d'intérêt de court terme avait fait apparaître que ce dernier pouvait être $I(0)$. Le tableau (4.8) présente les résultats de ces tests qui sont en fait une généralisation multivariée des tests ADF. Il apparaît que toutes les variables sont au moins

I(1).

4.5.3 Résultats des tests de causalité

Nous présentons maintenant les résultats des tests de causalité, basés sur la procédure de Toda et Phillips (1993, 1994) expliquée plus haut.

TAB. 4.9: Résultats des tests de causalité pour le modèle 1.

	<i>divQⁿ</i> ne cause pas :		<i>gdpⁿ</i> ne cause pas :		Δp ne cause pas :	
	<i>gdpⁿ</i>	Δp	<i>divQⁿ</i>	Δp	<i>divQⁿ</i>	<i>gdpⁿ</i>
Causalité de court et de long terme	49,33 (0)	19,07 (0)	29,42 (0)	26,29 (0)	10,65 (0,03)	1,77 (0,78)
Exclusion de long terme	31,94 (0)	31,94 (0)	35,85 (0)	35,85 (0)	.	.
Faible exogénéité	34,03 (0)	16,02 (0)	3,26 (0,07)	16,02 (0)	3,26 (0,07)	34,03 (0)
Causalité de court terme	40,24 (0)	12,43 (0,01)	23,95 (0)	26,28 (0)	10,65 (0,03)	1,77 (0,78)
Causalité de long terme	26,77 (0)	14,21 (0)	3,21 (0,07)	14,89 (0)	.	.

P-value entre parenthèses.

Une valeur manquante signifie que la variable causale est absente de la relation de cointégration, cf tests structurels sur les vecteurs cointégrants. Dans ce cas, le test de causalité de court et long terme, est seulement un test de court terme.

- Modèle 1 : Les liens entre la monnaie nominale et le revenu nominal ont traditionnellement été étudiés en utilisant l'équation de S^t Louis, Andersen et Jordon (1968), Carlson (1978) ou plus récemment Chrystal et MacDonald (1994). Dans cette approche, comme dans notre modèle, la question concernant la décomposition entre un effet réel, et un effet sur les prix n'est pas traité, les relations restant purement empiriques. En général, les études utilisant l'équation de S^t Louis concluent à un

fort impact de la monnaie sur le revenu nominal. Les résultats que nous obtenons sont conformes à ce résultat (tableau (4.9)) puisque l'hypothèse de non causalité de la monnaie sur le revenu est clairement rejetée (test Wald=49,33, p-value=0), cette causalité étant basée sur une causalité de court et de long terme. Cependant, cette causalité n'est pas unidirectionnelle, étant donné que l'hypothèse nulle de non causalité du revenu sur la monnaie est aussi largement rejetée (test Wald=29,42, p-value=0). Ainsi, la monnaie cause le revenu, et le revenu cause la monnaie. De façon claire, la monnaie cause aussi les prix, ou plus précisément l'inflation, et cette causalité est basée sur une relation de long terme et une relation de court terme. Cette causalité est bi directionnelle, car la monnaie est aussi causée par les prix. Enfin, l'inflation est aussi causée par le revenu, sans que toutefois ni la monnaie, ni le revenu au seuil de 5 % ne soit causés par cette dernière. De façon plus générale, la figure (4.5) présente la structure de causalité au seuil de 5 % pour toutes les variables du système. Il apparaît que les prix sont une variable passive du système, étant donné qu'ils sont causés par toutes les autres variables. Le taux d'intérêt de court terme semble être une des variables motrices du système, causant les prix, la monnaie et le revenu national nominal. Enfin, on notera que l'agrégat de monnaie est causé par les taux de court terme, et est donc contrôlable, si bien sûr la banque centrale a une influence sur les taux de court terme.

- Modèle 2 : Le modèle 2 s'intéresse particulièrement aux liens entre la monnaie nominale et le revenu réel. Friedman et Schwartz (1963), ont noté une forte corrélation entre la monnaie et le revenu, notant que, sur la période d'étude, les récessions étaient généralement précédées d'une contraction de la masse monétaire. Au coeur du problème, se

TAB. 4.10: Résultats des tests de causalité pour le modèle 2.

	<i>divQⁿ</i> ne cause pas :		<i>gdp^r</i> ne cause pas :		Δp ne cause pas :	
	<i>gdp^r</i>	Δp	<i>divQⁿ</i>	Δp	<i>divQⁿ</i>	<i>gdp^r</i>
Causalité de court et de long terme	4,63 (0,33)	26,88 (0)	25,22 (0)	12,46 (0,01)	11,29 (0,02)	5,61 (0,23)
Exclusion de long terme	31,41 (0)	31,41 (0)	33,76 (0)	33,76 (0)	31,53 (0)	31,53 (0)
Faible exogénéité	0,005 (0,94)	24,68 (0)	8,75 (0)	24,68 (0)	8,75 (0,07)	0,005 (0,94)
Causalité de court terme	2,50 (0,47)	23,59 (0)	25,12 (0)	7,64 (0,05)	11,03 (0,01)	5,26 (0,15)
Causalité de long terme	0,005 (0,94)	22,74 (0)	5,52 (0,02)	9,31 (0)	8,60 (0)	0,005 (0,94)

P-value entre parenthèses.

trouve donc l'impact de la politique monétaire sur le revenu réel. Plus généralement, cette problématique se réfère à la notion de neutralité et de super neutralité de la monnaie. La monnaie est dite neutre, si à long terme une hausse permanente de la masse monétaire laisse le revenu réel inchangé, se traduisant intégralement dans les prix. La monnaie est dite super neutre si un changement permanent du taux de variation de la masse monétaire n'a pas d'effet à long terme sur les variables réelles. Les questions de neutralité ont été notamment étudiées par Bullard (1999), Fisher et Seater (1989, 1993), King et Watson (1992, 1994, 1997) ou encore Serletis et Koustas (1998). Le cadre VECM étudié ici, ne fournit pas un test formel de neutralité ou super neutralité. Il permet cependant d'établir des relations entre la masse monétaire et le revenu réel, notamment au niveau de la causalité de long terme entre ces deux variables, et des fonctions de réponses, étudiées par la suite. Les résultats de la procédure Toda-Phillips indiquent clairement que la

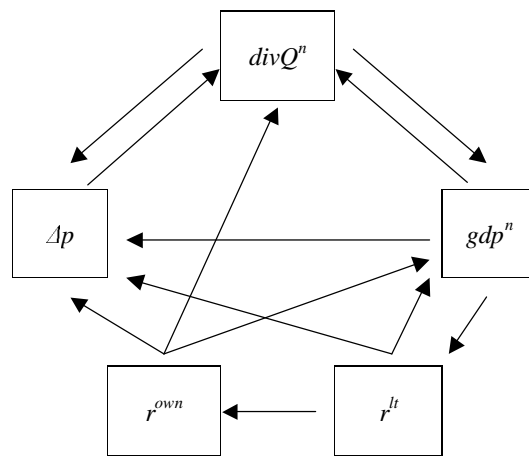


FIG. 4.5: Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 1, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.

monnaie nominale est causée par le revenu national réel sur le court et long terme, et que cette causalité est unidirectionnelle : la monnaie ne cause pas le revenu (tableau (4.10)). Ceci suggère la neutralité de la monnaie, le sens de causalité étant conforme à une relation suggérée par Tobin (1970). En ce qui concerne les autres variables, comme dans le modèle précédent, les prix sont causés par la monnaie, le revenu réel et le taux d'intérêt de court terme (figure (4.6)). La causalité entre les prix et la monnaie est bi-directionnelle. Enfin, l'agrégat de monnaie est causé par le taux de court terme.

- Modèle 3 : L'agrégation de type Divisia correspond à une définition transactionnelle de la monnaie (tableau (4.11)). Ainsi, on peut s'attendre à un fort lien entre la monnaie réelle, et le revenu réel. C'est exactement ce qu'indiquent les tests de causalité puisqu'il apparaît une causalité bi directionnelle entre ces deux variables. Il n'y a aucun ef-

TAB. 4.11: Résultats des tests de causalité pour le modèle 3.

	$divQ^r$ ne cause pas :		gdp^r ne cause pas :		Δp ne cause pas :	
	gdp^r	Δp	$divQ^r$	Δp	$divQ^r$	gdp^r
Causalité de court et de long terme	24,45 (0)	5,41 (0,37)	20,85 (0)	8,65 (0,12)	4,49 (0,34)	8,64 (0,07)
Exclusion de long terme	21,06 (0)	21,06 (0)	20,69 (0)	20,69 (0)	.	.
Faible exogénéité	19,01 (0)	2,39 (0,12)	10,03 (0)	2,39 (0,12)	10,03 (0)	19,01 (0)
Causalité de court terme	16,56 (0)	3,39 (0,49)	20,38 (0)	8,04 (0,09)	4,49 (0,34)	8,64 (0,07)
Causalité de long terme	8,52 (0)	2,07 (0,15)	5,77 (0,02)	2,03 (0,15)	.	.

P-value entre parenthèses.

Une valeur manquante signifie que la variable causale est absente de la relation de cointégration, cf tests structurels sur les vecteurs cointégrants. Dans ce cas, le test de causalité de court et long terme, est seulement un test de court terme.

fet entre la monnaie réelle et les prix, qui sont d'ailleurs totalement exclus du système en terme de causalité. Le taux d'intérêt de court terme cause la monnaie et le revenu. Il apparaît, ici aussi, comme une variable motrice du système. Le taux d'intérêt de long terme, n'a pas d'influences directes sur l'activité réelle, mais indirecte de par son effet sur le taux à court terme. Il est aussi causé par l'activité réelle (figure (4.7)).

4.5.4 Causalité et fonctions de réponse d'un VECM

Jusqu'ici, nous n'avons utilisé que la causalité au sens de Granger. Une autre définition, qui n'est pas forcément équivalente, peut être considérée. En effet, au lieu de se focaliser sur une définition en terme d'amélioration de la prévision, on peut se demander comment un choc sur une variable

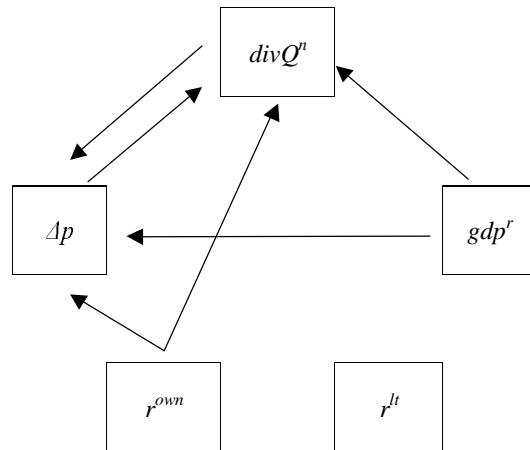


FIG. 4.6: Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 2, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.

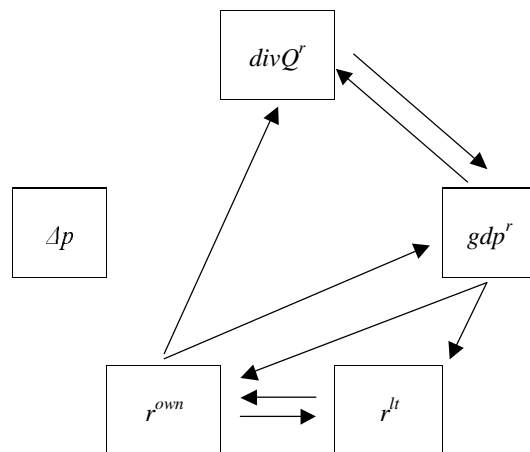


FIG. 4.7: Structure de causalité au seuil de 5 % (court et long terme) : modèle 3, où " $x \rightarrow y$ " signifie " x cause y au sens de Granger" sur le court et long terme.

va significativement affecter les autres variables du système. Cette définition de la causalité, au sens de Sims revient à calculer les fonctions de réponses de chaque VECM, et à analyser la transmission d'un choc. Les fonctions de réponses d'un processus, sont données par les premiers termes de type moyenne mobile de la représentation de Wold. Empiriquement, les fonctions sont calculées à partir de la représentation (4.13) en niveau du VECM, mis sous la forme d'un VAR(1). Dans ce dernier, les composants déterministes sont omis.

Généralement, deux types de fonction de réponse peuvent être calculés; elles diffèrent selon la nature du choc. Dans le premier cas, le choc initial ne concerne que la variable d'intérêt, et n'affecte pas les autres variables de façon contemporaine. Ces fonctions de réponse sont connues sous le nom de fonctions non-orthogonales. L'hypothèse suivant laquelle un choc affectant une variable, n'a pas d'effet contemporain sur d'autres variables a été critiqué, d'où l'idée de soustraire de façon contemporaine l'effet d'un choc initial sur les autres variables. Cela est fait en se servant d'une décomposition de Cholesky de la matrice de variance-covariance des résidus servant à définir le choc initial. Ces fonctions sont connues sous le nom de fonctions orthogonales. Si elles résolvent le problème des chocs contemporains, elles introduisent cependant un autre problème, puisque l'ordre des variables dans le VECM devient crucial. Ainsi, il faut garder en mémoire que les fonctions de réponses peuvent être très difficiles à interpréter (Lütkepohl (1993), Lütkepohl et Breitung (1997)).

Pour choisir entre ces deux types de fonction, nous calculons la matrice des corrélations des résidus, et choisissons des fonctions non-orthogonales, si les corrélations sont faibles, et inversement. Le tableau (4.12) donne les matrices de corrélations pour les trois modèles. A part le modèle 1 dont la

TAB. 4.12: Matrices de corrélations des résidus.

Modèle 1 :					
$Z_t^1 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^n)'$					
	$divQ_t^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^n
$divQ_t^n$	1	0,22	0,20	-0,10	0,17
Δp_t	.	1	-0,18	-0,35	0,57
r_t^{own}	.	.	1	0,21	-0,17
r_t^{lt}	.	.	.	1	0,11
gdp_t^n	1

Modèle 2 :					
$Z_t^2 = (divQ_t^n, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$					
	$divQ_t^n$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^r
$\Delta divQ_t^n$	1	-0,22	0,22	0,11	0,07
$\Delta^2 p_t$.	1	-0,06	-0,28	0,19
Δr_t^{own}	.	.	1	0,10	-0,004
Δr_t^{lt}	.	.	.	1	0,22
Δgdp_t^r	1

Modèle 3 :					
$Z_t^3 = (divQ_t^r, \Delta p_t, r_t^{own}, r_t^{lt}, gdp_t^r)'$					
	$divQ_t^r$	Δp	r^{own}	r^{lt}	gdp_t^r
$\Delta divQ_t^r$	1	-0,46	0,28	0,18	-0,12
$\Delta^2 p_t$.	1	-0,17	-0,38	0,07
Δr_t^{own}	.	.	1	0,21	-0,03
Δr_t^{lt}	.	.	.	1	0,42
Δgdp_t^r	1

corrélation maximale est de (0,57), les autres modèles font apparaître des corrélations relativement faibles (-0,28 et -0,46). Nous utiliserons donc des fonctions de réponses orthogonalisées pour le modèle 1, et non orthogonalisées pour les autres modèles.

Dans un VAR stationnaire, étant donné que les coefficients des matrices sont inférieurs à l'unité, les fonctions tendront, après un certain délais vers zéro. Ce n'est pas forcément le cas dans la représentation en niveau d'un

VECM, et les chocs peuvent avoir un effet permanent. Pour juger de cet effet, il est indispensable de calculer des intervalles de confiance, pour étudier si la réponse d'une variable à un choc est significativement différente de zéro. Sous l'hypothèse de normalité des résidus, nous calculons des intervalles de confiance en appliquant une technique Bootstrap (Flachaire (1999), Benkwitz, Lütkepohl et Wolters (1999)). La méthode consiste, à partir de n rééchantillonnages des résidus, à déterminer la loi suivie par chaque composant des fonctions de réponses, et ainsi à déduire des intervalles de confiance. La méthode utilisée est la suivante :

- A partir des résidus u_t , du modèle VECM dont la forme générale est donnée par (4.21), nous construisons des séries de résidus corrigés de leur moyenne empirique, notés $\hat{u}_t, t = 1, \dots, T$, avec $\hat{u}_t = u_t - \bar{u}$, et $\bar{u} = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t$.
- Dans un second temps, nous créons un ensemble de résidus bootstrap $\{u_1^*, \dots, u_T^*\}$, en tirant aléatoirement, avec remise dans $\{\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_T\}$.
- A partir des résidus bootstrap $\{\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_T\}$, et de la représentation du VECM en niveau, nous construisons de façon récursive une série bootstrap $Y_t^*, t = 1, \dots, T$, (4.39)

$$Y_t^* = A_1 Y_{t-1}^* + \dots + A_p Y_{t-p}^* + \Xi D_t + \Theta \mu + \Psi t + u_t^* \quad (4.39)$$

- A partir de Y_t^* nous réestimons le VECM en appliquant la procédure de Johansen, et en maintenant les mêmes restrictions sur les vecteurs cointégrants. Nous calculons alors une version bootstrap de chaque élément des fonctions de réponses notés $\hat{\Phi}_{ij,h}^*$, représentant la réponse à l'horizon h de la variable j à un choc sur $i, i, j = 1, \dots, k, h = 1, \dots, 25$, et de la statistique $\hat{t}_{ij,h}^* = \hat{\Phi}_{ij,h}^* - \hat{\Phi}_{ij,h}$, avec $\hat{\Phi}_{ij,h}$ la réponse non bootstrap.

- Nous répliquons les étapes de 2 à 4, et collectons 5000 répliquions de $\hat{t}_{ij,h}^*$.
- A partir de la loi suivie par $\hat{t}_{ij,h}^*$ nous calculons au seuil de 5 % les quantiles de la distribution $\frac{0,05}{2}$ noté $\hat{t}_{\frac{0,05}{2}}^*$ et $1 - \frac{0,05}{2}$ noté $\hat{t}_{1-\frac{0,05}{2}}^*$. Pour chaque $\hat{\Phi}_{ij,h}$, l'intervalle de confiance à 95 % est donné par $[\hat{\Phi}_{ij,h} - \hat{t}_{1-\frac{0,05}{2}}^*, \hat{\Phi}_{ij,h} + \hat{t}_{\frac{0,05}{2}}^*]$. Utiliser cette méthode permet de résoudre certains problèmes dus aux intervalles seulement construits autour de $\hat{\Phi}_{ij,h}^*$ (Hall (1992), Efron et Tibshirani (1993)).

Nous commentons maintenant les fonctions de réponse des différents modèles (les figures sont donnés en annexe E.1, E.2 et E.3).

- Modèle 1 (fonctions orthogonales) : Concernant la monnaie, l'étude des fonctions de réponse confirme globalement les résultats des tests de causalité. Tout d'abord, une hausse de la masse monétaire provoque une hausse permanente de l'inflation, qui est toujours significative après 20 périodes. L'effet sur les taux d'intérêt est très limité, puisque très rapidement les fonctions de réponses associées sont non différentes de zéro. Par contre, l'effet positif sur le revenu nominal est assez important et surtout durable (causalité de long terme). Les tests de causalité avaient montré que les prix étaient une variable passive du système. Cela est confirmé puisque l'effet d'un choc de l'inflation est de très courte durée, sur l'ensemble des variables. Une hausse du taux court provoque une hausse quasi proportionnelle du taux long. Etant donné que l'impact sur l'inflation est très faible, le coût d'opportunité de la monnaie reste inchangé, ce qui entraîne une non significativité de la fonction de réponse de la monnaie. Par contre le revenu nominal est relativement affecté de façon durable à la baisse. Enfin, un choc sur le revenu nominal va surtout affecter l'inflation.

- Modèle 2 (fonctions non-orthogonales) : L'interprétation du modèle 2 est beaucoup plus délicate. Premièrement, on notera l'impact nul d'une hausse de monnaie sur le revenu réel, soulignant la neutralité de la monnaie mise en avant par les tests de causalité. Etant donné cet effet, on pourrait s'attendre à ce que les prix absorbent l'intégralité de la hausse monétaire. Néanmoins, il apparaît que la réponse des prix est significative mais n'a pas la bonne évolution, étant négative. Romer (1997) et Sargent (1982), fournissent une explication de ce type d'évolution. Partant de la condition d'équilibre sur le marché monétaire notée $\frac{M}{p} = L(i, Y)$, avec M la monnaie, p les prix, i le taux d'intérêt, et Y le revenu réel, ils montrent que si les anticipations d'inflation sont dirigées à la baisse, la banque centrale peut accélérer la baisse de l'inflation en haussant le taux de croissance de la masse monétaire, puis en le réduisant progressivement, ce qui correspond à une fonction de réponse concave. Etant donné que sur la période estimée, l'inflation suit une tendance à la baisse, un tel effet peut jouer. Comme dans le modèle 1, l'impact de l'inflation sur les autres variables du système est très faible, et de courte durée. Enfin, le taux d'intérêt à court terme a un effet négatif transitif sur le revenu réel.
- Modèle 3 (fonctions non-orthogonales) : Le modèle est intéressant, puisque la majorité des fonctions de réponse sont significativement différentes de zéro. Un choc positif sur la monnaie affecte positivement et de façon permanente le revenu réel. L'inverse est plus difficile à mettre en avant. Les deux taux d'intérêt vont affecter de façon négative l'activité réelle. Ils ont de plus une influence sur la monnaie. Un choc à la hausse du taux court provoque une hausse de la demande de monnaie, et une hausse du taux long. Cela est conforme à la théorie économique.

Ici aussi, le taux court paraît être une force motrice du système. Ainsi, si les autorités monétaires le contrôlent, elles ont une influence sur l'évolution de l'activité réelle, et sur la masse monétaire. L'effet sur la monnaie est toutefois limité, puisqu'une hausse du taux court provoque aussi une hausse du taux long, laissant le coût d'opportunité inchangé.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons cherché à analyser le contenu en information d'un agrégat de monnaie présentant des liens clairs avec la théorie économique. En utilisant des tests de causalité à la Granger dans un cadre multivarié, et en analysant les fonctions de réponses de trois VECM, nous avons montré que : (1) la monnaie en terme nominal cause l'inflation, que cela soit sur le court terme, ou le long terme (2) il existe de forts liens entre la monnaie et le revenu national si tous les deux sont nominaux ou tous les deux réels, ces liens consistant en une causalité bi-directionnelle, (3) les tests suggèrent que la monnaie est neutre puisque cette dernière en terme nominal ne cause pas l'activité réelle. Par contre, la monnaie est causée par l'activité. (4) le taux d'intérêt de court terme semble être une variable clef dans tous les systèmes étudiés, (5) Le taux d'intérêt de court terme cause la monnaie, ce qui implique que si le premier est contrôlé par la banque centrale, alors l'agrégat de monnaie est contrôlable.

Chapitre 5

La demande de monnaie dans la théorie du consommateur

5.1 Introduction

La demande de monnaie occupe une place fondamentale en macroéconomie, la monnaie étant, au moins sur le long terme, le déterminant principal du niveau des prix (cf chapitre précédent). En terme de politique économique, il a généralement été admis, à la suite des travaux de Milton Friedman, que les fonctions de demande de monnaie devaient répondre à trois critères (1) être stables et avoir un fort contenu prédictif, (2) reposer sur un nombre restreint de variables, typiquement le propre taux de la monnaie, un taux à long terme et une variable d'échelle, (3) incorporer des variables explicatives liées au secteur réel. Répondant à ces trois critères, Goldfeld (1973, 1989), en s'appuyant sur les travaux de Baumol (1952), Tobin (1956, 1958) et Miller et Orr (1966), a figé la forme générale des fonctions de demande de monnaie, proposant une forme linéaire dans les logarithmes. Judd et Scadding (1982) et Goldfeld et Sichel (1990) font une revue de la littérature utilisant ce cadre.

Ericsson, Hendry et Prestwich (1997) ainsi que Hubrich (1999) donnent un bon aperçu des techniques économétriques utilisées.

Or, rapidement, le contenu prédictif des équations à la Goldfeld s'est révélé faible, ces dernières étant instables. Pour illustration, l'épisode de la "missing money" aux États-Unis durant les années 1970. Afin d'améliorer le comportement de ces équations, il a tout d'abord été suggéré de redéfinir les variables explicatives et expliquées, élargissement des agrégats de monnaie, introduction de nouvelles variables comme la richesse, introduction de plusieurs taux d'intérêt, etc. Ensuite, ont été utilisées des techniques économétriques plus sophistiquées, notamment la cointégration multivariée de Johansen (1988). Cependant, comme le notent Barnett, Fisher et Serletis (1992), force est de constater, que les améliorations ont été marginales, l'accent ayant été mis plutôt au niveau empirique, qu'au niveau théorique.

Les équations de demande à la Goldfeld souffrent d'au moins trois critiques. Premièrement, elles n'ont de fonction de demande que le nom, ne reposant pas sur des mécanismes d'optimisation clairs. Deuxièmement, les modèles théoriques à la base de ces équations, n'expliquent pas les raisons pour lesquelles la monnaie est détenue, et donc demandée. Enfin, la validité des modèles d'inventaires a aussi été remise en question par la vague d'accélération financière.

La seconde critique, a amené un certain nombre d'économistes à baser de façon explicite, la demande et la détention de monnaie sur des mécanismes d'optimisation, donc des fondements microéconomiques (Dixon (1997), Barnett (1997), Cuthbertson (1997)). L'idée, est d'utiliser les outils d'analyse néo classiques, pour étudier la demande de monnaie : si la monnaie entre dans la fonction d'utilité, alors il est possible d'estimer des systèmes de demande microéconomiques, pour la monnaie comme pour n'importe quel autre bien.

Dans ce chapitre, nous utilisons des systèmes de demande microéconomiques pour estimer la demande de monnaie. Dans la partie précédente, nous avons montré qu'un groupe d'actifs monétaires était faiblement séparable. La faible séparabilité, assure que les effets de substitution sont internalisés. Il n'est ainsi pas nécessaire de prendre en compte les relations entre les actifs monétaires, et les biens en dehors du groupe. Nous estimons donc, dans un premier temps, un système de demande, seulement pour les actifs inclus dans la fonction de sous utilité monétaire. Nous considérons deux systèmes, le système " *Almost Ideal Demand System*" (AIDS) de Deaton et Muellbauer (1980a, b), ou plutôt sa forme linéaire LAIDS, et le système Rotterdam de Theil (1965) et Barten (1966). Comme la faible séparabilité est aussi la condition nécessaire et suffisante pour qu'un agrégat puisse exister, nous estimons aussi, dans un second temps, la demande d'un indice Divisia. Dans ce dernier cas, nous nous situons au niveau de la fonction d'utilité globale, dans laquelle entrent aussi les biens de consommation et le loisir.

Ce chapitre est organisé ainsi. Dans la section suivante, nous faisons une revue de la littérature ayant utilisée des systèmes microéconomiques pour estimer des fonctions de demande de monnaie, en soulignant les méthodes employées. Dans une troisième section nous introduisons la théorie sous-jacente aux fonctions de demande. A partir de cette base théorique, nous présentons dans une quatrième section, les modèles AIDS/LAIDS et Rotterdam. La cinquième section est consacrée à deux applications empiriques, à partir de données pour les ménages. Dans un premier temps, nous estimons deux systèmes de demande au niveau le plus dégagrégé, c'est à dire au niveau de la fonction de sous utilité monétaire, pour les actifs trouvés séparables dans la partie précédente. Dans un second temps, pour ces actifs, nous construisons un indice Divisia, et estimons sa fonction de demande. L'objectif étant

ici d'étudier si, au niveau agrégé, cette méthodologie se présente comme une alternative réelle aux fonctions à la Goldfeld, en terme de stabilité, et de contenu prédictif.

5.2 Demande de monnaie et théorie du consommateur : une revue de la littérature

Dans cette section, nous faisons une revue de la littérature ayant explicitement utilisé des systèmes de demande microéconomiques, pour étudier la demande de monnaie¹. L'enjeu de cette littérature est double. Tout d'abord, elle se propose de substituer aux fonctions de demande à la Goldfeld et Sichel (1990), un autre type de modélisation ayant un plus grand contenu théorique, ainsi que de meilleures propriétés empiriques. Par exemple, Collins et Anderson (1998) montrent que contrairement aux travaux de Moore Porter et Small (1990) qui utilisent le cadre de Goldfeld et Sichel (1990), leur modèle n'a aucune tendance à sur prévoir la demande de monnaie ("missing money"). Le deuxième enjeu est d'étudier le degré de substituabilité des actifs. L'enjeu est d'importance puisque les agrégats de monnaie construits en sommant les actifs ne sont valables que si ces derniers sont de parfaits substitués. Ainsi, ces études peuvent être vues comme des vérifications empiriques de l'importance d'utiliser une agrégation de type Divisia pour une banque centrale.

Nous commençons par présenter les travaux de Chetty² (1969) et surtout de Donovan (1978), qui réagissant à Chetty (1969) va fixer le cadre général de la demande de monnaie dans un cadre de maximisation de l'utilité.

¹D'une façon générale, voir Serletis (2001).

²Pour une application récente de ce genre de travaux, voir Fase (1997).

5.2.1 Les précurseurs

Le premier auteur liant explicitement la demande de monnaie et la maximisation de l'utilité est Chetty (1969). Sa problématique est un peu différente de celle de la demande de monnaie. En effet, il se propose d'analyser la proximité en terme d'élasticité³ de substitution, entre des actifs monétaires, et un ensemble varié d'actifs financiers. Dans son modèle, la monnaie entre dans la fonction d'utilité, et l'agent représentatif maximise une fonction de type CES. Le programme s'écrit :

$$\max_{(X_0, X_1, \dots, X_n)} U = (\beta_0 X_0^{-\rho_0} + \beta_1 X_1^{-\rho_1} + \dots + \beta_n X_n^{-\rho_n})^{\frac{-1}{\rho_0}}$$

Sous contrainte : $W = \frac{X_0}{1+r_0} + \frac{X_1}{1+r_1} + \dots + \frac{X_n}{1+r_n}$

avec :

W : la richesse de la période,

X_i : $i = 0, \dots, n$, la valeur de l'actif au commencement de la prochaine période, avec par convention X_0 les actifs monétaires ne rapportant pas de taux d'intérêt,

r_i : le taux associé à l'actif i , avec $r_0 = 0$.

En utilisant la méthode du Lagrangien, est obtenu pour chaque X_i une fonction de demande s'écrivant (5.1).

$$\log X_i = \frac{-1}{\rho_i + 1} \log \frac{\beta_0 \rho_0}{\beta_i \rho_i} - \frac{1}{\rho_i + 1} \log \frac{1}{1 + r_i} + \frac{\rho_0 + 1}{\rho_i + 1} \log X_0 \quad (5.1)$$

Ce cadre a notamment été repris dans des travaux empiriques, par des auteurs comme Bisignano (1974), Short et Villanueva (1975, 1977), Moroney et Wilbratte (1976).

Donovan (1978) critique l'approche de Chetty (1969). Pour lui, il existe deux défauts associés à cette approche. Premièrement, le prix de la monnaie

³Blackborby et Russel (1989).

n'est pas le taux d'intérêt. Deuxièmement, (5.1) n'est pas réellement une équation de demande, puisque n'entrent pas dans l'équation ni la richesse W , ni le prix des autres actifs. S'appuyant sur les travaux de Diewert (1974a, 1974b, 1976), Donovan (1978) propose une approche alternative. Premièrement, il substitue au taux d'intérêt de Chetty (1969), un coût d'opportunité de la détention de monnaie p_{it} , identifiant la monnaie à un bien durable. Ce prix (5.2) est similaire à celui dérivé dans un cadre de maximisation intertemporelle par Barnett (1978, 1980).

$$p_{it} = \frac{\bar{p}_t(R_t - r_{it})}{1 + R_t} \quad (5.2)$$

avec :

\bar{p}_t : un indice de prix,

R_t : un taux sur les bons,

r_{it} : le taux de l'actif.

La deuxième innovation introduite par Donovan (1978), concerne l'utilisation à la fois la dualité dans la théorie du consommateur, et une forme flexible capable d'approximer au second ordre une grande variété de fonctions d'utilité, d'utilité indirecte, ou de fonction de coûts. Ainsi, l'auteur propose l'utilisation de (5.3) pour approximer une fonction d'utilité indirecte.

$$g(v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{ij} v_i^{-\frac{1}{2}} v_j^{-\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \log\left(\frac{v_i}{v^*}\right) \quad (5.3)$$

avec :

v : un vecteur de prix normalisé,

v^* : un élément de base (c'est-à-dire fixe).

et :

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 0, \beta_{ij} = B_{ji}.$$

En se servant de l'identité de Roy (1947), il calcule des fonctions de demande qui, exprimées en parts budgétaires w_i s'écrivent (5.4).

$$w_i = \frac{p_i x_i \sum_{j=1}^n \beta_{ij} p_i^{-\frac{3}{2}} p_j^{-\frac{1}{2}} \alpha_i y^{*-1}}{y^* \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n \beta_{km} p_k^{-\frac{1}{2}} p_m^{-\frac{1}{2}}} \quad (5.4)$$

avec :

y^* : une mesure du revenu moyen.

Il ne reste plus alors qu'à estimer économétriquement (5.4) sous sa forme stochastique, c'est-à-dire en rajoutant un terme d'erreur additif, puis à calculer les élasticités prix E_{ij} (5.5), les élasticités revenu E_{iy} (5.6) et les élasticités de substitution σ_{ij} (5.7).

$$E_{ij} = \frac{\partial x_i(p, y^*)}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i} \quad (5.5)$$

$$E_{iy} = \frac{\partial x_i(p, y)}{\partial y} \frac{y}{x_i} \quad (5.6)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E_{ij}}{w_j} - \sum_{j=1}^n E_{ij} \quad (5.7)$$

Les principaux résultats de l'analyse de Donovan (1978) pour le Canada sur la période 1965-1974 pour quatre actifs, c'est-à-dire les dépôts, les titres d'endettement des sociétés détenus par les ménages, les dépôts à terme, et les bons émis par l'Etat, montrent que les dépôts ainsi que les titres d'endettement émis par l'Etat sont inélastiques à leur propre prix. Au contraire, les deux autres actifs paraissent beaucoup plus élastiques au prix avec une élasticité prix pour les dépôts à terme d'environ -6. En ce qui concerne les élasticités revenu, Donovan (1978) montre que si les simples dépôts ne peuvent être considérés comme un bien de luxe avec une élasticité revenu inférieure à

l'unité, par contre les autres biens monétaires eux, le sont clairement (élasticités allant de 3 à 10,11 pour les dépôts à terme). Enfin, les élasticités de substitution sont assez faibles.

Le cadre de Donovan (1978) est particulièrement intéressant puisqu'il est repris par toutes les études cherchant à estimer des fonctions de demande dans un cadre de maximisation de l'utilité. Par rapport à cet auteur, les différences vont être de deux ordres : Utilisation d'autres formes flexibles que (5.4), notamment des formes permettant une approximation générale et non plus locale, et prise en compte d'éléments dynamiques dans les fonctions de demande. Nous passons maintenant en revue ces deux points.

5.2.2 Approximation locale et globale

La forme flexible (5.4) permet une approximation locale (Barnett Fisher et Serletis (1992)). D'autres formes flexibles ayant les mêmes propriétés ont aussi été utilisées. Par exemple, Ewis et Fisher (1984) partant du postulat que les actifs monétaires sont faiblement séparables représentent, pour ces derniers, les préférences par une fonction d'utilité indirecte. Ils approximent alors ces dernières par une fonction de type translog (5.8) (Christensen Jorgenson et Lau (1975)) dont ils testent aussi la pertinence économique, notamment la propriété d'intégrabilité.

$$\log(v) = \log \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \log(v_i) + \alpha_t \log(T) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log(v_i) \log(v_j) + \sum_{i=1}^m \varpi_i \log(v_i) \log(T) + \frac{1}{2} \varpi_t \log(T)^2 \quad (5.8)$$

avec :

v : un vecteur de prix normalisés,

v_i : un élément i de v , $i = 1, \dots, n$,

T : une mesure du changement technologique lié à l'innovation monétaire.

Pour cinq actifs, c'est-à-dire les actifs inclus dans M1, les dépôts d'épargne, les dépôts à termes, les bons du trésor et les dépôts en devises, pour les États Unis sur la période 1969-1979, les auteurs trouvent un très faible niveau de substituabilité et une très faible complémentarité étudiée par les élasticités prix croisées. L'approximation à partir d'une fonction du type translog, a aussi été reprise par Serletis (1987a), qui l'utilise aussi pour tester la séparabilité des actifs monétaires, et Barnett Fisher et Serletis (1992). Les autres études utilisant un cadre similaire sont notamment Serletis et Robb (1986) et Serletis (1988). Toutes concluent au faible niveau de substituabilité entre actifs, confirmant ainsi l'utilisation d'indice Divisia à la place des indices construits par simple sommation.

Les études que nous venons de présenter sont basées sur des formes qui ne permettent que des approximations locales. Ce type de formes a été critiqué. Il a donc été suggéré d'utiliser des formes flexibles permettant une approximation globale, c'est-à-dire en chaque point.

Quatre formes ont été proposées dans la littérature : le système Minflex Laurent basé sur un développement de Laurent, le système Minflex Laurent translog (5.9), approximant une fonction d'utilité indirecte, dont les caractéristiques sont étudiées par Barnett (1985), le système Fourier (5.10) de Gallant (1981) et enfin le système AIM⁴ (asymptotic ideal model) de Barnett et Jonas (1983) (5.11) basé sur un développement de Müntz-Szatz à l'ordre k

$$V(v) = a_0 + 2 \sum_{i=1}^n a_i w_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} w_i^2 - \sum_{(i,j) \in S} (a_{ij}^2 w_i w_j - b_{ij}^2 w_i^{-1} w_j^{-1}) \quad (5.9)$$

avec :

⁴Pour une application empirique, voir Yue (1991).

w_i : la part budgétaire associée au bien $i, i = 1, \dots, n$,

v : un vecteur de prix normalisés,

$S = \{(i, j) : i \neq j, i, j = 1, \dots, n\}$.

$$h(v) = u_0 + b'v + \frac{1}{2}v' Cv + \sum_{\alpha=1}^A (u_{0\alpha} + 2 \sum_{j=1}^J [u_{j\alpha} \cos(jk'_\alpha v) - w_{j\alpha} \sin(jk'_\alpha v)]) \quad (5.10)$$

avec :

$$C = - \sum_{\alpha=1}^A u_{0\alpha} k'_\alpha k_\alpha$$

k est un vecteur de nombres entiers utilisés pour les dérivées partielles.

$$f(v) = a_0 + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n a_{ik} v_i^{\lambda(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^K \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ijkm} v_i^{\lambda(k)} v_j^{\lambda(k)} \right] + \dots \quad (5.11)$$

pout tout $i \neq j$.

avec :

v : un vecteur de prix normalisés.

Des applications utilisant des formes flexibles permettant une approximation globale sont par exemple, Ewis et Fisher (1985), Fisher (1992) ou encore Barnett et Yue (1988).

Pourtant, quelque soit la forme utilisée pour approximer les préférences, deux problèmes sont associés à ses travaux. Le premier concerne la stationnarité des variables. En effet, la théorie économétrique impose que toutes les variables entrant dans une régression soient stationnaires, ou qu'une combinaison de variables non stationnaires soit elle-même stationnaire (cointégration). Or dans aucune étude citée précédemment, la stationnarité n'est testée, ce qui remet en question les résultats trouvés. Il n'y a pas de correspondance entre la micro économétrie et l'économétrie des séries temporelles. De plus, et c'est le deuxième problème, l'analyse menée est totalement statique, ce qui implicitement signifie que l'agent s'ajuste dans la période.

La prise en compte de ces problèmes a amené la littérature récente à introduire des éléments dynamiques dans les formes flexibles, et à s'intéresser aux modèles à correction d'erreurs. Nous passons maintenant en revue cette littérature.

5.2.3 Formes flexibles, stationnarité et ajustement incomplet

Il est généralement admis que l'ajustement des quantités aux prix nécessite plus d'une période, d'où la nécessité d'introduire des éléments dynamiques dans les fonctions de demande. Quatre approches ont récemment cherché à étendre l'approche statique. Deux d'entre elles concernent des formes flexibles à caractère local, et les deux autres des formes à caractère général.

Dans l'approche de Serletis (1991), la dynamique est directement introduite dans les fonctions de demande, et non dans les préférences. Etendant les travaux d'Anderson et Blundell (1982), il propose, à partir d'une fonction de coût de type translog, d'estimer des fonctions de demande du type (5.12).

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \log(v_j) + u_i \quad (5.12)$$

avec :

w_i : la part budgétaire associée au bien i , $i = 1, \dots, n$,

v_j : le prix normalisé du bien j , $j = 1, \dots, n$,

u_i : un terme d'erreur associé à l'équation i , $i = 1, \dots, n$.

(5.12) peut aussi se réécrire de façon matricielle (5.13) :

$$w_t = \Pi v_t + u_t \quad (5.13)$$

avec :

w_t : un vecteur de dimension (n) de parts budgétaires,

v_t : un vecteur de dimension ($n + 1$) de prix normalisés,

u_t : un vecteur de résidus de dimension (n),

Π : une matrice de dimension ($n \times (n + 1)$) de paramètres.

Un système dynamique de demande est alors donné par (5.14).

$$\Delta w_t = D\Delta\tilde{v}_t - A(w_{t-1}^n - \Pi^n v_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (5.14)$$

avec :

\tilde{v}_t : est v_t sans la constante,

w_{t-1}^n : w_{t-1} sans la dernière ligne,

Π^n : Π sans la dernière ligne,

D, A : les matrices des coefficients de court terme.

Ainsi, dans le modèle de Serletis (1991), la variation des parts budgétaires associée à un bien i est fonction de la variation des prix, d'une force de rappel constituée des résidus retardés d'une période de (5.13) pour la demande du bien i , ainsi que des résidus retardés pour les autres j biens, avec $j \neq i$ et $j = 1, \dots, n-1$. Serletis (1991) démontre la validité statistique du modèle et estime quatre fonctions de demande de monnaie à différents stades d'agrégation. pour les Etats Unis de 1970 à 1985. Ses principaux résultats sont que les actifs contenus dans M2 sont très faiblement substitués et généralement inélastiques à leur propre prix. Les conclusions sont différentes lorsque l'on estime un modèle contenant un indice Divisia pour M2 et les actifs contenus dans M3-M2. Dans ce cas, certains actifs de M3-M2 sont substitués avec une élasticité prix supérieur à 1. Serletis (1991) constate que des actifs comme les bons du trésor sont très élastiques à leur propre prix et substitués d'actifs comme les bons d'épargne. Enfin, si on replace la monnaie dans un cadre plus large avec le loisir et les biens, il n'est pas possible de trouver ne serait-ce qu'une élasticité significative.

Une modélisation voisine de Serletis (1991), mais appliquée au modèle AIDS de Deaton et Muellbauer (1980a, b), modifié par Barr et Cuthbertson (1990), est proposée par Collins et Anderson (1998). Le point de départ de l'analyse est une fonction de coût (5.15).

$$\log W(u, p) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \log(p_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log(p_i) \log(p_j) + u\beta_0 \prod_{i=1}^n p_i^{\beta_i} + \Phi \log(Y^r) \quad (5.15)$$

avec :

W : la dépense en richesse liquide,

p_i : le prix anticipé de l'actif $i, i = 1, \dots, n$,

Y^r : le revenu réel anticipé.

En utilisant le lemme de Shepard, le système de demande est défini par (5.16).

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log(p_j) + \beta_i \log\left(\frac{W}{P^*}\right) + \Phi_i \log(Y^r) \quad (5.16)$$

Avec :

P^* : un indice de prix que permet de linéariser le système, ici l'indice de Stone.

De façon similaire à Serletis (1991), ce système peut se ré-écrire de façon matricielle (5.17)

$$w = \beta X \quad (5.17)$$

avec :

X : un vecteur de dimension $(n + 3)$,

β : la matrice des paramètres de dimension $(n + 3) \times n$.

Utilisant les résultats en terme de cointégration de Phillips et Loretan (1991), Collins et Anderson (1998) proposent, si w et X sont cointégrés d'estimer le système dynamique (5.18).

$$\Delta w_{i,t} = \Gamma(s_{i,t-1} - \beta X_{t-1}) + A(L)\Delta X_t + B(L^{-1})\Delta X_t \quad (5.18)$$

avec :

$A(L)$: l'opérateur de retard,

$B(L^{-1})$: l'opérateur d'avance.

Sur données mensuelles de 1984 à 1993, pour les États-Unis, les auteurs cherchent ensuite à étudier la supériorité de leur modèle, par rapport à une fonction classique de demande de monnaie à la Goldfeld et Sichel (1990) estimée par Moore, Porter et Small (1990). Alors que cette fonction a tendance à surestimer la demande de monnaie de 1991 à 1993, Collins et Anderson (1998) montrent que leur modèle n'a pas cette tendance, et qu'il est donc beaucoup mieux adapté pour expliquer et prévoir la demande de monnaie⁵.

Certains auteurs comme Fisher et Fleissig (1994, 1997) ou Fleissig et Swofford (1996) ont aussi cherché à mener une analyse dynamique à partir de formes flexibles permettant une approximation globale. À la différence des travaux précédents, où l'introduction de la dynamique se fait au niveau des fonctions de demande (réécriture en modèle à correction d'erreur), ils proposent d'incorporer directement la dynamique dans les préférences. Au niveau de la fonction d'utilité indirecte pour Fisher et Fleissig (1994, 1997), qui modifient le système Fourier (5.10), en remplaçant le vecteur v par un vecteur qu'ils nomment z , contenant à la fois des valeurs présentes et passées des prix. Ainsi, l'évolution d'une part budgétaire va dépendre, entre autre, du propre prix de l'actif présent et passé, ainsi que des prix présents et passés

⁵Voir aussi Swofford et Withney (1986).

des autres actifs. Sur données américaines de 1960 à 1993, ils trouvent que les actifs monétaires sont substitués, en se servant des élasticités de Moroshima, mais que ces élasticités sont très faibles. Fleissig et Swofford (1996) étendant les travaux de Fleissig et Swofford (1994) quant à eux développent un modèle AIM dynamique noté DAIM. Ils estiment (4.12) avec $K = 2$, et introduisent dans la fonction de demande comme terme dynamique, une erreur autoregressive d'ordre 1. Avec les mêmes données que Fisher et Fleissig (1997) ils concluent que les actifs monétaires sont substitués mais que les élasticités de substitution sont assez faibles. A leur tour, ils soulignent l'importance d'un indice Divisia plutôt que la simple sommation des actifs qui n'est valide que si les actifs sont parfaits substitués.

En définitive, au niveau de la méthode employée, la prise d'éléments dynamique est donc indispensable dans l'estimation de fonctions de demandes. Pourtant, même si les formes flexibles permettant une approximation globale sont supérieures aux autres, la manière dont est pris en compte la dynamique font qu'elles restent tributaires du problème de stationnarité. Ceci réduit leur utilisation à quelques cas, ou quelques périodes d'estimation précises. Au contraire, l'incorporation d'éléments dynamiques dans les fonctions de demande construites à partir de formes flexibles permettant une approximation locale, a débouché sur des modèles à correction d'erreurs ayant une portée beaucoup plus générale. Ceci les prédispose à être plus généralement utilisées.

Au niveau des résultats, les études citées ont confirmé la pertinence de l'étude de la demande monnaie dans un cadre de maximisation de l'utilité. Elles ont d'une part souligné la supériorité des modèles par rapport au cadre classique de Goldfeld et Sichel (1990) et de plus confirmé que les élasticités de substitution entre actifs étaient assez faible. Ceci démontrant l'utilité d'une

agrégation de type Divisia.

5.3 Maximisation de l'utilité, dualité et fonctions de demande

Dans cette section, nous présentons la théorie sous-jacente aux systèmes de demandes. Nous rappelons dans un premier temps le problème de maximisation, le problème dual associé, et introduisons les propriétés de la fonction de coût, et des fonctions de demande.

5.3.1 Maximisation de l'utilité et dualité

Soit $Q \in R_n^+$ l'ensemble des consommations possibles d'un consommateur, et $q = (q_1, \dots, q_n) \in Q$ un vecteur de n biens, dans lequel q_i représente le $i^{\text{ième}}$ bien consommé. Si \succ signifie "strictement préféré à", \succcurlyeq "faiblement préféré à", et \sim "indifférent à", alors les préférences d'un consommateur peuvent être représentées par une fonction d'utilité si six conditions sont satisfaites :

- les préférences doivent être réflexives : pour chaque q , $q \succcurlyeq q$.
- les préférences doivent être complètes : le consommateur doit être capable de classer et de comparer tous les paniers, c'est-à-dire il peut exister $q_1 \succcurlyeq q_2$, $q_2 \succcurlyeq q_1$ ou $q_1 \sim q_2$.
- Les préférences doivent être transitives : si $q_1 \succcurlyeq q_2$ et $q_2 \succcurlyeq q_3$ alors $q_1 \succcurlyeq q_3$.
- Les préférences doivent être continues : pour chaque q_2 les ensembles $\{q_1 | (q_1 \succcurlyeq q_2)\}$ et $\{q_1 | (q_2 \succcurlyeq q_1)\}$ sont des ensembles fermés.
- Les préférences doivent être monotones : le consommateur préfère plus que moins.

5.3 Maximisation de l'utilité, dualité et fonctions de demande 285

- Les préférences doivent être convexes : le consommateur préfère les mélanges aux consommations extrêmes.

Si ces conditions sont remplies, alors le consommateur alloue son budget de façon à maximiser sa fonction d'utilité sous contrainte, c'est-à-dire résout le problème (5.19).

$$\begin{aligned} \max_q u &= v(q) & (5.19) \\ \text{sous contrainte} &: x = p \cdot q \end{aligned}$$

avec :

- p et q deux vecteurs de dimension n ,
- x : le budget total.

La solution du problème de maximisation, donne les fonctions de demande marshalliennes, aussi appelées fonctions de demande non-compensées (5.20).

$$q_i = g_i(x, p), i = 1, \dots, n \quad (5.20)$$

Il est aussi possible de considérer un programme dual à celui de la maximisation de l'utilité. Ce programme consiste à minimiser le coût pour atteindre un niveau d'utilité donné. La minimisation de la fonction de coût (5.21) (aussi appelée fonction de dépense), débouche sur des fonctions de demande hicksiennes, ou demandes compensées (5.22).

$$\begin{aligned} \min_q x &= p \cdot q & (5.21) \\ \text{sous contrainte} &: v(q) = u \end{aligned}$$

avec :

- p et q deux vecteurs de dimension n ,
- x : le budget total.

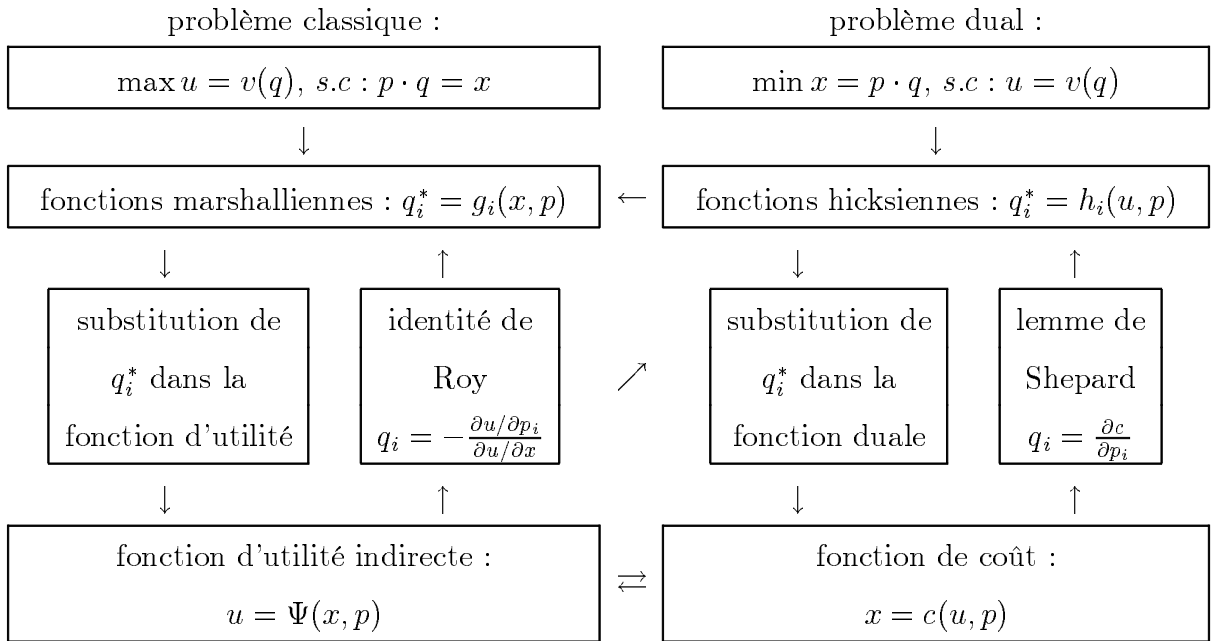
$$q_i = h_i(u, p), i = 1, \dots, n \quad (5.22)$$

5.3 Maximisation de l'utilité, dualité et fonctions de demande 286

Bien sûr, la solution de ces deux problèmes est strictement équivalente

$$(5.23).$$

$$q_i = h_i(u, p) = g_i(x, p), i = 1, \dots, n \quad (5.23)$$



Le tableau précédent résume le problème de dualité. Maximiser l'utilité renvoie des fonctions de demande marshalliennes. Remplacer la solution dans la fonction d'utilité, donne la fonction d'utilité indirecte, qui correspond à l'utilité maximale qu'il est possible d'atteindre, pour des prix et un revenu donnés. Parallèlement, la minimisation du problème dual débouche sur des fonctions hicksiennes. En remplaçant la solution dans le problème de départ, on obtient la fonction de coût qui donne le coût minimal pour atteindre un niveau d'utilité donné à un prix p . Ces deux fonctions sont liées, puisqu'il suffit d'en inverser une pour trouver l'autre. A partir de la fonction d'utilité indirecte, il est possible de retrouver les fonctions de demande marshalliennes en utilisant l'identité de Roy (5.24). De même, à partir de la fonction de coût, on recalcule des fonctions compensées en se servant du lemme de Shepard

(5.25).

$$g_i(x, p) = -\frac{\partial u / \partial p_i}{\partial u / \partial x} \quad (5.24)$$

$$h_i(u, p) = \frac{\partial c}{\partial p_i} \quad (5.25)$$

5.3.2 Fonction de coût et propriétés des fonctions de demande

Etant donné le problème de maximisation de l'utilité (ou de minimisation du coût), deux stratégies sont possibles pour estimer des fonctions de demande. La première, consiste à directement estimer un système d'équations de demandes, construit à partir des propriétés théoriques de ces dernières. C'est le cas par exemple du modèle Rotterdam (Theil (1965, 1967, 1975), Barten (1966)), ou du modèle GODDS (General Ordinary Differential Demand System). L'autre stratégie, consiste à approximer par une forme flexible les préférences, représentées par la fonction d'utilité, la fonction d'utilité indirecte ou encore la fonction de coût, et à en déduire des fonctions de demande. Par exemple, le système AIDS (Almost Ideal Demand System) de Deaton et Muellbauer (1980a, b), est basé sur une approximation de la fonction de coût, et le modèle translog de Christensen, Jorgenson et Lau (1975), utilise une approximation de la fonction d'utilité indirecte. Dans ce chapitre nous utilisons ces deux stratégies, et plus particulièrement les modèles Rotterdam et AIDS. Comme ce dernier est basé sur la fonction de coût, nous rappelons ici ses propriétés, ainsi que celles des fonctions de demande qui nous serviront à imposer des restrictions dans les équations économétriques.

Toute fonction de coût consistante avec l'axiome de maximisation de l'utilité (ou minimisation du problème dual) à quatre propriétés :

5.3 Maximisation de l'utilité, dualité et fonctions de demande 288

- Homogène de degré 1 dans les prix,
- Croissante en u et non décroissante en p , c'est-à-dire $u_0 > u_1$ implique $c(u_0, p) > c(u_1, p)$, et $p_0 > p_1$ implique $c(p_0, p) > c(p_1, p)$,
- Concave dans les prix, $c[u, tp + (1 - p')] \geq tc(u, p) + (1 - t)c(u, p')$ pour $0 \leq t \leq 1$. Si les prix augmentent, le coût augmente linéairement,
- Continue dans les prix et dérivable.

De même, toute fonction de demande marshalienne ou hicksienne, dérivée dans un cadre de maximisation de l'utilité satisfait quatre propriétés : additivité, homogénéité de degré zéro, négativité et symétrie.

- La propriété d'additivité découle de la saturation de la contrainte budgétaire. Elle implique que tout le budget est utilisé (5.26) :

$$x = \sum_i p_i g_i(x, p_1, \dots, p_n) = \sum_i p_i h_i(u, p_1, \dots, p_n) \quad (5.26)$$

- Les fonctions de demande hicksiennes sont homogènes de degré zéro dans les prix, et les fonctions marshalliennes dans les dépenses et les prix. Pour tout $t > 0$:

$$h_i(u, tp) = g_i(tx, tp) = h_i(u, p) = g_i(x, p), i = 1, \dots, n \quad (5.27)$$

Cette propriété reflète l'absence d'illusion monétaire, puisque si la dépense totale et les prix augmentent dans les mêmes proportions, alors, la demande restera inchangée.

- Symétrie, les dérivées croisées des demandes hicksiennes sont égales, ce qui implique la symétrie de la matrice de substitution (Chiang (1984)) :

$$\frac{\partial h_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_j}{\partial p_i} \quad (5.28)$$

- Négativité, la matrice $(n \times n)$ formée des éléments $\frac{\partial h_i}{\partial p_j}$ $i, j = 1, \dots, n$ est semi-définie négative. Par le lemme de Shepard, nous savons que cette matrice correspond à la matrice des dérivées secondes de la fonction de coût, $\frac{\partial h_i}{\partial p_j} = \frac{\partial^2 c(u,p)}{\partial p_i \partial p_j}$, matrice appelée matrice de substitution. Comme cette fonction est concave dans les prix, il s'en suit que la matrice de substitution est semi-définie négative, avec tous les éléments situés sur la diagonale $\frac{\partial h_i}{\partial p_i} \leq 0$.

5.4 Présentation théorique des modèle AIDS et Rotterdam

5.4.1 Le modèle AIDS

Le modèle AIDS de Deaton et Muellbauer (1980a, b) est basé sur l'utilisation de formes flexibles. Les formes flexibles sont des fonctions mathématiques ayant assez de paramètres pour fournir, au moins localement, une approximation au second ordre des préférences. Dans le modèle AIDS, les préférences sont données par une fonction de coût (5.29), appartenant à la classe PIGLOG (Price Independent Generalized LOGarithmic). Cette classe de fonction, comme l'a montré Muellbauer (1975, 1976) a l'avantage d'être compatible avec l'agrégation des agents individuels (des données macroéconomiques par tête peuvent être utilisées).

$$\ln c(p, u) = (1 - u) \ln a(p) + u \ln b(p) \tag{5.29}$$

avec :

$$\begin{aligned} \ln a(p) &= \alpha_0 + \sum_j \alpha_j \ln p_j + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij}^* \ln p_i \ln p_j, \\ \ln b(p) &= \ln a(p) + \beta_0 \prod_j p_j^{\beta_j} \end{aligned}$$

Ce qui donne (5.30).

$$\ln c(p, u) = \alpha_0 + \sum_j \alpha_j \ln p_j + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij}^* \ln p_i \ln p_j + u \beta_0 \prod_j p_j^{\beta_j} \quad (5.30)$$

avec, pour que la fonction soit homogène :

$$\sum_j \alpha_j = 1, \sum_i \gamma_{ij}^* = 0, \sum_j \gamma_{ij}^* = 0, \sum_j \beta_j = 0.$$

En utilisant le lemme de Shepard, $\frac{\partial \ln c(p, u)}{\partial p_i}$, on obtient des fonctions de demande compensées (ou hicksiennes), et en multipliant les dérivées partielles par $\frac{p_i}{c(p, u)}$ on obtient des équations de demande en parts budgétaires (5.31), soit (5.32)

$$w_i = \frac{\partial \ln c(p, u)}{\partial \ln p_i} \quad (5.31)$$

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i u \beta_0 \prod_j p_j^{\beta_j} \quad (5.32)$$

avec :

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*)$$

(5.32) n'est toutefois pas directement estimable, puisque le niveau d'utilité atteint pour un vecteur de consommation est inconnu. Pour passer à des fonctions compensées, il suffit alors, comme $x = c(u, p)$ d'inverser (5.30), pour obtenir la fonction d'utilité indirecte, et de substituer $u = \Psi(x, p)$ dans (5.32). Les fonctions marshalliennes, en parts budgétaires, sont alors données par (5.33).

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln \left(\frac{x_t}{P_t} \right) \quad (5.33)$$

avec :

$$\ln P_t = \alpha_0 + \sum_j \alpha_j \ln p_{jt} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{it} \ln p_{jt}, \text{ un indice de prix,}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*) = \gamma_{ji}.$$

Dans (5.33), le paramètre γ_{ij} mesure, à $\frac{x}{P}$ constant, l'effet d'un changement de p_j sur w_i . Le paramètre β_i quand à lui, indique si le bien est un bien de luxe ou une nécessité. Si $\beta_i > 0$, w_i augmente avec x indiquant que le bien i est un bien de luxe, et inversement.

Pour que (5.33) soit cohérent avec les propriétés théoriques des fonctions de demande, plusieurs restrictions doivent être imposées :

Additivité :

$$\begin{aligned} \sum_i \alpha_i &= 1, \\ \sum_i \gamma_{ij} &= 0, \\ \sum_i \beta_i &= 0. \end{aligned}$$

Homogénéité :

$$\sum_j \gamma_{ij} = 0.$$

Symétrie :

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}.$$

De plus, le modèle doit avoir la propriété de négativité qui découle des équations de Slutsky. C'est-à-dire, la matrice K_t doit être semi-définie négative. Ses éléments sont donnés par :

$$k_{tij} = \gamma_{ij} + \beta_i \beta_j \ln\left(\frac{x_t}{P_t}\right) - \delta_{ij} w_{it} + w_{it} w_{jt}$$

avec :

δ_{ij} : le delta de Kronecker.

Enfin, les élasticités revenus (η_{iy}), les élasticités prix non compensées (η_{ij}) ainsi que les élasticités prix compensées (η_{ij}^c) sont données par (5.34), (5.35)

et (5.36) (l'indice de temps étant ici omis par simplicité)

$$\eta_{iy} = \frac{\beta_i}{w_i} + 1 \quad (5.34)$$

$$\eta_{ij} = \frac{\gamma_{ij} - \beta_i(\alpha_j + \frac{1}{2} \sum_k (\gamma_{kj} + \gamma_{jk}) \ln p_k)}{w_i} - \delta_{ij} \quad (5.35)$$

$$\eta_{ij}^c = \eta_{ij} + w_j \eta_{ij} \quad (5.36)$$

5.4.2 Trois extensions du modèle AIDS

Nous considérons ici trois extensions du modèle AIDS. La première concerne une variante linéaire du modèle. Dans la seconde se pose la question de l'ajustement incomplet dans ce genre de modèle. Enfin la troisième introduit la problématique de stationnarité et de cointégration dans le modèle AIDS.

Le modèle LAIDS ou LA/AIDS

Deaton et Muellbauer (1980b) ont suggéré pour linéariser (5.33), si les prix sont colinéaires, d'approximer P par un indice de prix, ne résultant pas d'une estimation économétrique. Typiquement, ils proposent de remplacer P_t par l'indice de prix de Stone (P_t^*), défini par (5.37).

$$\ln P_t^* = \sum_j w_{jt} \ln p_{jt} \quad (5.37)$$

Dans ce cas, le système économétrique estimé devient (5.38), avec les mêmes restrictions que pour (5.33). Ce système est connu sous le nom de LAIDS (linear AIDS) ou LA/AIDS (Linear approximate AIDS).

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln \left(\frac{x_t}{P_t^*} \right) \quad (5.38)$$

Le calcul des élasticités, discuté par Alston *et al.* (1994), Buse (1994) et Chalfant (1987) est légèrement différent pour les élasticités prix, et inchangé pour les élasticités revenus. η_{ij}^c et η_{ij} deviennent (5.39) et (5.40).

$$\eta_{ij} = \frac{\gamma_{ij} - \beta_i w_j}{w_i} - \delta_{ij} \tag{5.39}$$

$$\eta_{ij}^c = \frac{\gamma_{ij}}{w_i} + w_j - \delta_{ij} \tag{5.40}$$

Quant aux élasticité de substitution (σ_{ij}), elles peuvent être calculées en utilisant la formules d'Allen (5.41),

$$\sigma_{ij} = \frac{\eta_{ij}}{w_j} - \sum_{i=1}^n \eta_{ij} \tag{5.41}$$

ou, comme par définition, $-\sum_{i=1}^n \eta_{ij} = \eta_{iy}$, (5.42).

$$\sigma_{ij} = \frac{\eta_{ij}}{w_j} + \eta_{iy} \tag{5.42}$$

Si remplacer P par P^* offre un avantage en terme de facilité d'estimation, il a été récemment mis en avant par Buse (1994) et Moschini (1995), que l'indice de prix de Stone avait deux défauts. Premièrement, il est sensible à l'échelle des données. Par exemple, calculer l'indice pour des prix en francs, puis le recalculer pour le mêmes séries converties en centimes donnera deux indices sensiblement différents, et donc des estimations différentes. Deuxièmement, l'indice Stone ne semble bien adapté que si tous les prix p_i sont eux mêmes des indices. Pour résoudre ces deux problèmes, tout en gardant un cadre linéaire pour le modèle AIDS, trois solutions sont proposées. La première consiste à utiliser des prix ajustés de leur moyenne empirique. La seconde à n'employer que des prix normalisés (divisés par leur moyenne), enfin la dernière, à utiliser un autre indice de prix. Trois sont proposés, les indices Törnqvist (5.43), Paasche (5.44) et Laspeyre (5.45).

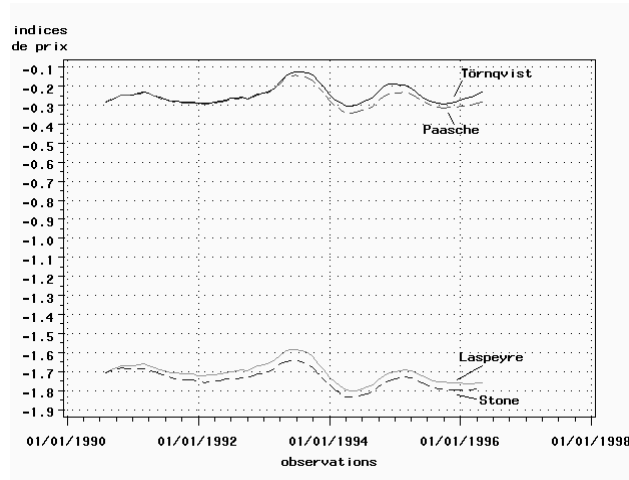


FIG. 5.1: Comparaison des quatre indices de prix.

$$\ln P_t^T = \frac{1}{2} \sum_j (w_{jt} + w_j^0) \ln\left(\frac{p_{jt}}{p_j^0}\right) \quad (5.43)$$

$$\ln P_t^S = \sum_j w_{jt} \ln\left(\frac{p_{jt}}{p_j^0}\right) \quad (5.44)$$

$$\ln P_t^C = \sum_j w_j^0 \ln p_{jt} \quad (5.45)$$

Dans lesquels l'indice 0 représente la période de base (période fixe).

Empiriquement, ces indices sont très liés (figure (5.1)). Ainsi, les indices Stone et Laspeyre ont pratiquement le même niveau, comme les indices Paasche et Törnqvist. Ainsi, si nous calculons les différents indices pour les actifs entrant dans sous fonction d'utilité séparable (cf. chapitre 2), et calculons la matrice des corrélations, nous nous apercevons que ces indices sont très proches :

$$\begin{bmatrix} & P^S & P^T & P^c & P^* \\ P^S & 1 & 0,93 & 0,78 & 0,68 \\ P^T & 0,93 & 1 & 0,95 & 0,89 \\ P^c & 0,78 & 0,95 & 1 & 0,97 \\ P^* & 0,68 & 0,89 & 0,97 & 1 \end{bmatrix}$$

Il est ainsi apparent que les résultats économétriques dépendront du choix de l'indice. Celui qui parait le mieux faire la synthèse, étant fortement corrélé à tous est l'indice, Törnqvist. Il sera donc utilisé dans cette étude.

Modèle AIDS et ajustement incomplet

Dans les modèles (5.33) et (5.38), les parts budgétaires retardées n'apparaissent pas en variables explicatives. Explicitement, cela signifie donc que l'ajustement des quantités suivant une variation des prix est effectué dans la période même. Cette hypothèse a été critiquée. Premièrement, il peut exister des rigidités à adapter immédiatement ses parts budgétaires (coûts de transactions). Deuxièmement, il peut exister des habitudes de consommation, qui empêchent aussi l'ajustement immédiat. Cette hypothèse d'ajustement incomplet à été souvent confirmée par une autocorrélation des résidus dans les modèles statiques (Edgerton *et al.* (1996)). Pour corriger cela, deux solutions ont été adoptées, soit une modification directe dans la fonction de coût (Ray (1984), Blanciforti *et al.* (1986)), soit une modification dans le système de demande (Anderson et Blundell (1982)). Cette dernière méthode, la plus simple, a aussi été proposée plus récemment par Alessie et Kapteyn (1991), Assarsson (1991) et Kesavan *et al.* (1993), Edgerton (1996). Elle consiste dans (5.33) à rajouter un retard sur les parts budgétaires, c'est-à-dire à estimer

(5.46).

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_j \theta_{ij} w_{j,t-1} \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln\left(\frac{x_t}{P_t}\right) \quad (5.46)$$

avec :

$$\ln P_t = \alpha_0 + \sum_j (\alpha_j + \sum_j \theta_{ij} w_{j,t-1}) \ln p_{jt} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{it} \ln p_{jt}$$

Comme précédemment, (5.46) peut être aussi estimée de façon linéaire en remplaçant $\ln P^t$ par (5.37),(5.43),(5.44) ou (5.45). Néanmoins, ce genre de modèle n'est valable que si toutes les variables sont stationnaires, ou si les variables sont intégrées d'ordre 1, et les résidus sont stationnaires. Dans ce dernier cas, (5.46) est une équation de long terme, et toutes les variables sont co-intégrées. De manière plus générale que (5.46), estimer un modèle AIDS ou LAIDS sous une forme à correction d'erreurs, permet de mieux prendre en compte la dynamique d'ajustement, tout en réglant le problème de non stationnarité des regressseurs, ce que ne fait pas (5.46).

Modèles AIDS, LAIDS et modèles à correction d'erreurs.

L'estimation du modèle sous une forme à correction d'erreurs a été étudiée notamment par Assarsson (1996) reprenant les travaux d'Anderson et Blundell (1982), Collins et Anderson (1998) et Karagiannis *et al.* (2000). Ces trois études partent du constat que les modèles statiques sont mal adaptés, et tentent d'y introduire une dynamique centrée sur une forme à correction d'erreurs. Cette forme, est ici particulièrement intéressante, puisqu'elle fait apparaître un équilibre de long terme, ainsi qu'une dynamique de court terme. Elle permet aussi de traiter les problèmes de stationnarité.

Reprenant Davidson *et al.* (1978), et Engle et Granger (1987) la forme générale d'un modèle à correction d'erreurs, entre une variable x et une variable y , est donnée par (5.47). Dans (5.47) a représente la force de rappel,

$(y_{t-1} - dx_{t-1})$ la relation de long terme ou relation de cointegration⁶, c'est-à-dire les résidus de l'équation $y_t = dx_{t-1} + u_t$, et b la déviation de court terme par rapport à l'équilibre.

$$\Delta y_t = b\Delta x_t + a(y_{t-1} - dx_{t-1}) + \varepsilon_t \tag{5.47}$$

La procédure d'estimation se fait généralement en deux étapes. Premièrement, estimer la relation de long terme $y_t = dx_{t-1} + u_t$, puis récupérer les résidus u_{t-1} de cette équation, et dans un deuxième temps estimer (5.47) en remplaçant $(y_{t-1} - dx_{t-1})$ par u_{t-1} . La significativité de la relation cointégrante est alors établie, soit en testant la stationnarité des résidus u_t (test ADF (table Engle et Yoo (1987)) ou KPSS, par exemple), soit en testant directement la significativité du coefficient a .

Ainsi, appliquée au modèle LAIDS, la procédure consiste à estimer (5.38) sous sa forme stochastique, c'est-à-dire (5.48), à récupérer les résidus du modèle, puis à estimer un modèle général du type (5.49).

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln\left(\frac{x_t}{P_t^*}\right) + \mu_{jt} \tag{5.48}$$

$$\Delta w_{it} = \sum_j \kappa_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \varphi_i \Delta \ln\left(\frac{x_t}{P_t}\right) + \sum_j \delta_{ij} \mu_{j,t-1} + \varepsilon_{it} \tag{5.49}$$

avec comme contrainte d'identification :

$$\sum_j \delta_{ij} = 0,$$

Dans (5.49), chaque part budgétaire va être fonction du déséquilibre de chacune des autres parts budgétaires. De plus, pour qu'il y ait cointégration, la matrice δ doit avoir une diagonale négative.

Une formulation plus restrictive est donnée par (5.50), dans laquelle chaque part budgétaire ne correspond qu'à ses propres déséquilibres. Dans ce cas,

⁶Voir aussi Banerjee *et al.* (1993).

comme le note Assarsson (1996), la contrainte d'additivité requière que les éléments δ_{ii} soient égaux. Cela conduit donc à l'estimation d'un paramètre unique δ .

$$\Delta w_{it} = \sum_j \kappa_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \varphi_i \Delta \ln \left(\frac{x_t}{P_t} \right) + \delta \mu_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (5.50)$$

Karagiannis *et al.* (2000), introduisent une forme un peu différente, puisqu'en deuxième étape, au lieu d'estimer (5.50), ils proposent d'estimer (5.51)

$$\Delta w_{it} = \xi_i \Delta w_{i,t-1} + \sum_j \kappa_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \varphi_i \Delta \ln \left(\frac{x_t}{P_t} \right) + \delta_i \mu_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (5.51)$$

Dans leur modèle, la dynamique est donnée par les variations des prix, du revenu réel, mais aussi des retards des parts budgétaires. La relation de long terme est inchangée, elle est constituée des résidus du modèle AIDS en niveau. Enfin, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, Collins et Anderson (1998) à partir d'une formulation un peu différente de la fonction de coût (5.15) proposent d'estimer des fonctions de demande (5.16) à partir d'une forme à correction d'erreurs proposée par Phillips et Loretan (1991) (5.18).

5.4.3 Le modèle Rotterdam

A la différence du modèle AIDS, le modèle Rotterdam de Theil (1965) et Barten (1966) n'utilise pas de formes flexibles pour approximer les préférences. Il approxime directement les fonctions de demande en se servant des propriétés théoriques de ces dernières. Le point de départ est une fonction de demande logarithmique du type de celle utilisée par Stone (1954) (5.52).

$$\ln q_i = \alpha_i + e_i \ln x + \sum_j e_{ij} \ln p_j \quad (5.52)$$

avec :

e_i : l'élasticité revenu,

e_{ij} : l'élasticité prix croisée du $j^{\text{ième}}$ prix sur la $i^{\text{ième}}$ demande.

En différenciant totalement (5.52), nous obtenons (5.53).

$$d \ln q_i = \frac{\partial \ln q_i}{\partial \ln x} d \ln x + \sum_j \frac{\partial \ln q_i}{\partial \ln p_j} d \ln p_j \quad (5.53)$$

avec :

$\frac{\partial \ln q_i}{\partial \ln p_j} = e_{ij}^*$ les élasticités prix compensées.

En se servant de la décomposition de Slutsky, et en multipliant les deux côtés de l'équation (5.53) par w_i , on obtient le système Rotterdam (5.54)

ainsi que sa forme estimable en posant $\beta_i = p_i \frac{\partial q_i}{\partial x}$ et $\gamma_{ij} = \frac{p_i p_j}{x} \frac{\partial q_i}{\partial p_j}$ (5.55).

$$w_i d \ln q_i = \left(p_i \frac{\partial q_i}{\partial x} \right) d \ln \bar{x} + \sum_j \left(\frac{p_i p_j}{x} \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \right) d \ln p_j \quad (5.54)$$

$$w_i d \ln q_i = \beta_i d \ln \bar{x} + \sum_j \gamma_{ij} d \ln p_j \quad (5.55)$$

avec :

$$d \ln \bar{x} = d \ln x - \sum_j w_j d \ln p_j.$$

Empiriquement, les différentiels des logarithmes sont remplacés par une approximation, comme suggéré par Theil (1965, 1967). Le système devient (5.56).

$$\bar{w}_{it} \Delta \ln q_i = \beta_i \Delta \ln Q_t + \sum_j \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \varepsilon_{it} \quad (5.56)$$

avec :

$$\bar{w}_{it} = \frac{w_{it} + w_{it-1}}{2},$$

$$\Delta \ln Q_t = \sum_j \bar{w}_{jt} \Delta \ln q_{jt}.$$

$\Delta \ln Q_t$ est une mesure du changement du revenu réel, et peut être aussi interprété comme une mesure du changement de l'utilité (Barnett (1979)).

Les restrictions imposées, sont comme pour le système AIDS :

Additivité :

$$\begin{aligned}\sum_i \beta_i &= 1, \\ \sum_i \gamma_{ij} &= 0.\end{aligned}$$

Homogénéité :

$$\sum_j \gamma_{ij} = 0.$$

Symétrie :

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}.$$

et les mesures des élasticités sont données par (5.57) et (5.58).

$$\eta_{ij} = \frac{\gamma_{ij} - \beta_i w_j}{w_i} \quad (5.57)$$

$$\eta_{iy} = \frac{\beta_i}{w_i} \quad (5.58)$$

5.5 Applications empiriques

Dans cette section, nous présentons deux applications empiriques, à deux niveaux d'agrégation différents, en utilisant des données uniquement pour les ménages. Le cadre général est similaire à celui utilisé dans le chapitre 2. Nous considérons un agent représentatif maximisant une fonction d'utilité dans laquelle entrent des biens monétaires, des biens de consommation et le loisir. Nous avons montré que, pour les ménages, un groupe de biens monétaires, était rationalisé par une fonction d'utilité faiblement séparable, la fonction de sous utilité monétaire. Nous posons ici une hypothèse supplémentaire,

qui est la faible séparabilité de la fonction d'utilité associée aux biens de consommation. La structure des préférences est donnée par (5.59).

$$u = V(u_1(x), u_2(m), l) \quad (5.59)$$

avec :

x : un vecteur de biens de consommation (durables, semi durables, non durables, services),

m : le vecteur de biens monétaires trouvé séparable au chapitre 2,

l : le loisir,

$u_i, i = 1, 2$ les fonctions de sous utilité faiblement séparables.

Dans un premier temps, l'agent représentatif alloue son budget entre ces trois catégories, puis dans un deuxième temps au sein de chaque catégorie.

Dans la première application, nous estimons des systèmes de demande au niveau le plus désagrégé, c'est-à-dire pour chaque actif entrant dans la sous utilité monétaire $u_2(\cdot)$. Puisque ce groupe est faiblement séparable, tous les effets de substitution sont internalisés. Ainsi, nous n'avons pas à prendre en compte les biens en dehors de la sous utilité. Nous utilisons pour cela les systèmes LAIDS et Rotterdam, et comparons leurs performances.

Dans la deuxième application, nous estimons des fonctions de demande au niveau agrégé, en nous plaçant au niveau de la première étape d'allocation du budget, c'est-à-dire au niveau de la répartition de ce dernier en grandes catégories : monnaie, consommation et loisir. Ici, nous cherchons à expliquer la dépense totale de monnaie. Comme deux des catégories sont faiblement séparables, il existe par définition un indice de quantité associé à chaque $u_i, i = 1, 2$. Dans l'estimation des fonctions de demande, nous remplaçons donc ces sous utilités par l'indice de quantité associé, ici l'indice Törnqvist-Theil, et utilisons l'indice dual comme indice de prix. Cette démarche est inspirée de Serletis (1991). Edgerton (1997) discute la validité théorique de

cette approche, reposant sur l'utilisation d'indices de quantité et de prix, dans une fonction de demande. Reprenant Gorman (1959), il note que cela n'est possible que si chaque sous utilité est homogène de degré 1, ou si les fonctions d'utilité indirectes sont d'une forme de Gorman généralisée, impliquant une séparabilité forte ou additive. Partant du caractère très restrictif de ces hypothèses, Edgerton (1997) développe une justification théorique alternative. Pour lui, cette approche peut être justifiée si : (1) il y a faible séparabilité, (2) les indices de prix correspondant à chaque catégorie varient peu avec le niveau d'utilité. C'est le cadre que nous retiendrons ici⁷. Néanmoins, l'homogénéité de degré 1 des préférences, bien que critiquée par Samuelson et Swamy (1974), n'est pas forcément irréaliste, notamment pour la fonction de sous utilité monétaire, comme nous le montrerons par la suite. Ici, seul le modèle LAIDS est utilisé.

Dans les deux applications, afin de déterminer si l'estimation des modèles LAIDS doit se faire en niveau, en différence première, ou sous une forme à correction d'erreurs, nous procédons ainsi. Nous commençons par tester la stationnarité des séries. Si toutes sont $I(0)$ nous estimons un modèle du type (5.46) pour tenir compte de l'ajustement imparfait. Si toutes les séries sont $I(1)$ nous estimons (5.48) en forçant l'homogénéité et la symétrie, et testons la stationnarité des résidus de chaque équation. Si tous sont stationnaires, alors un modèle à correction d'erreurs est estimé, sinon un modèle en simple différence. Pour le système Rotterdam, nous nous bornons à tester la stationnarité des séries. Tous les systèmes sont estimés avec la méthode SUR (Seemingly Unrelated Regressions) Zellner (1962), que nous présentons par la suite, sauf les systèmes en niveau estimés avec les moindres carrés ordinaires.

⁷Evidemment, cette estimation des systèmes de demande peut aussi être justifiée en postulant d'emblée, l'homogénéité de degré 1 des sous utilités.

5.5.1 Méthodes d'estimation de système d'équations structurelles

Nous présentons tout d'abord, les deux méthodes d'estimation utilisées dans ce chapitre. Soit un système d'équations structurelles, dont chaque équation $i, i = 1, \dots, m$ est donnée par (5.60).

$$y_i = X_i \beta_i + u_i, i = 1, \dots, m \quad (5.60)$$

avec :

y_i : un vecteur $n \times 1$,

X_i : une matrice ($T \times r$) de variables explicatives,

β_i : le vecteur de paramètres.

Le système peut aussi s'écrire (5.61).

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

avec la matrice de variance-covariance des résidus (5.62).

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix} \otimes I \quad (5.62)$$

Deux cas se présentent. Si $\sigma_{ij} = 0$ avec $i \neq j$ ou $X_1 = X_2 = \dots = X_n$, le système peut être estimé de façon efficiente en employant les moindres carrés ordinaires équation par équation, ou ce qui est strictement équivalent pour l'ensemble du système. Dans ce cas, l'estimateur $\hat{\beta}_i$ est donné par (5.63).

$$\hat{\beta}_i = (X'X)^{-1} X'Y \quad (5.63)$$

TAB. 5.1: Actifs monétaires inclus dans l'analyse.

actifs		prix	
q_1 :	Billets et pièces	p_1 :	px_bill
q_2 :	Dépôts à vue	p_2 :	px_bill
q_3 :	Livrets "A"	p_3 :	px_liva
q_4 :	Livrets "Bleu"	p_4 :	px_liva
q_5 :	Livrets d'épargne populaire	p_5 :	px_lep
q_6 :	Livrets imposables	p_6 :	px_imp
q_7 :	Compte d'épargne logement	p_7 :	px_cel
q_8 :	CODEVI	p_8 :	px_liva
q_9 :	Dépôts et titres en devise étrangères	p_9 :	px_dev
q_{10} :	Dépôts à terme	p_{10} :	px_term
q_{11} :	Bons non négociables	p_{11} :	px_term
q_{12} :	OPCVM	p_{12} :	px_opcvm
q_{13} :	TCN	p_{13} :	px_fcc
q_{14} :	FCC	p_{14} :	px_fcc

Si $\sigma_{ij} \neq 0$ avec $i \neq j$ ou $X_1 \neq X_2 \neq \dots \neq X_n$, les équations ne peuvent plus être estimées séparément. Dans ce cas, l'estimation de $\hat{\beta}$ se fait en deux temps. Le système est tout d'abord estimé équation par équation, en utilisant les moindres carrés ordinaires, ce qui permet le calcul de la matrice de variance-covariance Σ . Deuxièmement, à partir de matrice variance-covariance Σ , $\hat{\beta}$ est calculé par (5.64).

$$\hat{\beta} = (X' \Sigma^{-1} X)^{-1} X' \Sigma^{-1} Y \quad (5.64)$$

Cette méthode dite Seemingly Unrelated Regressions (SUR) est donc construite à partir des moindres carrés généralisés.

5.5.2 Fonctions de demande d'actifs monétaires

Description et propriétés statistiques des données

Les modèles LAIDS et Rotterdam sont estimés, à partir de données mensuelles par tête, pour les quatorze actifs trouvés séparables sur la période 1990 : 06, 1996 : 04. Le tableau (5.1) présente les actifs utilisés dans l'analyse (pour une description détaillée des prix et des quantités, se référer au chapitre 2). Afin d'éviter les problèmes de singularité⁸ lors de l'estimation des systèmes de demande⁹, nous additionnons les actifs ayant le même prix, et sur cette base calculons les parts budgétaires (tableau (5.2)). Le tableau (5.3) présente les statistiques descriptives associées à ces dernières. Le consommateur représentatif, alloue la part la plus importante de son budget aux actifs ne rapportant pas de taux d'intérêt (38,35 %), c'est-à-dire, les pièces, les billets et les dépôts à vue. Ceci de façon stable dans le temps puisque la différence entre le minimum et le maximum est assez faible. La seconde part la plus importante, est constituée d'actifs à taux réglementés (22,05 %), c'est-à-dire les livrets "A", les livrets "Bleu", et les CODEVI. Enfin, à peu près à égalité, les placements à terme (13,90 %), et les OPCVM (13,42 %).

Pour ces placements à taux de marché, on notera l'inertie dans l'évolution de la part allouée aux placements à terme (de part la nature du produit), qui contraste avec la gestion plus dynamique relative aux OPCVM. L'ensemble de ces produits représente 87,71 % de la détention totale de monnaie par le consommateur représentatif.

L'analyse économétrique impose que toutes les variables d'une régression soient stationnaires, ou qu'une combinaison linéaire de variables non stationnaires soit elle même stationnaire (cointégration). Nous commençons donc

⁸Berndt et Saving (1975).

⁹Cela découlant du fait que plusieurs variables explicatives sont identiques.

TAB. 5.2: Parts budgétaires incluses dans l'analyse.

	parts	prix
$w_1 =$	$(p_1 \cdot q_1 + p_1 \cdot q_2) \cdot x^{-1}$	px_bill
$w_2 =$	$(p_3 \cdot q_3 + p_3 \cdot q_4 + p_3 \cdot q_8) \cdot x^{-1}$	px_liva
$w_3 =$	$(p_{10} \cdot q_{10} + p_{10} \cdot q_{11}) \cdot x^{-1}$	px_term
$w_4 =$	$(p_{13} \cdot q_{13} + p_{13} \cdot q_{14}) \cdot x^{-1}$	px_fcc
$w_5 =$	$(p_6 \cdot q_6) \cdot x^{-1}$	px_imp
$w_6 =$	$(p_7 \cdot q_7) \cdot x^{-1}$	px_cel
$w_7 =$	$(p_9 \cdot q_9) \cdot x^{-1}$	px_dev
$w_8 =$	$(p_{12} \cdot q_{12}) \cdot x^{-1}$	px_opcvm
$w_9 =$	$(p_5 \cdot q_5) \cdot x^{-1}$	px_lep

$x = \sum_{i=1}^{14} p_i q_i$

TAB. 5.3: Statistiques descriptives relatives aux parts budgétaires.

variable	\bar{w}_i (%)	σ_i	min w_i (%)	max w_i (%)
w_1	38,35	0,0067	36,56	39,61
w_2	22,04	0,0117	19,75	23,89
w_3	13,90	0,0086	12,71	15,50
w_4	00,59	0,0036	00,09	01,18
w_5	05,45	0,0061	04,66	06,73
w_6	04,13	0,0020	03,89	04,53
w_7	00,22	0,0008	00,10	00,35
w_8	13,42	0,0217	09,45	17,59
w_9	01,85	0,0020	01,60	02,59

par tester l'ordre d'intégration des variables entrant dans les modèles LAIDS et Rotterdam. Pour cela nous utilisons le test ADF (Dickey et Fuller (1979)). Les résultats sont donnés par le tableau (5.4) pour les prix (modèles LAIDS et Rotterdam), le tableau (5.20) pour les parts budgétaires, et le revenu réel (modèle LAIDS), ainsi que le tableau (5.6) pour $\bar{w}_{it} \Delta \log(q_{it})$ (modèle Rotterdam). Clairement, au seuil de 5 %, tous les prix sont intégrés d'ordre 1. Le résultat est similaire pour les parts budgétaires. Pour les variables expliquées du modèle Rotterdam, le résultat est légèrement différent puisque la

non stationnarité est rejetée, mais à des seuils plus hauts, notamment pour les OPCVM. Nous traitons cependant toutes ces variables comme intégrées d'ordre 0.

TAB. 5.4: Résultats du test ADF pour les prix (en logarithme) : modèles LAIDS et Rotterdam.

variable	sans constante ni tendance	avec constante	avec constante et tendance
<i>px_bill</i>		-2,76	
Δpx_bill	-2.48**		
<i>px_liva</i>		-2,72	
Δpx_liva	-2.60*		
<i>px_term</i>		-2,19	
Δpx_term	-3.39*		
<i>px_fcc</i>		-2,76	
Δpx_fcc	-3.43*		
<i>px_imp</i>		-1,54	
Δpx_imp	-3.31*		
<i>px_cel</i>		-0,95	
Δpx_cel	-3,31*		
<i>px_dev</i>		-1,04	
Δpx_dev	-2.82*		
<i>px_opcvm</i>		-1,26	
Δpx_opcvm	-3.43*		
<i>px_lep</i>		-2,52	
Δpx_lep	-2.70*		

* rejette l'hypothèse nulle de non stationnarité à 1%.

** rejette l'hypothèse nulle de non stationnarité à 5%.

*** rejette l'hypothèse nulle de non stationnarité à 10%.

Estimation du modèle LAIDS

Etant donné l'ordre d'intégration des séries, nous cherchons dans un premier temps à savoir si chaque équation du système (5.48) prise séparément est une équation de long terme, c'est-à-dire si quelque soit i , μ_i est une variable

TAB. 5.5: Résultats du test ADF pour les parts budgétaires et le revenu réel : modèle LAIDS.

variable	sans constante ni tendance	avec constante	avec constante et tendance
w_1		-3,20	
Δw_1	-3.72*		
w_2		-1,33	
Δw_2	-2.88*		
w_3		-1,90	
Δw_3	-2.47**		
w_4		-1,20	
Δw_4	-2.80*		
w_5		-2,00	
Δw_5	-3.25*		
w_6			-2,30
Δw_6		-4,47*	
w_7			-2,31
Δw_7	-3.68*		
w_8		-1,20	
Δw_8	-3.32*		
w_9			-0,10
Δw_9			-4,47*
$\frac{x}{PT}$			-2,61
$\Delta \frac{x}{PT}$	-3.63*		

* rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 1%.

** rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 5%.

*** rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 10%.

stationnaire. Pour cela, nous estimons le système (5.48) par les moindres carrés ordinaires¹⁰, en contraignant les coefficients pour assurer l'homogénéité et la symétrie¹¹. Les coefficients estimés sont donnés par le tableau

¹⁰L'estimation de ces systèmes par les moindres carrés ordinaires donne les mêmes résultats qu'une estimation équation par équation, étant donné que les variables explicatives sont les mêmes dans chaque équation. Cela nous permet de rester dans le cadre de la cointégration univariée.

¹¹L'additivité est automatique étant donné que la somme des parts budgétaires est 1.

TAB. 5.6: Résultats du test ADF pour $\overline{w}_i \Delta \log q_i$: modèle Rotterdam.

variable	sans constante ni tendance	avec constante avec constante et tendance
$\overline{w}_1 \Delta \log(q_1 + q_2)$		-3,91*
$\overline{w}_2 \Delta \log(q_3 + q_4 + q_8)$	-2,16**	
$\overline{w}_3 \Delta \log(q_{10} + q_{11})$	-2,78*	
$\overline{w}_4 \Delta \log(q_{13} + q_{14})$		-4,18*
$\overline{w}_5 \Delta \log(q_6)$	-2,13**	
$\overline{w}_6 \Delta \log(q_7)$	-3,99*	
$\overline{w}_7 \Delta \log(q_9)$	-2,68*	
$\overline{w}_8 \Delta \log(q_{12})$	-1,62***	
$\overline{w}_9 \Delta \log(q_5)$	-2,90*	
$\sum_i \overline{w}_i \Delta \log(q_i)$		-3,60*

* rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 1%.

** rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 5%.

*** rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 10%.

(5.7). Comme le système est singulier, la somme des parts budgétaires étant l'unité, une équation est arbitrairement effacée (Δw_7). Les coefficients de cette dernière sont recalculés à partir des restrictions imposées. Il peut être vérifié que la somme des coefficients γ_{ij} en colonne ou en ligne est bien nulle, que la somme des β_i est aussi nulle, et que la somme des α_i est égale à l'unité. La stationnarité des résidus μ_i , pris séparément, est testée avec un test ADF. Les résultats sont donnés par le tableau (5.8).

Avec une valeur critique de 6,14 à 5 % (Charemza et Deadman (1997)), la cointégration est clairement rejetée. Nous estimons donc un système LAIDS en simple différence (5.65) dans lequel nous imposons l'homogénéité et la symétrie.

$$\Delta w_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^9 \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \beta_i \Delta \ln \left(\frac{x_t}{P_t} \right) + \varepsilon_{it} \quad (5.65)$$

Les paramètres du modèle sont donnés par le tableau (5.9), et les statis-

TAB. 5.7: Paramètres estimés du modèle LAIDS en niveau.

équ	α_i	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	γ_{i4}	γ_{i5}	γ_{i6}	γ_{i7}	γ_{i8}	γ_{i9}	β_i
w_1	2,65 (11,92)	0,17 (12,56)	0,07 (4,94)	0,03 (2,45)	0,08 (2,56)	0,02 (3,40)	-0,07 (-11,43)	-0,03 (-6,39)	-0,15 (-4,99)	-0,11 (-10,91)	-0,23 (-10,69)
w_2	2,60 (11,78)	.	-0,20 (-4,95)	-0,13 (-11,37)	-0,20 (-2,23)	0,03 (4,64)	0,08 (8,27)	-0,08 (-17,53)	0,19 (2,12)	0,24 (9,28)	-0,23 (-10,73)
w_3	0,72 (2,70)	.	.	-0,03 (-1,2)	-0,16 (-7,70)	-0,005 (-0,50)	0,07 (9,55)	-0,03 (-4,32)	0,18 (7,98)	0,07 (8,59)	-0,06 (-2,19)
w_4	-0,05 (-0,16)	.	.	.	-2,13 (-3,95)	0,07 (5,41)	0,05 (2,37)	-0,01 (-2,57)	2,22 (3,34)	0,08 (1,33)	,004 (0,14)
w_5	0,25 (1,82)	0,11 (17,47)	-0,03 (-7,45)	-0,05 (-14,95)	-0,09 (-7,05)	-0,05 (-9,30)	-0,02 (-1,63)
w_6	1,66 (12,45)	0,01 (1,49)	,005 (1,53)	-0,08 (-3,71)	-0,02 (-2,92)	-0,16 (-12,04)
w_7	-5,45 (-8,01)	0,06 (3,17)	0,13 (16,96)	,007 (1,64)	0,54 (7,98)
w_8	-3,07 (-6,82)	-2,28 (-3,99)	-12,23 (-1,79)	0,31 (7,20)
w_9	1,68 (9,59)	-0,11 (-5,12)	-0,16 (-9,31)

T-stat entre parenthèses.

TAB. 5.8: Résultats des tests de cointégration : modèle LAIDS.

variable	statistique ADF
μ_1	-2,61*
μ_2	-2,87*
μ_3	-1,28*
μ_4	-1,73*
μ_5	-2,93*
μ_6	-3,13*
μ_7	-2,67*
μ_8	-2,38*
μ_9	-2,75*

* Rejette la cointégration à 5%.

tiques relatives aux résidus par le tableau (5.10). Excepté pour la normalité de deux équations ($\Delta w_5, \Delta w_9$), le modèle possède toutes les bonnes caractéristiques statistiques, notamment en terme d'autocorrélation, d'effets ARCH et d'hétéroscédasticité. Le pouvoir explicatif du modèle est, sauf pour Δw_4 et Δw_7 relativement important, avec des coefficients de corrélation allant de 0,79 à 0,98.

TAB. 5.9: Paramètres estimés du modèle LAIDS en différence première.

équ.	α_i	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	γ_{i4}	γ_{i5}	γ_{i6}	γ_{i7}	γ_{i8}	γ_{i9}	β_i
Δw_1	0,0005 (1,09)	0,21 (6,73)	-0,03 (-1,43)	-0,04 (-1,98)	0,02 (1,31)	-0,02 (-5,68)	-0,01 (-1,70)	0,006 (1,88)	-0,08 (-4,37)	-0,04 (-2,61)	0,009 (0,60)
Δw_2	-0,001 (-2,33)	.	-0,12 (-2,35)	-0,01 (-0,79)	-0,02 (-0,49)	-0,01 (-3,62)	0,003 (0,21)	-0,006 (-2,15)	-0,17 (-0,44)	0,22 (6,04)	-0,005 (-0,43)
Δw_3	-0,002 (-5,95)	.	.	0,09 (4,56)	0,001 (0,07)	-0,009 (-4,20)	0,007 (1,27)	0,002 (1,59)	-0,02 (-1,09)	-0,02 (-2,28)	-0,009 (-1,10)
Δw_4	0,0001 (1,23)	.	.	.	-0,40 (-1,47)	-0,004 (-1,89)	-0,04 (-2,43)	-0,0003 (-0,15)	0,42 (1,48)	0,02 (0,72)	0,009 (0,99)
Δw_5	-0,0004 (-1,80)	0,05 (26,11)	-0,002 (-1,77)	-0,0008 (-0,51)	-0,002 (-0,94)	-0,0002 (-0,12)	-0,008 (-1,06)
Δw_6	0,0001 (2,35)	0,02 (2,90)	,0001 (0,15)	0,03 (1,96)	-0,01 (-1,02)	-0,003 (-0,76)
Δw_7	1,00 (16,66)	-0,0009 (-0,25)	-0,0014 (-0,72)	0,0008 (0,60)	0,0085 (0,51)
Δw_8	0,002 (4,94)	-0,31 (-1,03)	-0,02 (-1,68)	-0,0045 (-0,39)
Δw_9	0,0001 (2,01)	-0,14 (-4,94)	0,004 (0,73)

T-stat entre parenthèses.

Analyse des élasticités

Les tableaux (5.11), (5.12) (5.13) et (5.14) présentent respectivement, les élasticités prix non compensées, compensées, les élasticités revenu et les

TAB. 5.10: Statistiques du modèle LAIDS en différence.

équation	adj. R^2	$Q_{stat}^1(4)$	$ARCH^2(4)$	HET^3	$NORM.^4$
Δw_1	0,93	7,54 (0,11)	5,56 (0,23)	13,36 (0,86)	1,02 (0,60)
Δw_2	0,93	5,66 (0,22)	3,00 (0,55)	25,56 (0,18)	2,26 (0,32)
Δw_3	0,93	4,16 (0,38)	5,52 (0,24)	23,66 (0,25)	0,32 (0,85)
Δw_4	0,31	7,42 (0,11)	3,11 (0,52)	26,38 (0,15)	24,09 (0,00)
Δw_5	0,95	4,64 (0,32)	1,01 (0,90)	12,90 (0,88)	6,35 (0,04)
Δw_6	0,78	4,97 (0,29)	3,19 (0,52)	15,94 (0,72)	0,42 (0,80)
Δw_7	0,26	4,76 (0,31)	1,26 (0,87)	10,82 (0,95)	2,61 (0,27)
Δw_8	0,98	2,14 (0,70)	0,59 (0,96)	13,44 (0,85)	11,69 (0,00)
Δw_9	0,80	4,85 (0,30)	0,21 (0,99)	4,70 (0,99)	416,00 (0,00)

P-value entre parenthèses.

¹ : Statistique de Ljung Box.

² : Test ARCH LM.

³ : Hétéroscédasticité (White) sans termes croisés.

⁴ : Statistique Jarque-Bera.

élasticités de substitution. Pour calculer les écarts types, et donc les statistiques de Student deux méthodes peuvent être utilisées. La première méthode, dite des Delta (Green (1997)), consiste à partir de la matrice de variance-covariance des paramètres, à recalculer l'écart type du paramètre d'intérêt. L'autre méthode, de Monte Carlo, consiste à introduire dans la formule de l'élasticité des termes aléatoires dont les propriétés statistiques sont données par la matrice de variance-covariance des paramètres estimés. En répétant cette opération n fois, et en collectant à chaque itération la valeur de l'élasticité, on obtient le second moment de la série. Nous utilisons ici cette deuxième méthode, avec $n = 1000$.

L'étude des élasticités permet d'aborder quatre thèmes. Le premier concerne l'adéquation du modèle avec le concept de maximisation de l'utilité. En effet, pour que les élasticités prix propres aient un sens, elles doivent toutes être inférieures à zéro, ou non significativement différentes de zéro. C'est ici le cas,

puisque toutes les élasticités sur la diagonale principale des tableaux (5.11) et (5.12) vérifient cette condition.

Le deuxième concerne l'élasticité des actifs à leur propre prix. L'étude des élasticités propres, permet de classer les actifs en deux groupes. Les actifs inélastiques au prix, comme par exemple ceux ne rapportant pas de taux d'intérêt, les dépôts à terme ou encore les livrets imposables, et les actifs élastiques ((livrets A, livrets B et codevi), voire très élastiques (LEP). Pour ce dernier, l'élasticité s'explique par le fait que la part budgétaire détenue est très faible, et évolue très rapidement, alors que dans le même temps l'évolution des prix reste modérée.

Le troisième concerne la substituabilité/complémentarité des actifs. Nous rappelons qu'un actif i est dit substituable à un actif j si l'élasticité prix croisée η_{ij} (η_{ij}^c) ou l'élasticité de substitution σ_{ij} est positive. A l'inverse, une élasticité négative implique une complémentarité. Seuls deux couples d'actifs sont substitués : les OPCVM avec les comptes d'épargne logement (CEL), et les actifs à taux réglementés avec les livrets épargne populaire (LEP). Ce dernier résultat étant particulièrement cohérent, étant donné la nature des produits concernés. La substituabilité entre les OPCVM et les CEL est toutefois assez faible, alors qu'elle est importante entre les LEP et les autres actifs à taux réglementés. Les actifs ne rapportant pas de taux d'intérêt, n'ont aucun substitut et ne sont substitués d'aucun actif. Enfin, il apparaît que la majorité des actifs sont complémentaires, avec cependant des élasticités assez faibles. Un résultat similaire est donné par le tableau (5.13). Trois relations supplémentaires de substituabilité apparaissent, entre les billets, pièces et dépôts à vue et les avoirs en devises, entre les dépôts à terme et les CEL et enfin entre les livrets imposables et les OPCVM. Il est de plus intéressant de noter que même au sein des découpages M3-M2, M2-M1,

les actifs ne sont pas parfait substitués, notamment au sein de M3-M2, les titres de créances négociables additionnés aux FCC ne sont pas substitués des OPCVM.

Enfin, le dernier consiste à savoir si certains actifs peuvent être considérés comme des biens de luxe avec une élasticité revenu supérieure à un. Le tableau (5.14) fait apparaître que toutes les élasticités revenu sont à 95% non différentes de 1. Ainsi, vis à vis du budget monétaire alloué, tous les actifs considérés sont des biens nécessaires. Il peut être noté aussi que l'homogénéité de degré 1 de la sous fonction d'utilité monétaire peut être acceptée.

TAB. 5.11: Elasticités-prix non compensées évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.

actif i	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}	η_{i4}	η_{i5}	η_{i6}	η_{i7}	η_{i8}	η_{i9}
(1)	-0,44	-0,10	-0,11	0,06	-0,05	-0,04	0,01	-0,23	-0,15
	(-6,07)	(-1,52)	(-2,10)	(1,34)	(-5,24)	(-1,68)	(1,86)	(-4,52)	(-3,73)
(2)	-0,16	-1,54	-0,05	-0,08	-0,05	0,01	-0,03	-0,07	1,00
	(-1,37)	(-6,99)	(-0,75)	(-0,50)	(-3,36)	(0,23)	(-2,14)	(-0,43)	(6,09)
(3)	-0,28	-0,07	-0,32	0,008	-0,06	0,05	0,02	-0,11	-0,16
	(-1,89)	(-0,63)	(-2,15)	(0,08)	(-3,77)	(1,34)	(1,63)	(-1,00)	(-2,39)
(4)	3,56	-3,43	-0,03	-69,35	-0,72	-7,09	-0,05	70,98	3,62
	(1,12)	(-0,56)	(-0,01)	(-1,51)	(-2,04)	(-2,53)	(-0,16)	(1,47)	(0,72)
(5)	-0,29	-0,17	-0,14	-0,07	-0,12	-0,03	-0,01	-0,01	-0,0008
	(-3,75)	(-2,69)	(-3,24)	(-1,87)	(-3,53)	(-1,35)	(-0,49)	(-0,33)	(-0,03)
(6)	-0,34	0,08	0,17	-1,01	-0,04	-0,38	0,003	0,85	-0,26
	(-1,51)	(0,26)	(1,35)	(-2,50)	(-1,52)	(-1,82)	(0,16)	(2,05)	(-1,03)
(7)	1,14	-3,41	0,61	-0,15	-0,56	-0,09	-1,41	-1,13	0,27
	(0,40)	(-1,90)	(0,50)	(-0,18)	(-0,72)	(-1,11)	(-0,87)	(-0,81)	(0,48)
(8)	-0,64	-0,12	-0,12	3,14	-0,01	0,26	-0,01	-3,31	-0,15
	(-4,32)	(-0,43)	(-1,03)	(1,47)	(-0,79)	(2,04)	(-0,74)	(-1,51)	(-0,69)
(9)	-2,48	11,89	-1,30	1,17	-0,02	-0,61	0,04	-1,17	-8,74
	(-2,79)	(6,12)	(-2,46)	(0,73)	(-0,26)	(-1,06)	(0,61)	(-0,71)	(-6,02)

T-stat entre parenthèses.

En gras, les élasticités propres.

TAB. 5.12: Elasticités-revenu évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.

η_{1y}	η_{2y}	η_{3y}	η_{4y}	η_{5y}	η_{6y}	η_{7y}	η_{8y}	η_{9y}
1,02	0,97	0,93	2,51	0,84	0,92	4,73	0,96	1,24
(26,24)	(16,25)	(14,66)	(1,70)	(5,81)	(9,65)	(0,69)	(11,40)	(3,83)

T-stat entre parenthèses.

TAB. 5.13: Elasticités-prix compensées évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.

actif i	η_{i1}^c	η_{i2}^c	η_{i3}^c	η_{i4}^c	η_{i5}^c	η_{i6}^c	η_{i7}^c	η_{i8}^c	η_{i9}^c
(1)	-0,05	0,12	0,03	0,07	0,005	0,0009	0,02	-0,09	-0,09
	(-0,65)	(1,86)	(0,51)	(1,39)	(0,58)	(0,04)	(2,24)	(-1,76)	(-2,21)
(2)	0,21	-1,32	0,08	-0,07	0,004	0,05	-0,02	0,05	1,02
	(1,87)	(-5,98)	(1,15)	(-0,46)	(0,29)	(0,90)	(-1,92)	(0,32)	(6,13)
(3)	0,08	0,13	-0,19	0,013	-0,008	0,09	0,02	0,016	-0,15
	(0,51)	(1,15)	(-1,33)	(0,13)	(-0,52)	(2,36)	(1,66)	(0,15)	(-2,00)
(4)	4,53	-2,87	0,31	-69,34	-0,58	-6,98	-0,05	71,32	3,66
	(1,39)	(-0,46)	(0,13)	(-1,53)	(-1,77)	(-2,39)	(-0,14)	(1,51)	(0,69)
(5)	0,03	0,02	-0,02	-0,06	-0,07	0,008	-0,01	0,09	0,01
	(0,59)	(0,32)	(-0,51)	(-2,12)	(-2,14)	(0,44)	(-0,43)	(2,36)	(0,49)
(6)	0,008	0,29	0,30	-1,00	0,02	-0,34	0,005	0,98	-0,25
	(0,03)	(0,90)	(2,36)	(-2,44)	(0,69)	(-1,65)	(0,25)	(2,28)	(-0,97)
(7)	2,96	-2,37	1,27	-0,12	-0,30	0,10	-1,40	-0,49	0,36
	(2,24)	(-1,92)	(1,76)	(-0,14)	(-0,43)	(0,25)	(-0,88)	(-0,56)	(0,65)
(8)	-0,26	0,09	0,02	3,15	0,04	0,30	-0,008	-3,18	-0,14
	(-1,80)	(0,31)	(0,15)	(1,51)	(2,56)	(2,32)	(-0,57)	(-1,47)	(-0,60)
(9)	-2,01	12,17	-1,13	1,18	0,04	-0,56	0,04	-1,01	-8,71
	(-2,23)	(6,14)	(-2,01)	(0,73)	(0,50)	(-0,98)	(0,75)	(-0,60)	(-5,80)

T-stat entre parenthèses.

En gras, les élasticités propres.

Estimation du modèle Rotterdam et comparaison des deux modèles

En utilisant le modèle LAIDS, nous avons obtenu un certain nombre de résultats concernant les élasticités des actifs. L'idée est ici de comparer, et

TAB. 5.14: Elasticités de substitution évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle LAIDS.

actif i	σ_{i1}	σ_{i2}	σ_{i3}	σ_{i4}	σ_{i5}	σ_{i6}	σ_{i7}	σ_{i8}	σ_{i9}
(1)	-0,14	0,56	0,20	11,81	0,09	0,02	7,71	-0,70	-5,24
	(-0,65)	(1,80)	(0,51)	(1,47)	(0,56)	(0,04)	(2,14)	(-1,84)	(-2,13)
(2)	.	-6,02	0,59	-13,05	0,07	1,31	-10,76	0,41	55,20
		(-5,96)	(1,10)	(-0,47)	(0,29)	(0,87)	(-1,96)	(0,31)	(6,06)
(3)	.	.	-1,36	2,27	-0,16	2,20	6,47	0,12	-8,14
			(-1,32)	(0,14)	(-0,61)	(2,41)	(1,87)	(0,15)	(-1,95)
(4)	.	.	.	-11660	-10,71	-168,59	-9,67	493,94	198,43
				(-1,50)	(-1,71)	(-2,47)	(-0,13)	(1,50)	(0,74)
(5)	-1,31	0,32	-1,76	0,74	0,80
					(-2,14)	(0,87)	(-0,33)	(3,08)	(0,51)
(6)	-5,32	1,46	6,06	-13,41
						(-1,58)	(0,43)	(2,37)	(-0,94)
(7)	-176,44	-1,63	19,51
							(-0,85)	(-0,32)	(0,67)
(8)	-17,69	-7,36
								(-1,43)	(-0,61)
(9)	-461,54
									(-5,84)

T-stat entre parenthèses.

de confirmer les résultats obtenus avec ceux issus d'un modèle alternatif de demande, en terme d'élasticités prix (non compensées) et d'élasticités revenu. Ce modèle est le système Rotterdam (5.56). Le système est estimé sur la même période et, comme précédemment, nous forçons l'homogénéité et la symétrie des coefficients. Les statistiques du modèle, ainsi que les paramètres, sont respectivement donnés par les tableaux (5.15) et (5.16). Excepté pour la normalité, le modèle a aussi toutes les bonnes caractéristiques statistiques, seule exception pour un éventuel effet ARCH, rejeté pour l'équation 3 au seuil de 4% au lieu du seuil habituel de 5%.

Le tableau (5.17) présente les élasticités non compensées, et le tableau

TAB. 5.15: Statistiques du modèle Rotterdam.

équation	adj. R^2	$Q_{stat}^1(4)$	$ARCH^2(4)$	HET^3	$NORM.^4$
Δw_1	0,83	4,91 (0,29)	7,77 (0,10)	19,49 (0,49)	0,21 (0,89)
Δw_2	0,88	5,58 (0,62)	2,61 (0,62)	23,49 (0,26)	2,37 (0,30)
Δw_3	0,96	4,94 (0,29)	1,76 (0,77)	25,52 (0,18)	0,64 (0,72)
Δw_4	0,23	7,41 (0,11)	2,46 (0,65)	20,28 (0,44)	29,23 (0,00)
Δw_5	0,77	4,99 (0,28)	1,30 (0,86)	13,76 (0,84)	7,97 (0,02)
Δw_6	0,61	10,73 (0,03)	3,01 (0,55)	21,34 (0,37)	0,47 (0,79)
Δw_7	0,08	4,01 (0,40)	0,99 (0,91)	10,00 (0,96)	1,11 (0,57)
Δw_8	0,98	5,89 (0,21)	0,95 (0,91)	18,73 (0,54)	5,23 (0,07)
Δw_9	0,76	7,27 (0,12)	0,29 (0,98)	6,59 (0,99)	292,00 (0,00)

P-value entre parenthèses.

¹ : Statistique de Ljung Box.

² : Test ARCH LM.

³ : Hétéroscédasticité (White) sans termes croisés.

⁴ : Statistique Jarque-Bera.

(5.18) les élasticités revenu. Le modèle Rotterdam confirme les résultats trouvés avec le modèle LAIDS, puisque les élasticités sont très similaires, et généralement statistiquement non différentes. De ce modèle, nous déduisons donc la même interprétation économique, c'est-à-dire, (1) très peu d'actifs sont substituables, la majeure partie étant complémentaires, avec toutefois des taux assez faibles, (2) les élasticités propres sont négatives, ou significativement non différentes de zéro, (3) faible élasticité des actifs ne rapportant pas de taux d'intérêt à leur prix, élasticités prix supérieure à 1 pour certains actifs à taux réglementé et enfin difficulté du modèle à expliquer les élasticités des actifs à prix de marché. De plus, les élasticités revenu ne sont pas significativement différentes de un.

Econométriquement, la similitude des résultats entre les deux modèles peut être expliquée de la façon suivante. Le modèle LAIDS en différence (5.65), linéarisation du modèle AIDS avec un indice de prix Stone, peut être

TAB. 5.16: Paramètres estimés du modèle Rotterdam.

équ.	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	γ_{i4}	γ_{i5}	γ_{i6}	γ_{i7}	γ_{i8}	γ_{i9}	β_i
$\overline{w_1} \Delta \log(.)$	-0,03 (-0,90)	0,05 (1,74)	0,02 (0,88)	0,04 (1,91)	0,002 (0,70)	0,005 (0,52)	0,004 (1,30)	-0,04 (-2,10)	-0,04 (-2,41)	0,39 (27,35)
$\overline{w_2} \Delta \log(.)$.	-0,29 (-5,73)	0,01 (0,82)	-0,02 (-0,44)	-0,001 (-0,44)	0,006 (0,43)	-0,005 (-2,17)	0,01 (0,33)	0,23 (6,19)	0,22 (16,29)
$\overline{w_3} \Delta \log(.)$.	.	-0,03 (-1,18)	-0,008 (-0,51)	-0,0009 (-0,34)	0,01 (2,05)	0,002 (1,13)	0,01 (0,71)	-0,02 (-2,16)	0,13 (11,34)
$\overline{w_4} \Delta \log(.)$.	.	.	-0,30 (-1,08)	-0,003 (-1,27)	-0,04 (-2,46)	-0,00002 (0,01)	0,32 (1,06)	0,02 (0,68)	0,01 (1,24)
$\overline{w_5} \Delta \log(.)$	-0,0008 (-0,44)	0,0004 (0,44)	-0,0004 (-0,32)	0,003 (1,45)	0,00004 (0,03)	0,05 (6,69)
$\overline{w_6} \Delta \log(.)$	-0,02 (-2,01)	0,0003 (0,31)	0,04 (2,30)	-0,005 (-0,46)	0,04 (8,06)
$\overline{w_7} \Delta \log(.)$	-0,002 (-0,52)	0,0001 (0,06)	0,001 (1,07)	0,009 (0,47)
$\overline{w_8} \Delta \log(.)$	-0,33 (-1,03)	-0,02 (-0,51)	0,11 (8,07)
$\overline{w_9} \Delta \log(.)$	-0,16 (-5,85)	0,02 (3,80)

T-stat entre parenthèses.

ré-écrit (5.66).

$$\Delta w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \beta_i (\Delta \ln x_t - \sum_j \Delta(w_j \ln p_j)) + \varepsilon_{it} \quad (5.66)$$

Deaton et Muellbauer (1980a) ont montré que le terme $\sum_j \Delta(w_j \ln p_j)$ pouvait être approximé par $\sum_j w_j \Delta \ln p_j$. Ainsi, le système LAIDS (5.66) peut être réestimé sous sa forme (5.67).

$$\Delta w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \beta_i (\Delta \ln x_t - \sum_j w_j \Delta \ln p_j) + \varepsilon_{it} \quad (5.67)$$

Chalfant et Alston (1993), ont aussi montré que $(\Delta \ln x_t - \sum_j w_j \Delta \ln p_j)$ pouvait servir d'approximation pour $\Delta \ln Q_t$. Ainsi le système Rotterdam

TAB. 5.17: Elasticités-prix non compensées évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle Rotterdam.

actif i	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}	η_{i4}	η_{i5}	η_{i6}	η_{i7}	η_{i8}	η_{i9}
(1)	-0,47	-0,10	-0,09	0,09	-0,05	-0,02	0,007	-0,25	-0,13
	(-5,74)	(-1,48)	(-1,41)	(1,76)	(-5,55)	(-0,83)	(0,92)	(-4,56)	(-2,87)
(2)	-0,17	-1,52	-0,07	-0,08	-0,06	-0,01	-0,03	-0,07	1,02
	(-1,41)	(-6,73)	(-0,86)	(-0,47)	(-4,16)	(-0,16)	(-2,43)	(-0,42)	(5,87)
(3)	-0,20	-0,10	-0,33	-0,06	-0,06	0,04	0,01	-0,04	-0,19
	(-1,17)	(-0,7)	(-1,97)	(-0,60)	(-3,29)	(1,13)	(1,01)	(-0,34)	(-2,31)
(4)	5,49	-3,21	-1,57	-51,48	-0,54	-7,37	-0,001	53,29	3,41
	(1,64)	(-0,51)	(-0,61)	(-1,03)	(-1,50)	(-2,45)	(-0,003)	(1,03)	(0,68)
(5)	-0,35	-0,25	-0,16	-0,05	-0,07	-0,03	-0,01	-0,08	-0,02
	(-4,37)	(-3,79)	(-3,16)	(-1,31)	(-2,33)	(-1,47)	(-0,38)	(-1,70)	(-0,65)
(6)	-0,22	-0,05	0,16	-1,05	-0,04	-0,45	0,005	0,90	-0,14
	(-0,99)	(-0,15)	(1,23)	(-2,50)	(-1,52)	(-2,15)	(0,22)	(2,04)	(-0,51)
(7)	0,16	-3,42	0,47	-0,01	-0,43	-0,04	-0,76	-0,47	0,54
	(0,04)	(-1,61)	(0,33)	(-0,02)	(-0,52)	(-0,07)	(-0,51)	(-0,29)	(0,91)
(8)	-0,66	-0,09	-0,03	2,36	-0,02	0,27	-0,0009	-2,56	-0,13
	(-4,12)	(-0,31)	(-0,25)	(1,03)	(-1,09)	(2,07)	(-0,05)	(-1,08)	(-0,56)
(9)	-2,80	12,17	-1,48	1,09	-0,07	-0,34	0,07	-1,04	-8,92
	(-2,97)	(5,93)	(-2,38)	(0,70)	(-0,77)	(-0,56)	(0,97)	(-0,63)	(-5,75)

T-stat entre parenthèses.

En gras, les élasticités propres.

TAB. 5.18: Elasticités-revenu évaluées pour une part budgétaire moyenne : modèle Rotterdam.

η_{1y}	η_{2y}	η_{3y}	η_{4y}	η_{5y}	η_{6y}	η_{7y}	η_{8y}	η_{9y}
1,03	1,00	0,92	1,98	1,03	0,89	3,96	0,86	1,33
(28,14)	(16,44)	(11,27)	(1,21)	(6,67)	(8,10)	(0,49)	(7,88)	(3,83)

T-stat entre parenthèses.

(5.56) peut être réécrit (5.68), et les systèmes LAIDS et Rotterdam présenter les mêmes variables explicatives (l'inverse était aussi possible, Keller et van

Driel (1985)).

$$\bar{w}_{it}\Delta \ln q_i = \beta_i(\Delta \ln x_t - \sum_j w_j \Delta \ln p_j) + \sum_j \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \varepsilon_{it} \quad (5.68)$$

Sur cette base, Chalfant et Alston (1993) proposent un test permettant de choisir entre ces deux modèles. Notons $y = f(\cdot)$ le modèle LAIDS, et $z = f(\cdot)$ le modèle Rotterdam. La stratégie de test est alors :

– Test 1 : $H_0 : \lambda = 0$ (Rotterdam), $H_a : \lambda \neq 0$

$$\lambda y + (1 - \lambda)z = f(\cdot)$$

– Test 2 : $H_0 : \mu = 0$ (LAIDS), $H_a : \mu \neq 0$

$$(1 - \mu)y + \mu z = f(\cdot)$$

Le test 1, teste si le modèle Rotterdam est le bon modèle, contre l'alternative d'une combinaison linéaire des deux modèles. Le test 2 teste si le modèle LAIDS est le bon modèle, contre l'alternative d'une combinaison linéaire non spécifiée. Il est apparent que rejeter l'hypothèse nulle dans les deux cas ne signifie pas que le modèle alternatif est meilleur. Il faut pour cela qu'une des deux hypothèses nulle soit acceptée, et l'autre rejetée.

TAB. 5.19: Résultats des tests de spécification.

variable	paramètre	P-value (test Wald)
μ	0,000087	0,72
λ	0,498791	0,00

Le tableau (5.19) donne les résultats du test. Clairement le modèle LAIDS est préféré au modèle Rotterdam¹², puisque l'hypothèse nulle $\mu = 0$ est largement acceptée, et $\lambda = 0$ rejetée.

¹²Dans ce test, pour que les deux modèles soient comparables, une constante est ajoutée dans le modèle Rotterdam. Elle n'est toutefois pas significative.

5.5.3 Fonctions de demande d'un indice Divisia de monnaie

Dans la section précédente, nous avons utilisé la propriété de faible séparabilité, et estimé de deux façons différentes un système de demande centré seulement sur les actifs monétaires. C'est-à-dire, nous avons estimé des fonctions de demande issues de la seconde étape du processus de maximisation. Dans cette section, nous utilisons aussi la propriété de faible séparabilité, mais la monnaie est replacée dans un cadre plus large. Etant donné la structure de (5.59), nous estimons un système de demande pour les biens de consommation, la monnaie et le loisir. Comme $u_1(\cdot)$ et $u_2(\cdot)$ sont séparables ($u_1(\cdot)$ par hypothèse, et $u_2(\cdot)$ par test), nous construisons pour ces dernières un indice de quantité de type Törnqvist, et utilisons l'indice dual comme indice de prix. Pour estimer des fonctions de demande, nous choisissons le modèle LAIDS dans lequel la linéarisation est faite en se servant de l'indice de Stone. Comme précédemment, nous commençons par analyser les propriétés statistiques des séries, puis une éventuelle cointégration. Nous analysons ensuite les élasticités propres, croisées, revenu et les élasticités de substitution. Etant donné l'importance de la monnaie dans la théorie macro-économique l'accent est aussi mis sur la stabilité de l'équation de demande, ainsi que sur son pouvoir prédictif.

Estimation d'un modèle LAIDS

Nous considérons donc un système composé de trois fonctions de demande, et donc de trois parts budgétaires. La première part, notée w_1' est relative à la détention de monnaie, l'indice de prix dual associé est noté p_1' . La seconde part budgétaire, w_2' concerne les biens de consommation durables,

TAB. 5.20: Résultats du test ADF

Variable	sans constante ni tendance	avec constante	avec constante et tendance
w_1'			-3,39
$\Delta w_1'$		-3,22*	
w_2'			-3,09
$\Delta w_2'$		-3,18*	
w_3'		-3,83**	
$\Delta w_3'$	-5,06*		
p_1'			-3,33***
$\Delta p_1'$		-5,01*	
p_2'			-0,85
$\Delta p_2'$		-4,28*	
p_3'			-2,27
$\Delta p_3'$		-1,67***	
$\frac{x}{P^*}$	-0,87		
$\Delta \frac{x}{P^*}$	-3,33*		

* rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 1%.

** rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 5%.

***rejette l'hypothèse nulle de non stationarité à 10%.

TAB. 5.21: Résultats des tests de cointégration.

Variable	statistique ADF
μ_1'	-2,73*
μ_2'	-3,26*
μ_3'	-2,80*

*rejette la cointégration à 5%.

semi durables, les biens non durables et les services, l'indice de prix est noté p_2' . Enfin, la troisième part est relative au loisir, w_3' , au prix p_3' . Les données sont mensuelles, par tête, et la période d'estimation s'étend de janvier 1990 à décembre 1997, ce qui représente 97 observations. Le tableau (5.20) présente les tests de stationnarité des variables incluses dans l'analyse. Au seuil de 5 %, toutes les variables considérées sont intégrées d'ordre 1. Seule exception,

le prix associé au loisir qui n'est I(1) qu'au seuil de 10%.

Etant donné l'ordre d'intégration des séries, la première étape consiste donc à estimer le modèle LAIDS en niveau (5.38), en imposant les restrictions d'homogénéité et de symétrie, puis à vérifier si les résidus (noté ici μ'_i) de chaque équation sont stationnaires. Avec une valeur critique de -4,10 à 5 %, la stationnarité des résidus et la cointégration sont rejetés (tableau (5.21)). Nous estimons donc un système LAIDS en simple différence (5.69), dans lequel les mêmes restrictions sont imposées (homogénéité et symétrie).

$$\Delta w'_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^3 \gamma_{ij} \Delta \ln p'_{jt} + \beta_i \Delta \ln \left(\frac{x'_t}{P^*} \right) + \varepsilon_{it} \quad (5.69)$$

Le modèle (5.69), dont les paramètres sont donnés par le tableau (5.23), a de bonnes caractéristiques statistiques, en terme d'autocorrélation, de normalité ou d'hétéroscédasticité (tableau (5.22)). De plus, avec un nombre de variables explicatives restreint (4), et aucune variable endogène retardée, le pouvoir explicatif du modèle est relativement important, notamment pour l'équation de demande de monnaie, avec un coefficient de corrélation de 0,97. Pour cette dernière équation, les capacités prédictives paraissent assez bonnes, avec un RMSE de 0,001333. Enfin, l'analyse de la stabilité pour l'équation de demande de monnaie, étudiée par l'analyse des résidus récursifs ne fait pas apparaître de rupture (figure (5.2)).

L'analyse des élasticités (tableau (5.24)), souligne plusieurs éléments :

- (1) les éléments sur la diagonale principale des tableaux relatifs aux élasticités prix compensées et non compensées, sont négatifs ou non significativement différents de zéro. Ceci est conforme avec le principe de maximisation de l'utilité. Ces éléments sont de plus assez faibles avec une élasticité de -0,55 pour la monnaie, -0,65 pour les biens de consommation et -0,28 pour le loisir,
- (2) les élasticités prix non compensées croisées indiquent que la monnaie,

TAB. 5.22: Statistiques du modèle LAIDS en différence.

équation	adj. R^2	$Qstat^1(4)$	$NORM^2$	$ARCH^3(4)$	HET^4	RMSE
$\Delta w'_1$	0,97	3,62 (0,46)	2,26 (0,32)	1,69 (0,79)	8,84 (0,35)	0,001333
$\Delta w'_2$	0,89	3,57 (0,47)	2,13 (0,34)	0,42 (0,98)	7,36 (0,50)	0,001315
$\Delta w'_3$	0,99	6,46 (0,17)	3,35 (0,18)	2,92 (0,57)	7,30 (0,50)	0,000912

P-value entre parenthèses.

¹ : Statistique de Ljung Box.

² : Statistique Jarque-Bera.

³ : Test ARCH LM.

⁴ : Hétéroscédasticité (White) sans termes croisés.

TAB. 5.23: Paramètres estimés du modèle LAIDS en différence première.

équation	α_i	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	β_i
$\Delta w'_1$	-0,0004 (-4,10)	0,18 (24,65)	-0,10 (-14,04)	-0,08 (-30)	0,23 (6,68)
$\Delta w'_2$	0,0004 (3,17)	.	0,16 (5,77)	-0,06 (-2,36)	0,09 (2,65)
$\Delta w'_3$	1,00 (>30)	.	.	0,15 (5,53)	-0,32 (-30)

T-stat entre parenthèses.

les biens de consommation et le loisir sont des biens complémentaires, comme on pouvait s'y attendre. Par exemple, une hausse de 1% du coût d'opportunité de la détention de monnaie, réduit de -0,55 % la demande de monnaie et de -0,33% la demande de biens de consommation. En d'autres termes, comme le but de la monnaie est de servir dans les transactions, et donc d'assurer la consommation des biens, réduire la quantité de monnaie détenue, réduit la quantité de biens consommés. L'inverse est aussi vrai, c'est-à-dire, une hausse du prix des biens de consommation de 1%, réduit la demande de -0,65 % et donc la quantité de monnaie nécessaire de -0,68 %,

(3) l'analyse des élasticités compensées montre que le loisir est substitut

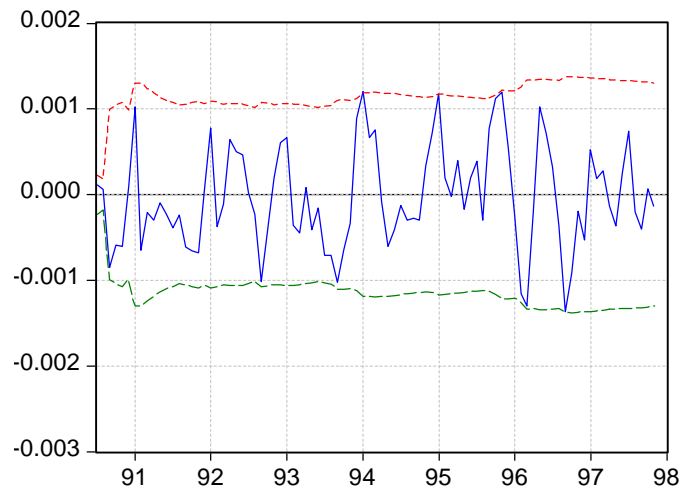


FIG. 5.2: Résidus récursifs pour l'équation de demande de monnaie.

à la monnaie¹³. Enfin, de façon surprenante, l'analyse des élasticités revenu suggère que la monnaie n'est pas un bien nécessaire, mais un bien de "luxe", puisque son élasticité revenu est supérieure à 1.

Capacités prédictives du modèle

Les modèles traditionnels de demande de monnaie à la Godfeld et Sichel (1990) ont été critiqués pour leur faible pouvoir prédictif. Nous analysons donc ici, les propriétés, en terme de prévisions, du système de demande. Comme les variables expliquées n'apparaissent pas en explicatives dans d'autres équations, à l'inverse des modèles VAR, nous pouvons travailler

¹³Ce résultat peut être expliqué dans le cadre du modèle PVT ("*pure value of time*") de Dowd (1990). Dans ce modèle, la demande de monnaie est une fonction décroissante du temps libre. En effet, moins l'agent est contraint sur son temps libre, plus il va pouvoir chercher un co-contractant, et donc avoir recours au troc. Ainsi, plus le coût de la détention de monnaie est important, plus l'agent va chercher à échanger de façon directe

TAB. 5.24: Elasticités évaluées pour une part budgétaire moyenne.

élasticités non compensées			élasticités compensées				
	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}		η_{i1}^c	η_{i2}^c	η_{i3}^c
monnaie	-0,55	-0,68	-0,64	monnaie	-0,05	-0,002	0,05
	(-11,13)	(-13,51)	(-12,42)		(-1,87)	(-0,08)	(7,35)
cons.	-0,33	-0,65	-0,27	cons.	-0,001	-0,19	0,19
	(-9,42)	(-7,83)	(-3,28)		(-0,05)	(-2,58)	(2,63)
loisir	0,003	0,15	-0,28	loisir	0,04	0,19	-0,23
	(0,35)	(2,04)	(-3,87)		(8,33)	(2,70)	(-3,27)
élasticités de substitution			élasticités revenu				
	σ_{i1}^c	σ_{i2}^c	σ_{i3}^c		η_{1y}	η_{2y}	η_{3y}
monnaie	-0,19	-0,005	0,13		1,88	1,25	0,12
	(-1,82)	(-0,07)	(7,06)		(13,45)	(13,88)	(4,93)
cons.	.	-0,54	0,53				
		(-2,69)	(2,84)				
loisir	.	.	-0,62				
			(-3,44)				

T-stat entre parenthèses.

En gras, les élasticités propres.

sur chacune des équations, prises séparément¹⁴. La forme de l'équation de demande de monnaie, est donnée par (5.70), qui peut se réécrire de façon à faire apparaître un terme retardé (5.71).

$$\Delta w'_{1t} = \underset{(-4,10)}{-0,0004} + \underset{(24,65)}{0,18} \Delta \ln p'_{1t} - \underset{(-14,04)}{0,10} \Delta \ln p'_{2t} - \underset{(<-30)}{0,08} \Delta \ln p'_{3t} + \underset{(6,68)}{0,23} \Delta \ln \left(\frac{x'_t}{P_t^*} \right) + \varepsilon_{it} \quad (5.70)$$

$$w'_{1t} = w'_{1t-1} - 0,0004 + 0,18 \Delta \ln p'_{1t} - 0,10 \Delta \ln p'_{2t} - 0,08 \Delta \ln p'_{3t} + 0,23 \Delta \ln \left(\frac{x'_t}{P_t^*} \right) + \varepsilon_{it} \quad (5.71)$$

¹⁴Nous nous intéressons seulement à l'équation de demande de monnaie. L'analyse pour les autres parts budgétaires est présentée en annexe F.

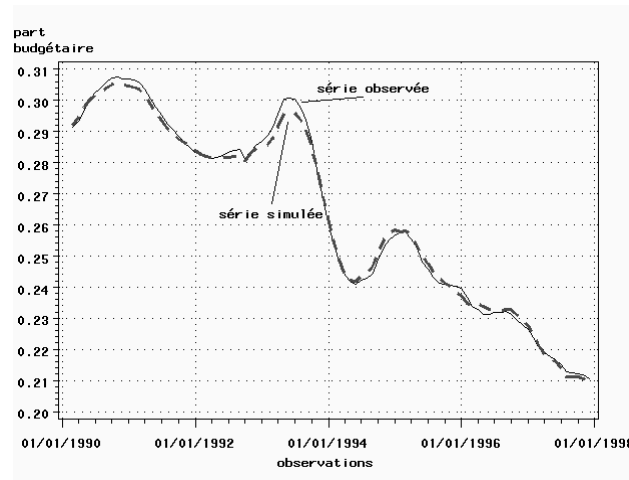


FIG. 5.3: Parts budgétaires monétaires, observées et simulées.

L'avantage de travailler sur (5.71) est, puisque la part budgétaire retardée en niveau apparaît en variable explicative, de procéder à une simulation dynamique de l'équation. Ceci permet d'analyser si les écarts de prévisions sont cumulatifs, et donc si le modèle a tendance à sur estimer, ou sous estimer systématiquement la demande de monnaie. Nous comparons tout d'abord la part budgétaire relative à la monnaie et la simulation dynamique de (5.71), notée w_1^d . Ensuite, nous comparons les différences observées $\Delta w_1'$, et simulées Δw_1^d . Enfin, à partir de w_1^d nous recalculons un indice Divisia simulé en niveau $divQ_r^d = w_1^d / (p_1' / x')$, avec x , la somme des dépenses.

Comme le montre la figure (5.3), le modèle n'a aucune tendance à sur prédire ou sous prédire, excepté pour le début de l'année 1993, où le modèle, a une tendance très légère à sous prévoir la demande de monnaie. Cette sous prédiction, peut s'expliquer de la façon suivante : sur cette période, la courbe des taux est inversée, ce qui signifie, que dans la formulation du coût d'opportunité de la détention de monnaie, le taux associé au placement alternatif est inférieur au propre taux de la monnaie. Pour éviter un prix né-

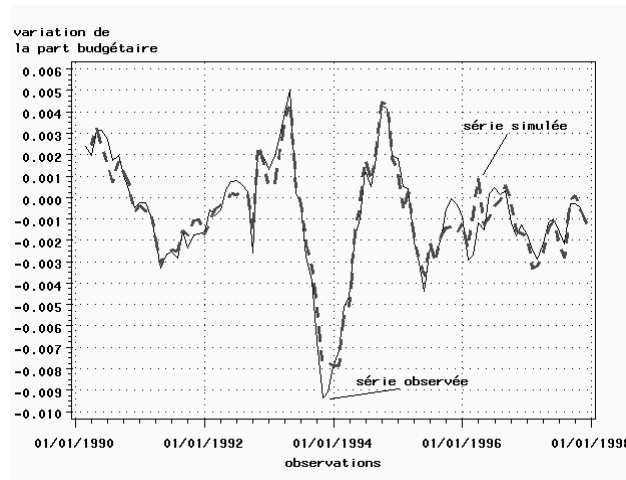


FIG. 5.4: Variations observées et simulées, des parts budgétaires monétaires.

gatif, une constante a été ajoutée au taux sur le placement alternatif, biaisant ainsi l'analyse sur cette période. Néanmoins l'écart constaté sur cette période n'est pas cumulatif. La figure (5.4) des parts budgétaires en différence, permet de constater que tous les points de retournement de la série observée, correspondent bien à des points de retournement de la série simulée.

Enfin, étant donné les résultats de ces deux figures, nous analysons les prévisions du modèle quant à l'indice Divisia de quantité en niveau, (figure (5.5)). Comme pour les parts budgétaires en niveau, le modèle a une tendance très légère à sous prévoir la demande de monnaie pour les premiers trimestres de l'année 1993. Cette tendance, n'est toutefois pas cumulative et les performances du modèle, apparaissent généralement bonnes, étant donné que ce dernier n'incorpore pas de terme de rappel.

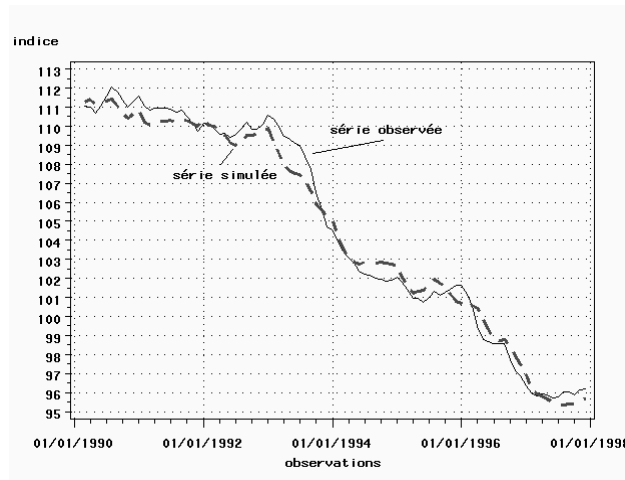


FIG. 5.5: Indice Divisia observé, indice Divisia simulé.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons estimé des systèmes de demande microéconomiques, LAIDS et Rotterdam, à deux niveaux d'agrégation différents. Au niveau le plus désagrégé, c'est-à-dire au niveau de l'allocation du budget monétaire entre différents actifs, les principales conclusions sont (1) les élasticités prix propres des actifs monétaires, sont négatives, ou significativement non différentes de zéro, confirmant le cadre d'étude microéconomique pour étudier la demande de monnaie, (2) les actifs monétaires sont peu élastiques à leur propre prix, avec pour seule exception les actifs à taux réglementés, dont l'élasticité propre non compensée est inférieure à -1, (3) les actifs monétaires sont généralement complémentaires et non substitués, (4) Les élasticités revenu (significatives) des actifs ne sont, à 95 % pas différentes de un. Cela renvoie d'un côté à la problématique de l'homogénéité de la sous fonction d'utilité, et souligne que tous les actifs considérés dans l'analyse, sont des actifs nécessaires.

Dans un deuxième temps, nous avons considéré un système de demande

dans lequel entrent des variables agrégées, comme la monnaie et les biens de consommation. À partir de l'estimation d'un modèle LAIDS en différence, il est apparu que (1) la monnaie est faiblement élastique à son propre prix, une hausse de 1% du coût d'opportunité de la monnaie se traduisant par une baisse de la détention de -0,55 % (élasticité non compensée), (2) la monnaie et les biens de consommation sont évidemment complémentaires, et une hausse du coût d'opportunité de la monnaie de 1 % entraîne une réduction de la consommation de -0,33 % (élasticité non compensée), (3) les fonctions de demande de monnaie sont stables sur la période étudiée, et le pouvoir explicatif et prédictif du modèle est important.

Les implications de ces analyses sont très fortes. Premièrement, la critique de Barnett s'applique parfaitement au cas français, puisque les actifs monétaires ne sont pas parfaits substitués, mais plutôt complémentaires. Ceci, fournit une justification empirique forte, pour utiliser des indices pondérés, en remplacement des indices arithmétiques. Deuxièmement, les fonctions de demande microéconomiques, apparaissent comme une alternative valable aux fonctions à la Goldfeld, notamment en terme de contenu explicatif, prédictif, et bien sûr de stabilité.

Quatrième partie

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était d'étudier les implications d'un niveau d'analyse microéconomique pour quatre domaines clefs de l'économie monétaire. Les quatre domaines concernés étant : la définition théorique et empirique de monnaie, la mesure de la monnaie, c'est à dire l'agrégation, la relation monnaie-prix et monnaie-activité et enfin la demande de monnaie.

Premièrement, nous nous sommes intéressés à la problématique de la définition de la monnaie. Cette problématique est double puisqu'elle requière à la fois de définir un concept de monnaie, c'est-à-dire d'analyser ce qui fait la spécificité monétaire, mais aussi de trouver les actifs correspondant empiriquement à ce concept. A partir de l'étude de modèles théoriques faisant reposer la monnaie sur des mécanismes d'optimisation, il est apparu que la monnaie était détenue, car elle permettait d'atteindre des états paréto supérieurs. La monnaie émerge de façon endogène, et permet de surmonter les frictions inhérentes au troc : la spécificité monétaire réside donc uniquement dans le fait qu'elle est un moyen d'échange généralement accepté. La fonction de réserve de valeur n'est pas absente, mais détermine plutôt le choix du type de bien ou d'actif servant dans l'échange : elle ne génère pas un besoin de monnaie, un grand nombre de biens ou d'actifs pouvant être utilisé dans ce rôle.

Si la monnaie est détenue car elle permet d'économiser des ressources, elle est valorisée à l'équilibre, et peut donc être incluse directement dans la fonction d'utilité. Etudier les actifs correspondant empiriquement au concept de monnaie, revient alors à trouver ceux qui sont valorisés pour leur rôle de monnaie, par un agent représentatif. Ceci est résolu en étudiant la structure des préférences de cet agent, et plus particulièrement donc, les actifs qui résolvent le programme de maximisation de la sous utilité monétaire. Pour sélectionner de tels actifs, nous avons donc utilisé le critère de faible

séparabilité.

Dans la littérature concernée par les fondements microéconomiques, le critère de faible séparabilité revêt donc une importance cruciale. Empiriquement, la majorité des études cherchant à définir la monnaie en utilisant ce critère ont employé des tests non paramétriques, et plus particulièrement la procédure NONPAR de Varian (1982, 1983, 1990). A partir de simulations de Monte Carlo, nous avons montré les limites d'une telle approche. Il existe une erreur de type I relativement importante, conduisant à rejeter dans un grand nombre de cas la séparabilité alors que les données sont effectivement séparables. Une des raisons bien connue conduisant à une telle erreur, est le caractère non stochastique des tests, basés sur GARP. Nous avons de plus montré que, même si les données sont mesurées sans erreurs, la procédure reste très peu puissante. A titre d'illustration, à partir d'une fonction d'utilité séparable, les données étant mesurées sans erreurs, la procédure n'indique la séparabilité que dans environ 24 % des cas. La faible puissance repose donc sur deux facteurs : (1) le caractère non stochastique du test, (2) la façon dont sont calculés les indices de prix et d'utilité utilisés lors de la dernière étape de la procédure.

Dans cette thèse, nous avons développé un nouveau test non paramétrique, qui corrige ces deux aspects. Premièrement, la significativité des violations de GARP est testée en utilisant un test de normalité. Deuxièmement, les indices d'utilité et de prix, sont calculés à partir d'une programmation quadratique. A partir de simulations de Monte Carlo, nous avons montré que la procédure était assez puissante en terme d'erreurs de type I et II. En particulier, lorsque les données sont mesurées sans erreurs, la procédure est capable dans 90 % des cas de reconnaître la séparabilité quand il y a séparabilité, et dans 100 % des cas de rejeter la séparabilité quand il n'y a pas

séparabilité. Lorsque les données sont mesurées avec erreurs, ces probabilités sont respectivement de 85 % et 91 %.

Nous avons alors appliqué, sur données françaises, la procédure pour sélectionner les actifs valorisés pour leur rôle de monnaie. Deux types de données ont été utilisées, des données pour les ménages, et des données pour tous les détenteurs de monnaie. Dans les deux cas, les résultats indiquent que la monnaie ne peut pas être réduite à un ensemble d'actifs servant directement dans l'échange. Au contraire, la monnaie est constituée d'actifs liquides et moins liquides, c'est-à-dire d'actifs servant dans l'échange, et d'actifs pouvant être changés rapidement contre ces derniers. La monnaie est donc constituée d'un spectre d'actifs, chacun rendant à des degrés divers un service monétaire, mesuré par le coût d'opportunité, en particulier la définition M3 ne contient que des actifs monétaires

Une fois les actifs sélectionnés à l'aide du critère de faible séparabilité, nous nous sommes posés la question de l'agrégation de ces derniers, puisque la faible séparabilité est aussi la condition nécessaire et suffisante de l'existence d'un agrégat. En d'autres termes, nous nous sommes demandé comment mesurer la monnaie, c'est-à-dire comment caractériser l'évolution jointe de ces actifs. Théoriquement, la fonction agrégeante, c'est-à-dire la fonction renvoyant la valeur de l'agrégat de quantité est généralement la fonction distance, et dans un cas particulier la fonction de sous utilité. Une importante littérature a démontré, que certains nombres indices avaient la particularité d'approximer les variations de la fonction de sous utilité mais qu'un seul approximait aussi les variations de la fonction distance, l'indice de quantité Divisia. Cet indice a donc toutes les bonnes propriétés théoriques. Un agrégat construit par la simple sommation des actifs, méthode généralement utilisée, n'est théoriquement valable que si tous les composants sont parfaits substi-

tuts. Ceci est une hypothèse forte et irréaliste, avec pour corollaire qu'un tel agrégat ne mesurera généralement pas la monnaie. A titre d'exemple, il existe un biais d'agrégation variable pour M3 (tous les détenteurs) qui atteint une valeur maximale de 20 % de la valeur de l'indice en 1993.

A partir de l'indice Divisia, qui seul mesure la monnaie, et donc le flot de services monétaires délivrés par les actifs, nous avons ensuite étudié les liens entre la monnaie et l'inflation, et la monnaie et l'activité. Pour cela, nous avons utilisé des tests de causalité à la Granger dans un cadre multivarié, c'est-à-dire dans un système dans lequel entrent la monnaie, le PIB, deux taux d'intérêt et l'inflation. Comme les séries sont intégrées et cointégrées, les tests ont été conduits dans un environnement VECM, qui permet de différencier entre la causalité de court terme et causalité de long terme. Trois VECM ont été estimés : un premier reliant la monnaie nominale et le PIB nominal, un second reliant la monnaie nominale et le PIB réel, et enfin un troisième reliant la monnaie réelle et la PIB réel.

Les résultats des tests sont (1) la monnaie nominale cause bien l'inflation, mais, contrairement à certaines idées reçues, cette causalité est basée sur une causalité de court et de long terme, (2) concernant le lien entre la monnaie nominale et l'activité réelle, l'hypothèse de non causalité est acceptée au seuil de 5 % : la monnaie n'a pas d'influences directes sur l'activité, mais est par contre causée par l'activité. Ceci suggère la neutralité de la monnaie, (3) il existe une causalité bi-directionnelle entre la monnaie réelle et l'activité réelle, confirmant le rôle transactionnel de la monnaie, (4) dans les trois VECM étudiés, c'est le taux d'intérêt de court terme qui semble être la force motrice du système.

Enfin, après avoir mesuré la monnaie, et étudié son rôle dans l'économie, nous avons considéré la demande de monnaie dans le cadre de la théorie

du consommateur, comme alternative aux fonctions de demande à la Goldfeld. Sous l'hypothèse que les quantités réelles de monnaie entrent dans la fonction d'utilité, et que le prix de la monnaie est bien mesuré par le coût d'opportunité, des systèmes de demande microéconométriques peuvent être utilisés. Nous avons considéré deux systèmes, le système AIDS, ou plutôt sa forme linéaire LAIDS, ainsi qu'un système voisin, le système Rotterdam. Les systèmes de demande ont été estimés pour deux niveaux d'agrégation. Un niveau désagrégé, pour lequel nous avons considéré les demandes d'actifs entrant dans la sous fonction d'utilité monétaire. Un niveau agrégé, pour lequel nous avons estimé une fonction de demande pour l'agrégat Divisia de quantité.

Les principaux résultats sont pour le niveau désagrégé (1) les élasticités prix propres sont négatives ou non significativement différentes de zéro, indiquant la pertinence du niveau d'analyse microéconomique, (2) les élasticités croisées indiquent que, comme on aurait pu l'anticiper, les actifs sont généralement complémentaires et non substitués (pour les actifs qui sont substituables, le degré de substituabilité est assez faible), (3) le pouvoir explicatif semble plus important pour les actifs à taux réglementés que pour les actifs à taux de marché, (4) les élasticités revenu sont pour la plupart non significativement différentes de un, indiquant que, dans le cas français, tous les biens monétaires considérés sont des biens nécessaires. De plus, l'hypothèse d'homogénéité de degré un de la sous utilité monétaire peut être acceptée. Dans ce cas, l'indice Divisia mesure les variations de l'utilité monétaire.

Concernant les fonctions de demande de monnaie d'un indice Divisia, il est apparu que (1) l'élasticité propre de la monnaie est aussi négative et significative, indiquant que l'évolution de la monnaie dépend d'un indice agrégé du coût d'opportunité, l'indice de prix dual. (2) la fonction de demande de

monnaie à un fort pouvoir explicatif, prédictif, et est de plus stable sur la période étudiée, (3) L'élasticité revenu de la monnaie est significativement supérieure à un, indiquant que la monnaie est, de façon surprenante considérée comme un bien de luxe.

Les études empiriques confirment donc la validité du niveau d'analyse microéconomique pour l'étude des phénomènes monétaires. En effet, cette approche est basée sur quatre hypothèses principales qui sont : (1) la valorisation endogène et l'intégration de la monnaie dans la fonction d'utilité, (2) la séparabilité des préférences monétaires, (3) le prix de la monnaie défini comme un coût d'opportunité, soulignant une définition transactionnelle de la monnaie, (4) la faible substituabilité des actifs.

L'intégration de la monnaie dans la fonction d'utilité reste controversée, car la monnaie fiduciaire est sans valeur intrinsèque, même s'il existe des raisons théoriques appuyant cette hypothèse. Dans cette thèse, nous avons montré que cette hypothèse était vérifiée empiriquement. En effet, à partir des tests de maximisation, il a été possible de trouver une fonction d'utilité rationalisant des actifs monétaires, des biens de consommation et le loisir. En d'autres termes, il est possible de dire que les données se comportent comme si elles avaient été générées par le comportement d'optimisation d'un agent représentatif.

Deuxièmement, l'application de la théorie de l'agrégation à la théorie monétaire est basée sur l'existence d'une sous utilité monétaire faiblement séparable. Sans la faible séparabilité, un agrégat de monnaie ne peut exister, n'étant pas stable dans le temps, n'internalisant pas les effets de substitution. Dans ce cas, mesurer la monnaie n'est pas possible. Dans la plupart des travaux empiriques, la séparabilité est posée par hypothèse et non testée. Dans cette thèse, nous montrons, à partir des tests de séparabilité que, au moins

dans le cas français, la notion de faible de séparabilité est empiriquement vérifiée, justifiant l'agrégation des biens monétaires.

Troisièmement, les deux analyses précédentes confirment la définition du prix de la monnaie, et ainsi, l'importance d'une définition transactionnelle. Ce qui apparaît aussi à l'étude des élasticités prix.

Enfin, la supériorité des agrégats Divisia sur les agrégats construits par simple sommation repose sur l'hypothèse d'une imparfaite substituabilité des actifs monétaires. En estimant des fonctions de demande de monnaie basées sur des systèmes de demande microéconomiques, nous avons montré que les actifs monétaires n'étaient pas parfaits substitués, mais plutôt complémentaires. Ceci justifie l'utilisation de l'agrégat Divisia de quantité, et donne un fondement empirique à la critique de Barnett.

En terme de politique monétaire, ce niveau d'analyse a au moins deux implications majeures.

Premièrement, la critique de Barnett s'applique parfaitement au cas français : la masse monétaire M3, bien que constituée d'actifs faiblement séparables ne mesure pas la monnaie. Comme le biais d'agrégation n'est pas constant dans le temps, cela signifie que les résultats d'études ayant analysé la monnaie à partir d'un tel agrégat sont probablement erronés. Le cas français illustre l'incapacité des agrégats construits par simple sommation à mesurer la monnaie. La critique est aisément généralisable au niveau de la zone Euro. En effet, la Banque Centrale Européenne a décidé de suivre un agrégat large de monnaie, ce qui constitue un des piliers de sa stratégie. Or ici, la validité du choix de cet instrument est remise en question par le niveau d'étude microéconomique : il n'est pas fondé économiquement de suivre et contrôler un agrégat de monnaie construit de façon arithmétique. Ceci est parfaitement illustré par la récente étude de Trecroci et Vega (2000). En ef-

fet, à partir de tests de causalité à la Granger, ces derniers ne parviennent pas à isoler de liens entre M3 et l'inflation, contredisant ainsi les résultats théoriques de tous les modèles macroéconomiques.

Deuxièmement, l'étude des relations causales entre l'agrégat Divisia, cohérent avec la théorie économique, l'activité et l'inflation, suggère que la monnaie est neutre. En effet, c'est l'activité réelle qui cause la monnaie, et non la monnaie qui cause l'activité réelle. Ce résultat semble cohérent avec l'intégration de la monnaie réelle dans la fonction d'utilité : il y a absence d'illusion monétaire. Ceci suggère donc que plus que la question de la neutralité, ce sont les liens entre la masse monétaire réelle et l'activité réelle qui sont importants, ce que démontrent les tests de causalité. Il apparaît aussi que sur données françaises, l'agrégat Divisia cause les prix sur le court et long terme, et que de plus la monnaie est au moins partiellement contrôlable, causée par le taux d'intérêt de court terme.

Dans cette thèse, nous avons donc montré l'importance d'un niveau d'analyse monétaire basé sur des fondements microéconomiques. Nous avons choisi de restreindre les applications aux tests de causalité, entre la monnaie et les prix. Mais les indices Divisia pourraient aussi être utilisés pour tester de façon précise les canaux de transmission de la politique monétaire, ou encore entrer dans un modèle macroéconomique afin d'évaluer leur pouvoir prédictif. Enfin, le test de séparabilité développé dans cette thèse, fournit un instrument général pour définir la monnaie. Il pourrait être utilisé pour définir la monnaie au niveau de la zone euro.

Bibliographie

- [1] Afriat, S. (1967) : The construction of a utility function from expenditure data, *International Economic Review* 8, p. 67-77.
- [2] Afriat, S. (1973) : On a system of inequalities in demand analysis : an extension of the classical method, *International Economic Review* 14, p. 460-472.
- [3] Agung, J. et J. L. Ford (1998) : Money multipliers for simple sum and Divisia monetary aggregates for Japan : Cointegration and ECM modelling 1968(3)-1996(2), University of Birmingham.
- [4] Alchian, A. (1977) : Why money ?, *Journal of Money, Credit and Banking* 9, p. 133-140.
- [5] Alessie, R. et A. Kapteyn (1991) : Habit forming and interdependent preferences in the almost ideal demand system, *Economic Journal* 101, p. 404-419.
- [6] Allen, R.G.D. (1949) : The economic theory of index numbers, *Economica* 16, p. 197-302.
- [7] Alston, J.M., K.A. Foster et R.D. Green (1994) : Estimating elasticities with the linear approximate almost ideal demand system : some Monte Carlo results, *Review of Economics and Statistics* 76, p. 351-356.

-
- [8] Andersen, L. et J. Jordon (1968) : Monetary and fiscal Actions : A test of their relative importance in economic stabilization, Federal Reserve Bank of St. Louis Review 50, p. 11-24.
- [9] Anderson, G.J. et R.W. Blundell (1982) : Estimation and hypothesis testing in dynamic singular equation systems, Econometrica 50, p. 1559-1571.
- [10] Anderson, R.G., B.E. Jones et T.D. Nesmith (1997a) : Introduction to the St Louis monetary services index project, Federal Reserve Bank of St Louis Review 79, p. 25-30.
- [11] Anderson, R.G., B.E. Jones et T.D. Nesmith (1997b) : Monetary aggregation theory and statistical index numbers, Federal Reserve Bank of St Louis Review 79, p. 31-52.
- [12] Anderson, R.G., B.E. Jones et T.D. Nesmith (1997c) : Building new monetary services indexes : concepts, data and methods, Federal Reserve Bank of St Louis Review 79, p. 53-82.
- [13] Arrow, K.J. (1974) : The measurement of real value added, dans National and Households in Economic Growth : Essays in Honor of Moses Abramowitz, P. David et M. Reder ed., Academic Press.
- [14] Arrow, K.J. et F.H. Hahn (1971) : General competitive analysis, Holden Day.
- [15] Assarsson, B. (1991) : Alcohol pricing policy and the demand for alcohol in Sweden 1978-1988, Nordic Food Demand Study SW/9, Department of Economics, Uppsala University.
- [16] Assarsson, B. (1996) : The almost ideal demand system in error correction form, dans The econometrics of demand systems, with applications

- to food demand in the nordic countries, Kluwer Academic Publishers, p. 195-204.
- [17] Banerjee, A., J. Dolado, J.W. Galbraith et D.F. Hendry (1993) : Cointegration, error correction and the econometric analysis of non-stationary data, Oxford University Press.
- [18] Barnett, W.A.(1977) : Recursive subaggregation and a generalized hypocycloidal demand model, *Econometrica* 45, N°5, p. 1117-1136.
- [19] Barnett, W.A.(1978) : The user cost of money, *Economics Letters* 1, p. 145-149.
- [20] Barnett, W.A. (1979) : Theoretical foundations for the Rotterdam model, *Review of Economic Studies* 46,p. 109-130.
- [21] Barnett, W.A. (1980) : Economic monetary aggregates : An application of index number and aggregation theory, *Journal of Econometrics* 14, p. 11-48.
- [22] Barnett, W.A. (1985) : The Minflex Laurent translog flexible functional form, *Journal of Econometrics* 30, p. 33-44.
- [23] Barnett, W.A. (1987) : The microeconomic theory of monetary aggregation, dans *New Approaches to Monetary Economics*, W.A. Barnett et J.K. Singleton, Cambridge University Press.
- [24] Barnett, W.A. (1991) : Reply to Julio J. Rotemberg, dans *Monetary Policy on the 75th anniversary of the Federal Reserve System : Proceedings of the Fourteenth Annual Economic Policy Conference of the Federal Reserve Bank of St Louis*, Kluwer Academic Publishers.
- [25] Barnett, W.A. (1997) : Which road leads to a stable money demand ?, *The Economic Journal* 107, p. 1171-1185.

- [26] Barnett, W.A. et S. Choi (1989) : A Monte Carlo study of tests of blockwise weak separability, *Journal of Business and Economic Statistics* 7, N°3, p. 363-377.
- [27] Barnett, W.A. et A.B. Jonas (1983) : The Müntz-Szatz demand system : an application of a globally well-behaved series expansions, *Economics Letters* 11, p. 337-342.
- [28] Barnett, W.A., Y. Liu (2000) : The CAPM-extended Divisia monetary aggregate with exact tracking under risk, Washington University.
- [29] Barnett, W.A. et A. Serletis (1990) : A dispersion-dependency diagnostic test for aggregation error : With applications to monetary economics and income distribution, *Journal of Econometrics*, p. 5-34.
- [30] Barnett, W.A. et P. Yue (1988) : Semiparametric estimation of the asymptotically ideal model : The AIM demand system, in George Rhodes ed., *Advances in econometrics*, Vol. VII (Cambridge University Press, Cambridge), p. 229-251.
- [31] Barnett, W.A., D. Fisher et A. Serletis (1992) : Consumer theory and the demand for money, *Journal of Economic Literature* XXX, N°4, p. 2086-2119.
- [32] Barnett, W.A., B.E. Jones et T.D. Nesmith (1996) : Divisia second moments : An application of stochastic index number theory, *International Review of Comparative Public Policy* 8, p. 115-138.
- [33] Barnett, W.A., B.E. Jones et T.D. Nesmith (1998) : Time series cointegration tests and non-linearity, *Non-linear Econometric Modeling*, Cambridge University Press.
- [34] Barnett, W.A., Y. Liu et M. Jensen (1997) : Monetary index number theory under risk, *Macroeconomic Dynamics* 1, p. 485-512.

-
- [35] Barnett, W.A., E. Offenbacher et P. Spindt (1981) : New concepts of aggregated money, *The Journal of Finance* 36, N°2, p. 497-505.
- [36] Barnett, W.A., E. Offenbacher et P. Spindt (1984) : The new Divisia monetary aggregates, *Journal of Political Economy* 92, N°6, p. 1065-1083.
- [37] Barten, A.P. (1966) : *Theorie en empirie van een volledig stelsel van vraagvergelijkingen*, Doctoral Dissertation, University of Rotterdam.
- [38] Barr, D.G. et K. Cuthbertson (1990) : Modelling the flow of funds with an application to the demand for liquid assets by the U.K. personal sector, dans S.G.B. Henry et K.D. Patterson ed., *Economic Modeling at the Bank of England*.
- [39] Barr, D.G. et K. Cuthbertson (1992) : Company sector liquid asset holdings : A system approach, *Journal of Money, Credit and Banking* 24, p. 83-97.
- [40] Battalio, R.C., J.C. Kagel, R.C. Winkler, E.B. Fischer, R.L. Basmann et L. Krasner (1973) : A test of consumer demand theory using observations of individual consumer purchases, *Western Economic Journal* 11, p. 411-428.
- [41] Batten D.S. et D.L. Thornton (1983) : Polynomial distributed lags and the estimation of the St. Louis equation, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* 65, p. 13-25.
- [42] Baumol, W.J. (1952) : The transaction demand for cash : an inventory theoretic approach, *Quarterly Journal of Economics* 66, p. 545-556.
- [43] Belongia, M.T. (1996) : Measurement matters : Recent results from monetar economics reexamined, *Journal of Political Economy* 104, N°5, p. 1065-1083.

-
- [44] Belongia, M.T. et J.A. Chalfant (1989) : The changing empirical definition of money : some estimates from a model of the demand for money substitutes. *Journal of Political Economy* 97, N°2, p. 387-397.
- [45] Belongia, M.T. et K.A. Chrystal (1991) : An admissible monetary aggregate for the United Kingdom, *The Review of Economics and Statistics* vol. 73, p. 497-503.
- [46] Benkwitz, A., H. Lütkepohl et J. Wolters (1999) : Comparison of bootstrap confidence intervals for impulse responses of German monetary systems, Working paper, Université de Berlin.
- [47] Berndt, E. et E. Saving (1975) : Estimation and hypothesis testing in singular equation systems with autoregressive disturbances, *Econometrica* 43, p. 937-958.
- [48] Bikker, J.A.(1998) : Monetary transmission : Analysis for five EU countries, *Economic and Financial Computing* 8, p. 103-146.
- [49] Bisignano, J. (1974) : Real money substitute, Federal Reserve Bank of San Francisco 17.
- [50] Blackorby, C. et R. Russell (1989) : Will the real elasticity of substitution please stand up? *American Economic Review* 79, p. 882-888.
- [51] Blanchard, O.J. et D. Quah (1989) : The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances, *American Economic Review*, p. 655-673.
- [52] Blanciforti, L., R. Green et G. King (1986) : US consumer behavior over the postwar period : an almost ideal demand system analysis, Monograph Number 40, Giannini Foundation of Agricultural Economics, University of California.

-
- [53] Boudjellaba, H., J.-M. Dufour et R. Roy (1992) : Testing causality between two vectors in multivariate autoregressive moving average models, *Journal of the American Statistical Association* 87, p. 1082-1090.
- [54] Boudjellaba, H., J.-M. Dufour et R. Roy (1994) : Simplified conditions for noncausality between vectors in multivariate ARMA models, *Journal of Econometrics* 63, p. 271-287.
- [55] Bronars, S.G. (1987) : The power of nonparametric tests of preference maximisation, *Econometrica* 55, N°3, p. 693-698.
- [56] Brunner, K. et A.H. Meltzer (1971) : The uses of money : money in the theory of an exchange economy, *The American Economic Review* 61, p. 784-805.
- [57] Bullard, J. (1992) : Samuelson's model of money with n -period lifetimes, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* 74, p. 67-82.
- [58] Bullard, J. (1999) : Testing long-run monetary neutrality propositions : Lessons from the recent research, *Federal Reserve Bank of St Louis Review*, p. 57-77.
- [59] Buse, A. (1994) : Evaluating the linearized almost ideal demand system, *American Journal of Agricultural Economics* 76, p. 781-793.
- [60] Campbell, J.Y. et P. Perron (1991) : Pitfalls and opportunities : What macroeconomists should know about unit roots, dans *National Bureau of Economic Research Economics Annual 1991*, Blanchard, O.J. et S. Fisher ed., MIT Press.
- [61] Carlson, K.M. (1978) : Does the St. Louis equation now believe in fiscal policy ?, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* 60, p. 13-19.

-
- [62] Caves, D.W., L.R. Christensen et W.E. Diewert (1982) : The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity, *Econometrica*, p. 1393-1414.
- [63] Chalfant, J.A. (1987) : A globally flexible almost ideal demand system, *Journal of Business and Economic Statistics* 5, p. 233-242.
- [64] Chalfant, J.A. et J.M. Alston (1988) : Accounting for changes in tastes, *Journal of Political Economy* 96, p. 391-410.
- [65] Chalfant, J.A. et J.M. Alston (1993) : The silence of the Lambdas : A test of the Almost Ideal and Rotterdam models, *American Journal of Agricultural Economics* 75, p. 304-313.
- [66] Champ, V.V. et S. Freeman (1994) : Modeling monetary economies, J. Wiley.
- [67] Charemza, W.W. et D.F. Deadman (1997) : New directions in econometric practice, Edward Elgar Publishing.
- [68] Chetty, V.K. (1969) : On measuring the nearness of the near-moneys, *American Economic Review* 59, p. 270-281.
- [69] Cheung, Y.W. et K.S. Lai (1993) : Finite-sample sizes of johansen's likelihood ratio tests for cointegration, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 55, p. 313-328.
- [70] Chiang, A.C. (1984) : Fundamental methods of mathematical economics, Mc Graw-Hill, New York.
- [71] Chiappori .P.-A. et J.-C. Rochet (1987) : Revealed preferences and differentiable demand, *Econometrica* 53, p. 687-691.
- [72] Choi, S. et K. Sosin (1992) : Structural change in the demand for money, *Journal of Money, Credit and Banking* 24, p. 226-238.

-
- [73] Christensen, L.R., D.W. Jorgenson et L.J. Lau (1971) : Conjugate duality and the transcendental logarithmic production function, *Econometrica* 39, p. 255-256.
- [74] Christensen, L.R., D.W. Jorgenson et L.J. Lau (1975) : Transcendental logarithmic utility functions, *American Economic Review* 65, p. 367-383.
- [75] Christiano, L.J. et L. Ljungqvist (1988) : Money does Granger-cause output in the bivariate money-output relation, *Journal of Monetary Economics* 22, p. 271-234.
- [76] Chrystal, K.A. et R. MacDonald (1994) : Empirical evidence on the recent behavior and usefulness of simple sum and weighted measures of the money stock, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* 76, p. 73-109.
- [77] Clower, R.W. (1967) : A reconsideration of the microfoundations of monetary theory, *Western Economic Journal* 6, p. 1-9.
- [78] Coenen, G. et J.L. Vega (1999) : The demand for M3 in the euro area, *European Central Bank Working Paper* 6.
- [79] Coleman, W.J. (1996) : Money and output : A test of reverse causation, *American Economic Review* 86, p. 90-111.
- [80] Collins, S. et R. Anderson (1998) : Modeling U.S. household's demands for liquid wealth in an era of financial change, *Journal of Money, Credit and Banking* 30, p. 84-101.
- [81] Croushore, D. (1993) : Money in the utility function : Functional equivalence to a shopping time model, *Journal of Macroeconomics* 15, p. 175-182.

-
- [82] Cuthbertson, K. (1997) : Microfoundations and the demand for money, *Economic Journal* 107, p. 1186-1201.
- [83] Davidson, J.E.H. (1998) : Structural relations, cointegration and identification : Some simple results and their application, *Journal of Econometrics* 87, p. 87-113.
- [84] Davidson, J.E.H., D.F. Hendry, F. Srba et S. Yeo (1978) : Econometric modelling of the aggregates time series relationship between consumers and income in the United Kingdom, *Economic Journal* 88, p. 661-692.
- [85] Davis, M.S. et J.E. Tanner (1997) : Money and economic activity revisited, *Journal of International Money and Finance* 16, p. 955-968.
- [86] Deaton, A. (1979) : The distance function behaviour with applications to index numbers and optimal taxation, *The Review of Economic Studies* 46, N°3, p. 391-405.
- [87] Deaton, A. et J. Muellbauer (1980a) : An almost ideal demand system, *American Economic Review* 70, N°3, p. 312-326.
- [88] Deaton, A et J. Muellbauer (1980b) : *Economics and consumer behavior*, Cambridge : Cambridge University Press.
- [89] Denny, M. (1974) : The relationship between functional forms for production system, *Canadian Journal of Economics* 7, p. 21-31.
- [90] Denny, M. et M.A. Fuss (1977) : The use of approximation analysis to test for separability and the existence of consistent aggregates, *American Economic Review* 67, p.404-419.
- [91] Diaye, M.-A. et F. Gardes (1997) : A preference analysis by nonparametric tests : Lessons from French consumer data, Document de travail Université Paris I.

-
- [92] Dickey, D.A. et W. Fuller (1979) : Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* 74, p. 727-431.
- [93] Diewert, W.E. (1974a) : Applications of duality theory, dans *Frontier of quantitative economics*, M.D. Intrilligator et D.A. Hendricks ed., North-Holland.
- [94] Diewert, W.E. (1974b) : Intertemporal consumer theory and the demand for durables, *Econometrica* 42, p. 497-516.
- [95] Diewert, W.E. (1976) : Exact and superlative index numbers, *Journal of Econometrics* 4, p. 115-145.
- [96] Diewert, W.E. (1978) : Superlative index numbers and consistency in aggregation, *Econometrica* 46, p. 883-900.
- [97] Diewert, W.E. (1980) : Aggregation problems in the measurement of capital, dans *The Measurement of Capital*, Dan Usher ed., University of Chicago Press.
- [98] Diewert, W.E. et C. Parkan (1985) : Tests for the consistency of consumer data, *Journal of Econometrics* 30, p. 127-147.
- [99] Diewert, W.E. et A.M. Smith (1994) : Productivity measurement for a distribution firm, *Journal of Productivity Analysis* 5, p. 335-347.
- [100] Divisia, F. (1925) : L'indice monétaire et la théorie de la monnaie, Société Anonyme du Recueil Sirey.
- [101] Dixon, H. (1997) : Microfoundations and the demand for money : An introduction, *The Economic Journal* 107, p. 1169-1170.
- [102] Donovan, D.J. (1978) : Modeling the demand for liquid assets : an application to Canada, *International Monetary Fund Staff Papers* 25, p. 676-704.

-
- [103] Dowd, K. (1990) : The value of time and the transactions demand for money, *Journal of Money, Credit and Banking* 22, p. 52-64.
- [104] Drake, L. (1994) : Nonparametric demand analysis of UK personal sector decisions on consumption, leisure and monetary assets : A reappraisal, *Economic Research Paper N°94/10*, University of Loughborough.
- [105] Drake, L. et K.A. Chrystal (1994) : Company-sector money demand : new evidence on the existence of a stable long run relationship for the United Kingdom, *Journal of Money, Credit and Banking* vol.26, N°3, p. 479-494.
- [106] Drake, L. et K.A. Chrystal (1997) : Personal sector money demand in the U.K., *Oxford Economic Papers* 49, p. 188-206.
- [107] Drake, L., A. Mullineux et J. Agung (1998) : Incorporating risky assets in Divisia monetary aggregates, University of Loughborough.
- [108] Dufour, J.-M. et D. Tessier (1997) : La causalité entre la monnaie et le revenu : Une analyse fondée sur une modèle VARMA-échelon, dans *Econometrie Appliquée, Economica*.
- [109] Dutton, D. et W. Gramm (1973) : Transactions costs, the wage rate and the demand for money, *American Economic Review* 63, p. 652-665.
- [110] Dwyer, G.P. et R.W. Hafer (1999) : Are money growth and inflation still related? *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, p. 32-43.
- [111] Edgerton, D.L. (1996) : Extensions to the common model, dans *The econometrics of demand systems, with applications to food demand in the nordic countries*, Kluwer Academic Publishers, p. 141-182.

-
- [112] Edgerton, D.L. (1997) : Weak separability and the estimation of elasticities in multistage demand systems, *American Journal of Agricultural Economics* 79, p. 62-79.
- [113] Edgerton, D.L., B. Assarsson, A. Hummelose, I. P. Laurila, K. Rickertsen et Per Halvor Vale (1996) : *The econometrics of demand systems, with applications to food demand in the nordic countries*, Kluwer Academic Publishers.
- [114] Efron, B. et R.J. Tibshirani (1993) : *An introduction to the bootstrap*, Chapman et Hall.
- [115] Engle, R.F. et C.W.J Granger (1987) : Cointegration and error correction : representation, estimation and testing, *Econometrica* 55, N°2, p. 251-276.
- [116] Engle, R.F. et B.S. Yoo (1987) : Forecasting and testing in cointegrating systems, *Journal of Econometrics* 35, p. 143-159.
- [117] Ericsson, N.R., D.F. Hendry et K.M. Prestwich (1997) : The UK demand for broad money over the long run, *Scandinavian Journal of Economics*.
- [118] Espinosa-Vega, M.A. (1998) : How powerful is monetary policy in the long run ? *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, p. 12-31.
- [119] Ewis, N.A. et D. Fisher (1984) : The translog utility function and the demand for money in the United States, *Journal of Money, Credit and Banking* 16, p. 34-52.
- [120] Ewis, N.A. et D. Fisher (1985) : Toward a consistent estimate of the substitutability between near monies, *Journal of Macroeconomics* 7, p. 151-174.

-
- [121] Famulari, M. (1995) : A household-based, nonparametric test of demand theory, *The Review of Economics and Statistics* 77, p. 372-382.
- [122] Farr, H. et D. Jonshon (1985) : Revisions in the monetary services (Divisia) indexes of monetary aggregates, Board of Governors of the Federal Reserve Special Studies Paper (N° 189).
- [123] Fase, M.M.G. (1997) : On substitutability among domestic money and cross-border deposits, DNB Staff Reports.
- [124] Fayyad, S.K. (1986) : A microeconomic system-wide approach to the estimation of the demand for money, *Federal Reserve Bank of St Louis Review* 68, p. 22-33.
- [125] Feenstra, R. C. (1986) : Functional equivalence between liquidity costs and the utility of money, *Journal of Monetary Economics* 17, p. 271-291.
- [126] Fisher, I. (1922) : *The making of index numbers*, Boston : Houghton Mifflin.
- [127] Fisher, D. (1992) : Money demand variability : A demand-system approach, *Journal of Business and Economic Statistics* 10, p. 143-151.
- [128] Fisher, D. et A.R. Fleissig (1994) : Money demand in a flexible dynamic Fourier expenditure system, *Federal Reserve Bank of St Louis Review* 76, p. 117-128.
- [129] Fisher, D. et A.R. Fleissig (1997) : Monetary aggregation and the demand for assets, *Journal of Money, Credit and Banking* 29, p. 458-475.
- [130] Fisher, M.E. et J.J. Seater (1989) : Neutralities of money, Board of Governors of the Federal Reserve System.

-
- [131] Fisher, M.E. et J.J. Seater (1993) : Long-run neutrality and superneutrality in an ARIMA framework, *American Economic Review* 83, p. 402-415.
- [132] Fisher, P., S. Hudson et M. Pradhan (1993) : Divisia indices for money : An appraisal of theory and practice, Bank of England Working paper N°9.
- [133] Flachaire, E. (1999) : Les méthodes de bootstrap dans les modèles de régressions, Working Paper Université de la Méditerranée.
- [134] Fleissig, A. et J.L. Swofford (1994) : Dynamic asymptotically ideal models and finite approximation, Working Paper.
- [135] Fleissig, A. et J.L. Swofford (1996) : A dynamic asymptotically ideal model of money demand, *Journal of Monetary Economics* 37, p. 371-380.
- [136] Ford, J.L., W.S. Peng et A.W. Mullineux (1992) : Financial innovation and Divisia monetary aggregates, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54. p. 87-102.
- [137] Freeman, S. (1992) : Money and output : Correlation or causality? *Federal Reserve Bank of Dallas Economic Review*, p. 1-8.
- [138] Friedman, B.M. et K.N. Kuttner (1992) : Money, income, prices and interest rates, *American Economic Review* 82, p. 472-492.
- [139] Friedman, B.M. et K.N. Kuttner (1993) : Another look at the evidence on money income causality, *Journal of Econometrics* 57, p. 189-203.
- [140] Friedman, M. et D. Meiselman (1963) : The relative stability of monetary velocity and the investment multiplier in the United States, 1897-1958, dans *Stabilization Policies*, Prentice Hall.

-
- [141] Friedman, M. et A.J. Schwartz (1963) : A monetary history of the United States, 1867-1960, Princeton University Press.
- [142] Friedman, M. et A.J. Schwartz (1970) : Monetary statistics of the United States, Columbia University Press.
- [143] Gale, D. (1982) : Money : In equilibrium, Cambridge Economic Handbooks.
- [144] Gale, D. (1983) : Money : In disequilibrium, Cambridge Economic Handbooks.
- [145] Gallant, A.R. (1981) : On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form : The Fourier flexible form, Journal of Econometrics 15, p. 211-245.
- [146] Geweke, J. (1986) : The superneutrality of money in the United States : An interpretation of the evidence, Econometrica 54, p. 1-22.
- [147] Goldfeld, S.M. (1973) : The demand for money revisited, Brookings Papers on Economic Activity, N° 3, p 577-638.
- [148] Goldfeld, S.M. (1989) : Demand for money : empirical studies, dans The New Palgrave, Mcmillan, p. 131-143.
- [149] Goldfeld, S.M. et D.E. Sichel (1990) : The demand for money, dans Handbook of Monetary Economics, B.M. Friedman et F.H. Hahn ed., North Holland.
- [150] Goodhart, C.A.E. (1989) : Money, information and uncertainty, Mcmillan.
- [151] Gorman, W.M. (1953) : Community preference fields, Econometrica 21, p. 63-80.
- [152] Gorman, W.M. (1959) : Separable utility and aggregation, Econometrica 27, N°3, p. 469-481.

-
- [153] Granger, C.W.L. (1969) : Investigating causal relations by econometric models and cross spectral methods, *Econometrica* 37, p. 24-36.
- [154] Greene, W.H. (1997) : *Econometric analysis*, Prentice-Hall.
- [155] Hafer, R.W. et A.M. Kutan (1997) : More evidence on the money-output relationship, *Economic inquiry* 35, p. 48-58.
- [156] Hall, P. (1992) : *The bootstrap and Edgeworth expansion*, Springer-Verlag.
- [157] Hamilton, J. (1990) : *Time series analysis*, Princeton University Press.
- [158] Harris, R. (1995) : *Using cointegration analysis in econometric modeling*, Prentice Hall.
- [159] Hayo, B. (1998) : *Money-output granger causality revisited : An empirical analysis of EU countries*, ZEI Working Paper, University of Bonn.
- [160] Hicks, J.R. (1935) : A suggestion for simplifying the theory of money, *Economica* 2, p. 1-19.
- [161] Hicks, J.R. (1946) : *Value and capital*, Clarendon Press.
- [162] Houthakker, H. (1950) : Revealed preference and utility function, *Economica* 17, p. 59-174.
- [163] Houtman, M. et J. Maks (1987) : *The existence of homothetic utility functions generating Dutch consumer data*, University of Gronigen.
- [164] Hubrich, K. (1999) : Estimation of a German money demand system - a long run analysis, *Empirical Economics* 24, p. 77-99.
- [165] Jevons, W.S. (1875) : *Money and the mechanism of exchange*, Twentieth Century Press.
- [166] Johansen, S. (1988) : Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, p.213-254.

-
- [167] Johansen, S. (1991) : Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models, *Econometrica* 59, p. 1551-1580.
- [168] Johansen, S. (1992) : Determination of the cointegration rank in the presence of a linear trend, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, p. 383-397.
- [169] Johansen, S. et K. Juselius (1992a) : Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, N°3, p. 169-210.
- [170] Johansen, S. et K. Juselius (1992b) : Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP for UK, *Journal of Econometrics* 53, p. 211-244.
- [171] Johansen, S. et K. Juselius (1994) : Identification of the long-run and the short-run structure, An application to the ISLM model, *Journal of Econometrics* 63, p. 7-36.
- [172] Jones, R.A. (1976) : The origin and development of media of exchange, *Journal of Political Economy* 84, p. 757-776.
- [173] Judd, J.P. et J.L. Scadding (1982) : The search for a stable money demand function : A survey of the post-1973 literature, *Journal of Economic Literature* XX, p. 993-1023.
- [174] Karagiannis, G., S. Katranidis et K. Velentzas (2000) : An error correction almost ideal demand system for meat in Greece, *Agricultural Economics* 22, p. 29-35.
- [175] Kareken, J.H. et N. Wallace (1980) : Models of monetary economies, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

-
- [176] Karni, E. (1973) : Transaction costs and the demand for media of exchange, *Western Economic Journal* 11, p. 71-80.
- [177] Karni, E. (1974) : The value of time and the demand for money, *Journal of Money, Credit and Banking* 6, p. 45-64.
- [178] Karni, E. (1975) : The value of time and the demand for money : evidence from UK time series data, *Australian Economic Papers* 14, p. 231-239.
- [179] Keller, W.J. et J. van Driel (1985) : Differential consumer demand systems, *European Economic Review* 27, p. 375-390.
- [180] Kesavan, T., Z.A. Hassan, H.H. Jensen et S.R. Johnson (1993) : Dynamics and long-run structure in US meat demand, *Canadian Journal of Agricultural Economics* 41, p. 139-153.
- [181] King, R. et C. Plosser (1984) : Money, credit and prices in a real business cycle, *American Economic Review* 74, p. 363-380.
- [182] King, R. et M.W. Watson (1992) : Testing long run neutrality, *National Bureau of Economic Research Working Paper* 4156.
- [183] King, R. et M.W. Watson (1994) : The postwar U.S. Phillips curve : A revisionist econometric history, *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, p. 157-219.
- [184] King, R. et M.W. Watson (1997) : Testing long-run neutrality, *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, p. 69-101.
- [185] Kiyotaki, N. et R. Wright (1989) : On money as a medium of exchange, *Journal of Political Economy* 97, p. 927-954.
- [186] Kiyotaki, N. et R. Wright (1991) : A contribution to the pure theory of money, *Journal of Economic Theory* 53, p. 215-235.

-
- [187] Kiyotaki, N. et R. Wright (1992) : Acceptability, means of payment, and media of exchange, Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, p. 18-21.
- [188] Kiyotaki, N. et R. Wright (1993) : A search-theoretic approach to monetary economics, The American Review 83, p. 63-77.
- [189] Kocherlakota, N.R. (1998) : The technological role of fiat money, Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, p. 2-10.
- [190] Könus, A.A. (1939) : The problem of the true index of the cost of living, Econometrica 7, p. 10-29.
- [191] Kormendi, R.C. et P.G. Meguire (1984) : Cross-regime evidence of macroeconomic rationality, Journal of Political Economy 92, p. 875-908.
- [192] Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Schmidt et Y. Shin (1992) : Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root : How sure are we that economic time series have a unit root, Journal of Econometrics 54, p. 195-208.
- [193] Laidler, D. (1997) : Notes on the microfoundations of monetary economics, The Economic Journal 107, p. 1213-1235.
- [194] Leontief, W.W. (1947) : Introduction to a theory of the internal structure of functional relationships, Econometrica 15, p. 361-373.
- [195] Li, V.E. (1991) : Money in decentralized exchange and the optimal rate of inflation, Northwestern University.
- [196] Lütkepohl, H. (1993) : Introduction to multiple time series analysis, Springer-Verlag.
- [197] Lütkepohl, H. et J. Breitung (1997) : Impulse response analysis of vector autoregressive processes, dans System Dynamics in Economic and

- Financial Models, H.C. Schumacher, B. Hanson et K. Praagman ed., J. Wiley, p. 299-326.
- [198] MacCallum, B.T. (1983) : The role of overlapping generations models in monetary economics, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 18, p. 9-44.
- [199] MacKinnon, J. (1994) : Approximate asymptotic distribution functions for unit root and cointegration tests, Journal of Business and Economic Statistics 12, p. 167-176.
- [200] MacCandless, G.T. et W.E. Weber (1995) : Some monetary facts, Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, p. 2-11.
- [201] Malmquist, S. (1953) : Index numbers and indifference surfaces, Trabajos de Estadística 4, p. 209-242.
- [202] Matsuyama, K., N. Kiyotaki et A. Matsui (1993) : Toward a theory of international currency, Review of Economic Studies.
- [203] Menger, K. (1892) : On the origins of money, Economic Journal 2, p. 239-255.
- [204] Miller, M.H. et D. Orr (1966) : A model of the demand for money by firms, Quarterly Journal of Economics 80, p. 413-435.
- [205] Mizen, P. (1997) : Microfoundations for a stable demand for money functions, The Economic Journal 107, p. 1202-1212.
- [206] Mosconi, R. et C. Giannini (1992) : Non-causality in co-integrated systems : Representation, estimation and testing, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54, p. 399-417.
- [207] Moore, G., R. Porter et D. Small (1990) : Modeling the disaggregated demands for M2 and M1 : the U.S. experience in the 1980s, dans

- Financial Sectors in Open Economies : Empirical Analysis and Policy Issues, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [208] Moroney, J.R. et B.J. Wilbratte (1976) : Money and Money substitutes : a time series analysis of households portfolios, *Journal of Money, Credit and Banking* 8, p. 181-198.
- [209] Moschini, G. (1995) : Units of measurement and the Stone index in demand system estimation, *American Journal of Agricultural Economics* 77, p. 63-68.
- [210] Muellbauer, J. (1975) : Aggregation, income distribution and consumer demand, *Review of Economic Studies* 62, p. 525-543.
- [211] Muellbauer, J. (1976) : Community preferences and the representative consumer, *Econometrica* 44, p. 979-999.
- [212] Nagatani, K. (1978) : Monetary Theory, *Advanced Textbooks in Economics* 10.
- [213] Niehans, J. (1969) : Money in a static theory of optimal payment arrangements, *Journal of Money, Credit and Banking* 1, p. 706-726.
- [214] Oh, S. (1989) : A theory of a generally acceptable medium of exchange and barter, *Journal of Monetary Economics* 23, p. 101-119.
- [215] Osterwald-Lenum, M. (1992) : A note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, p. 461-472.
- [216] Ostroy, J.M. (1973) : The informational efficiency of monetary exchange, *American Economic Review* 63, p. 597-610.
- [217] Ostroy, J.M. et R.M. Starr (1974) : Money and the decentralization of exchange, *Econometrica* 42, p. 1093-1114.

-
- [218] Ostroy, J.M. et R.M. Starr (1990) : The transactions role of money, dans Handbook of Monetary Economics, B. Friedman et F.H. Hahn ed., North Holland.
- [219] Pantula, S.G. (1989) : Testing unit roots in time series data, *Econometric Theory* 5, p. 256-271.
- [220] Patinkin, D (1965) : Money, interest and prices : An integration of monetary and value theory, New York.
- [221] Patinkin, D. (1989) : Neutrality of money, dans *The New Palgrave*, p. 273-287.
- [222] Patterson, K.D. (1991) : A non parametric analysis of personal sector decisions of consumption, liquid assets and leisure, *Economic Journal* 101, N°408, p. 1103-1116.
- [223] Phillips, P. et M. Loretan (1991) : Estimating long-run economic equilibria, *Journal of Economic Studies* 58, p. 407-436.
- [224] Philips, L. (1974) : Applied consumption analysis, Amsterdam North Holland Publishing Company.
- [225] Poterba, J.M. et J.J. Rotemberg (1987) : Money in the utility function : An empirical implementation, dans *New Approaches to Monetary Economics*, W.A. Barnett et K.J. Singleton ed., Cambridge University Press.
- [226] Ralf, K. (1993) : Effizienz und neutralität des geldes und integration von geldtheorie und werttheorie, Verlag.
- [227] Rasche, R.H. (1993) : Monetary aggregates, monetary policy and economic activity, *Federal Reserve Bank of St Louis Review*, p. 1-35.
- [228] Ray, R. (1984) : A dynamic generalization of the almost ideal demand system, *Economics Letters* 14, p. 235-239.

-
- [229] Reimers, H.-E. (1992) : Comparisons of tests for multivariate cointegration, *Statistical Papers* 33, p. 335-359.
- [230] Reimers, H.-E. (1997) : Analysing monetary shocks of a Divisia-aggregate for Germany, Hochschule Wismar.
- [231] Ripatti, A. (1994) : Econometric modelling of the demand for money in Finland, Suomen Pankki.
- [232] Ritter, J.A. (1995) : The transition for barter to fiat money, *American Economic Review* 85, p. 134-149.
- [233] Romer, D. (1997) : *Macroéconomie approfondie*, ed. McGraw-Hill.
- [234] Rotemberg, J.J., J.C. Driscoll et J.M. Poterba (1991) : Money, output and prices : Evidence from a new monetary aggregate, National Bureau of Economic Research, Working Paper Series 3824.
- [235] Rotemberg, J.J., J.C. Driscoll et J.M. Poterba (1991) : Money, output and prices : Evidence from a new monetary aggregate, *Journal of Business and Economic Statistics*, p. 67-83.
- [236] Roy, R. (1947) : La distribution du revenu entre les divers biens, *Econometrica* 15, p. 205-225.
- [237] Samuelson, P.A. (1947) : *Foundations of economic analysis*, Cambridge, Mass : Havard University Press.
- [238] Samuelson, P.A. et S. Swamy (1974) : Invariant economic index numbers and canonical duality : survey and synthesis, *American Economic Review* 64, N°4, p. 566-593.
- [239] Sargent, T.J. (1982) : Beyond supply and demand curves in macroeconomics, *American Economic Review* 72, p. 382-389.
- [240] Sargent, T.J. (1987) : *Dynamic macroeconomic theory*, Harvard University Press.

-
- [241] Saving, T.R. (1971) : Transactions costs and the demand for money, *American Economic Review* 61, p. 407-420.
- [242] Schunk, D. (2001) : The relative forecasting performance of the Divisia and simple sum monetary aggregates, *Journal of Money, Credit and Banking* 33, p. 272-283.
- [243] Serletis, A. (1987a) : Monetary assets separability tests, dans *New Approaches to Monetary Economics*, W.A. Barnett et J.K. Singleton, Cambridge University Press.
- [244] Serletis, A. (1987b) : The demand for Divisia M_1 , M_2 and M_3 in the United States, *Journal of Macroeconomics* 9, p.457-471.
- [245] Serletis, A. (1988) : Translog flexible functional forms and the substitutability of monetary assets, *Journal of Business and Economic Statistics* 6, p. 59-67.
- [246] Serletis, A. (1991) : The demand for divisia money in the United States : A dynamic flexible demand system, *Journal of Money, Credit and Banking* 23, p. 35-52.
- [247] Serletis, A. (2001) : *The demand for money*, Kluwer Academic Publishers.
- [248] Serletis, A. et M. King (1993) : The role of money in Canada, *Journal of Macroeconomics* 15, p. 91-107.
- [249] Serletis, A. et Z. Koustas (1998) : International evidence on the neutrality of money, *Journal of Money, Credit and Banking*, p. 2-14.
- [250] Serletis, A. et A.L. Robb (1986) : Divisia aggregation and substitutability among monetary assets, *Journal of Money, Credit and Banking* 18, p. 430-446.

-
- [251] Shephard, R.W. (1953) : Cost and production functions, Princeton University Press.
- [252] Shi, S. (1995) : Money and prices : A model of search and bargaining, *Journal of Economic Theory* 67, p. 467-496.
- [253] Short, B.K. et P. Villanueva (1975) : The stability of substitution between money and near monies, *International Monetary Fund* 13.
- [254] Short, B.K. et P. Villanueva (1977) : Further evidence on the role of savings deposits as money in Canada, *Journal of Money, Credit and Banking* 9, p. 437-446.
- [255] Siandra, E. (1990) : Money and specialization in production, *University of California Working Paper* 610.
- [256] Sidrauski, M. (1967) : Rational choice and patterns of growth in a monetary economy, *American Economic Review* 57, p. 534-544.
- [257] Sims, C.A. (1972) : Money, income and causality, *American Economic Review* 62, p. 540-542.
- [258] Sims, C.A. (1980) : Comparison of interwar and postwar business cycles : Monetarism reconsidered, *American Economic Review* 70, p. 250-257.
- [259] Sims, C.A. (1992) : Interpreting the macroeconomic time series facts : the effects of monetary policy, *European Economic Review* 36, p. 975-1000.
- [260] Sippel, R. (1999) : A note on the power of revealed preference tests with Afriat inefficiency, *University of Bonn*.
- [261] Spencer, P. (1997) : Monetary integration and currency substitution in the EMS : the case for a European monetary aggregate, *European Economic Review* 41, N°7, p. 1403-1419.

- [262] Spindt, P.A. (1985) : Money is what money does : Monetary aggregation and the equation of exchange, *Journal of Political Economy* 93, p. 175-204.
- [263] Stock, J.H. et M.W. Watson (1989) : Interpreting the evidence of money-income causality, *Journal of Econometrics* 40, p. 161-181.
- [264] Stone, J.R.N. (1954) : The measurement of consumers expenditure and behaviour in the United Kingdom, 1920-1938, Cambridge University Press.
- [265] Stracca, L. (2001) : Does liquidity matter ? Properties of a synthetic Divisia monetary aggregate in the euro area, European Central Bank Working Paper Series 79.
- [266] Strotz, R.H. (1957) : The empirical implications of a utility tree, *Econometrica* 25, p. 269-280.
- [267] Strotz, R.H. (1959) : The utility tree - A correction and further appraisal, *Econometrica* 27, p. 482-488.
- [268] Swofford, J. (1995) : A revealed preference analysis of Friedman and Schwartz money, *Journal of Money, Credit and Banking* 27, N°1, p. 154-164.
- [269] Swofford, J. et G. Whitney (1986) : Flexible functional forms and the utility approach to the demand for money : a nonparametric analysis, *Journal of Money, Credit and Banking* 18, N°3, p. 383-389.
- [270] Swofford, J. et G. Whitney (1987) : Nonparametric tests of utility maximization and weak separability for consumption, leisure and money, *Review of Economics and Statistics* 69, p. 458-464.

-
- [271] Swofford, J. et G. Whitney (1994) : A revealed preference test for weakly separable utility maximization with incomplete adjustment, *Journal of Econometrics* 60, p. 235-249.
- [272] Theil, H. (1965) : The information approach to demand analysis, *Econometrica* 33, p. 67-87.
- [273] Theil, H. (1967) : *Economics and information theory*, North Holland, Amsterdam.
- [274] Theil, H. (1975) : *Theory and measurement of consumer demand*, North Holland, Amsterdam.
- [275] Thornton, D. (2000) : Money in a theory of exchange, *Federal Reserve Bank of St Louis Review* 82, p. 35-62.
- [276] Thornton, D. et P. Yue (1992) : An extended series of divisia monetary aggregates, *Federal Reserve Bank of St Louis* 74, p. 35-46.
- [277] Tobin, J. (1956) : The interest-elasticity of transactions demand for cash, *Review of Economics and Statistics* 38, p. 241-247.
- [278] Tobin, J. (1958) : Liquidity preference as behaviour towards risk, *Review of Economic Studies* 25, p. 65-86.
- [279] Tobin, J. (1970) : Money and income : Post hoc ergo proctor hoc ? *Quarterly Journal of Economics* 84, p. 301-317.
- [280] Toda, H.Y. et P.C.B. Phillips (1993) : Vector autoregression and causality, *Econometrica* 61, p. 1367-1393.
- [281] Toda, H.Y. et P.C.B. Phillips (1994) : Vector autoregression and causality : A theoretical overview and simulation study, *Econometric Reviews* 13, p. 259-285.

- [282] Toda, H.Y. et T. Yamamoto (1995) : Statistical interference in vector autoregressions with possibly integrated processes, *Journal of Econometrics* 66, p. 225-250.
- [283] Törnqvist, L. (1936) : The bank of Finland's consumption price index, *Bank of Finland Monthly Bulletin* N° 10, p. 1-8.
- [284] Townsend, R. (1980) : Models of money with spatially separated agents, dans *Models of Monetary Economies*, J.H. Kareken et N. Wallace ed, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- [285] Trecroci, C. et J.-L. Vega (2000) : The information content of M3 for future inflation in the Euro area, *European Central Bank Working Paper* 33.
- [286] Trejos, A. et R. Wright (1993) : Search, bargaining, money and prices : Recent results and policy implications, *Journal of Money, Credit and banking* 25, p. 558-575.
- [287] Trejos, A. et R. Wright (1995) : Search, bargaining, money and prices, *Journal of Political Economy* 103, p. 118-141.
- [288] Varian, H.R. (1982) : The nonparametric approach to demand analysis, *Econometrica* 50, p. 945-973.
- [289] Varian, H.R. (1983) : Nonparametric tests of consumer behaviour, *Review of Economic Studies* 51, p. 99-110.
- [290] Varian, H.R. (1985) : Nonparametric analysis of optimizing behavior with measurement error, *Journal of Econometrics* 30, p. 445-458.
- [291] Varian, H.R. (1988) : Revealed preference with a subset of goods, *Journal of Economic Theory* 46, p. 179-185.
- [292] Varian, H.R. (1990) : Goodness-of-fit in optimizing with measurement error, *Journal of Econometrics* 46, p. 125-140.

-
- [293] Varian, H.R. (1991) : Logiciel NONPAR.
- [294] Varian, H.R. (1995) : Analyse microéconomique, de Boeck-Wesmael.
- [295] Vartia, Y.O. (1976) : Ideal log change index numbers, *Scandinavian Journal of Statistics* 3, p. 121-126.
- [296] Wallace, N. (1980) : The overlapping generations model of fiat money, dans *Models of Monetary Economies*, J.H. Kareken et N. Wallace ed, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- [297] Wallace, N. (1997) : Absence-of-double-coincidence models of money : A progress report, *Federal Reserve of Minneapolis Quarterly Review*, p. 2-20.
- [298] Wallace, N. (1998) : A dictum for monetary theory, *Federal Reserve of Minneapolis Quarterly Review*, p. 20-26.
- [299] Walsh, C.E. (1998) : *Monetary Theory and Policy*, MIT Press Cambridge.
- [300] Warshall, S. (1962) : A theorem on boolean matrices, *Journal of the American Association for Computing Machinery*, p. 11-12.
- [301] Wesche, K. (1997) : The demand for Divisia money in a core monetary union, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, p. 51-60.
- [302] Wold, H. (1953) : *Demand analysis*, John Wiley.
- [303] Yatchew, A. et L.G. Epstein (1985) : Nonparametric hypothesis testing procedures and applications to demand analysis, *Journal of Econometrics* 30, p. 149-169.
- [304] Yue, P. (1991) : A microeconomic approach to estimating money demand : The asymptotically ideal model, *Federal Reserve Bank of St. Louis* 73, p. 36-51.

- [305] Yue, P. et R. Fluri (1991) : Divisia monetary services indexes for Switzerland : Are they useful for monetary targeting?, Federal Reserve Bank of St Louis Review 73, p. 19-33.
- [306] Zellner, A. (1962) : An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias, Journal of the American Statistical Association 57, p. 348-368.

Annexe A

Données : Prix

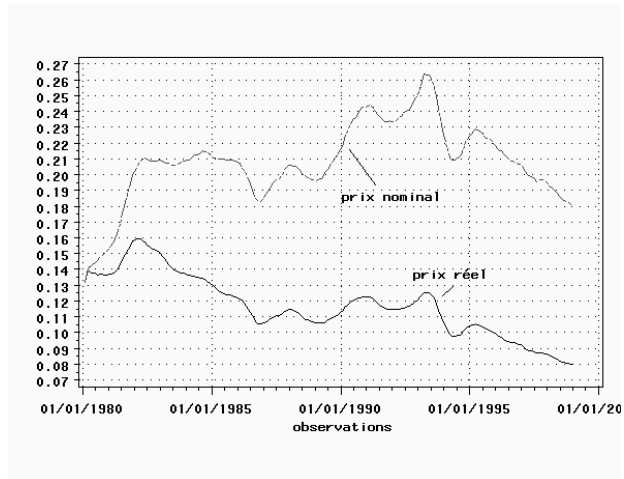


FIG. A.1: Evolution du prix des dépôts à vue, billets et pièces.

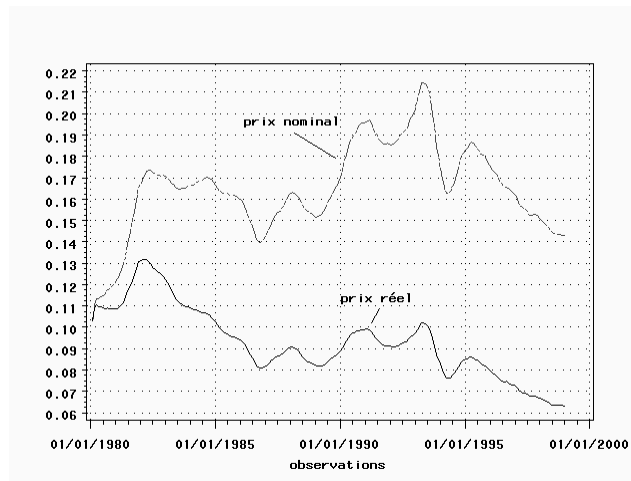


FIG. A.2: Evolution du prix des comptes d'épargne logement.

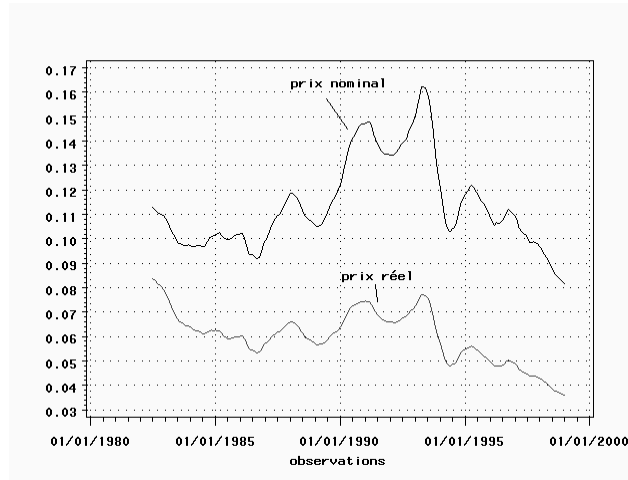


FIG. A.3: Evolution du prix des livrets d'épargne populaire et des livrets "jeune" (à partir de mai 1996).

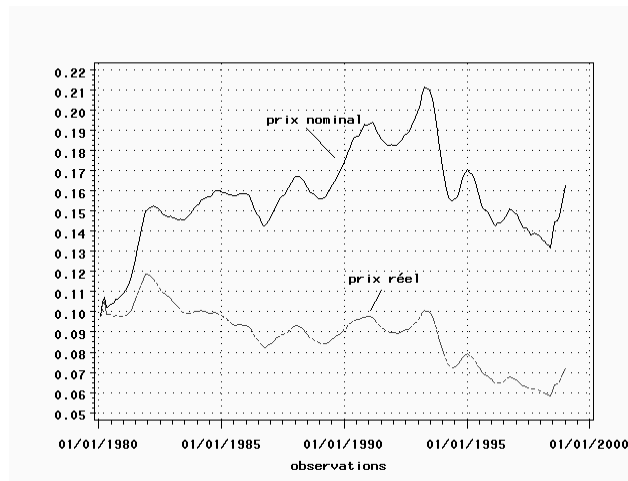


FIG. A.4: Evolution du prix des livrets imposables.

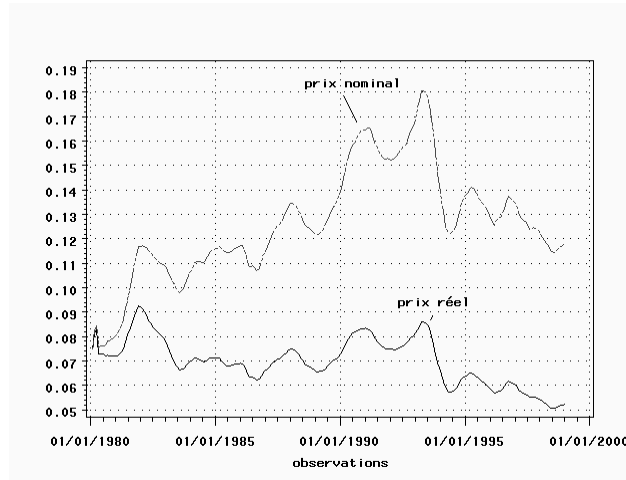


FIG. A.5: Evolution du prix des livrets "A", "Bleu" et CODEVI (à partir de novembre 1983).

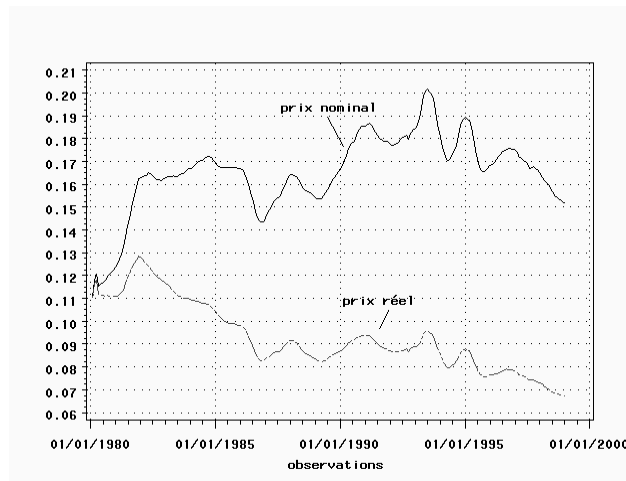


FIG. A.6: Evolution du prix des bons de caisse et comptes à terme.

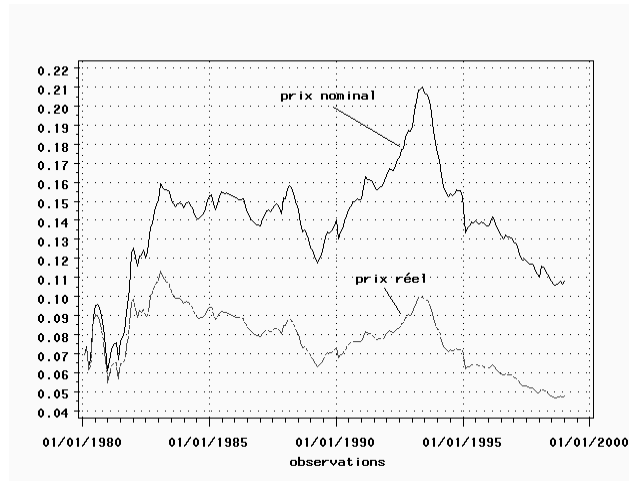


FIG. A.7: Evolution du prix des comptes et titres en devises.

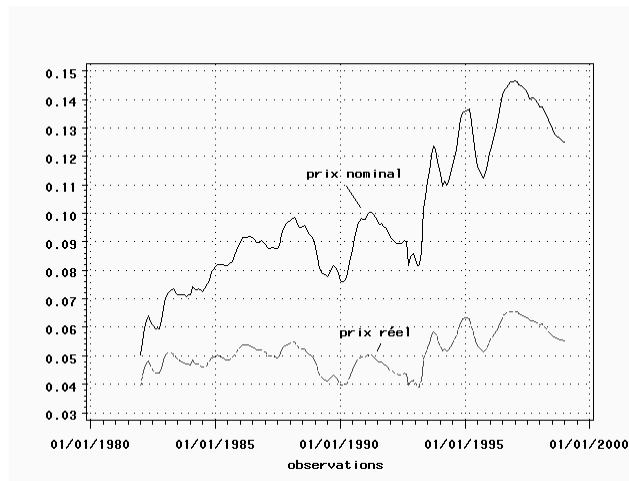


FIG. A.8: Evolution du prix des OPCVM.

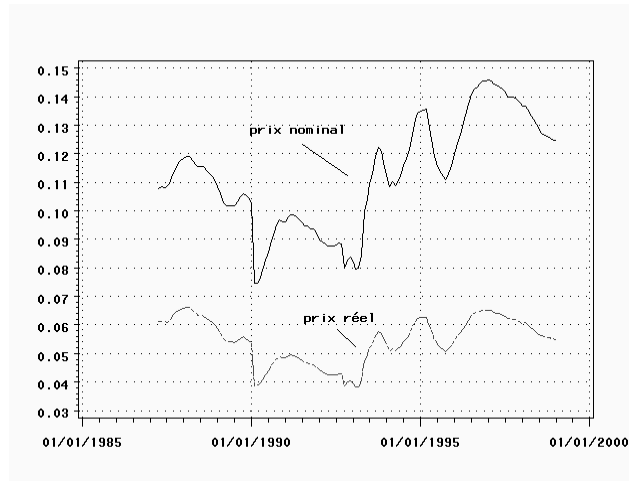


FIG. A.9: Evolution du prix des TCN.

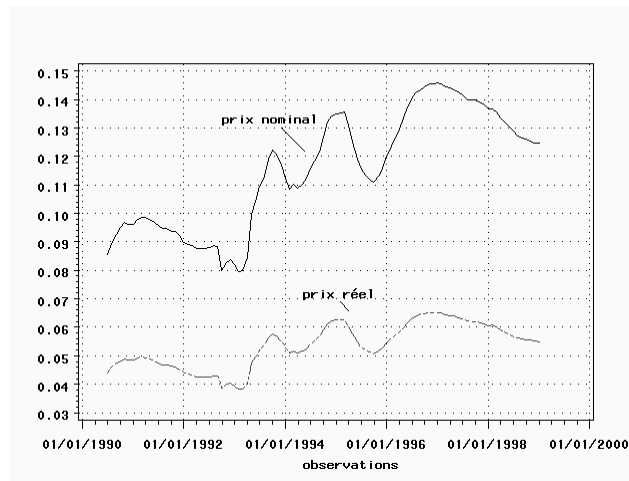


FIG. A.10: Evolution du prix des FCC.

Annexe B

Données : Quantités

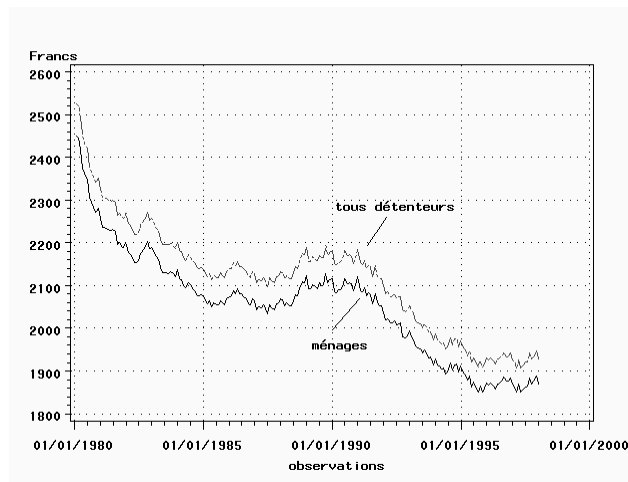


FIG. B.1: Evolution des quantités réelles par tête : billets et pièces, ensemble des détenteurs et ménages.

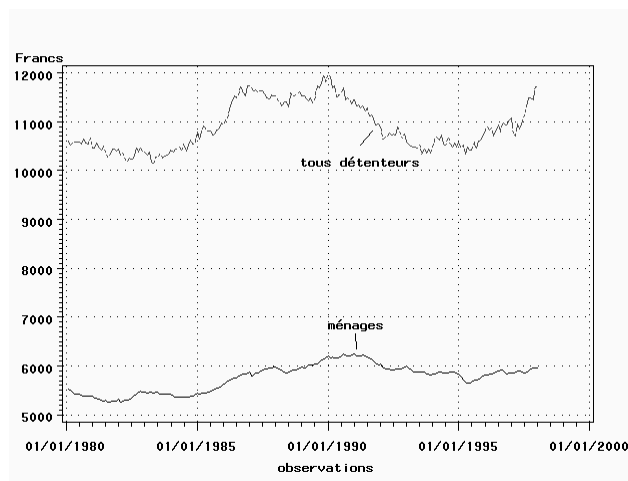


FIG. B.2: Evolution des quantités réelles par tête : dépôts à vue, ensemble des détenteurs et ménages.

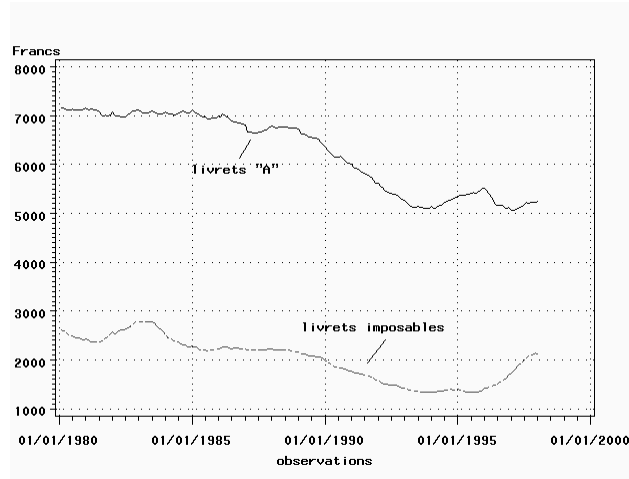


FIG. B.3: Evolution des quantités réelles par tête : livrets "A" et livrets imposables, ménages.

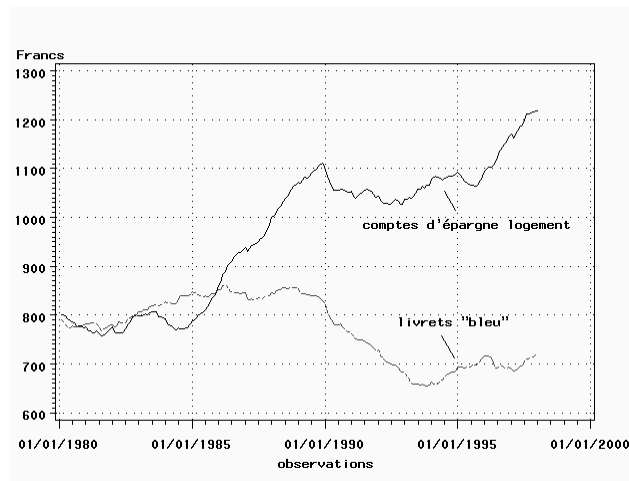


FIG. B.4: Evolution des quantités réelles par tête : livrets "Bleu" et comptes d'épargne logement, ménages.

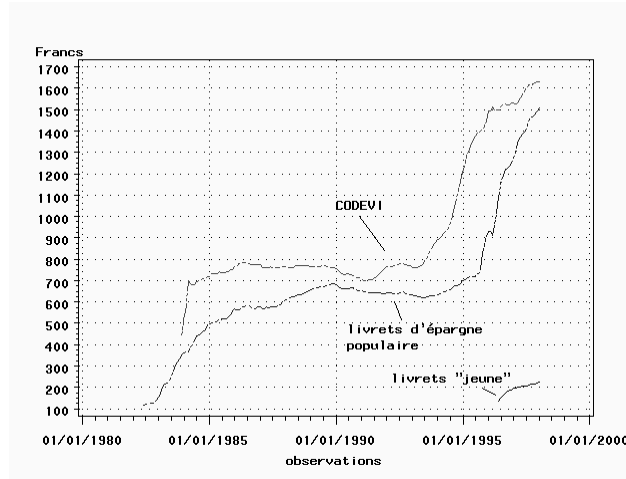


FIG. B.5: Evolution des quantités réelles par tête : livrets d'épargne populaire, CODEVI et livrets "jeune", ménages.

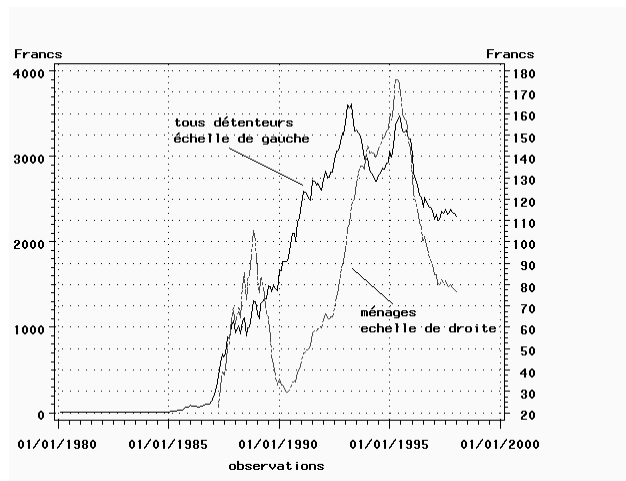


FIG. B.6: Evolution des quantités réelles par tête : TCN, ensemble des détenteurs et ménages.

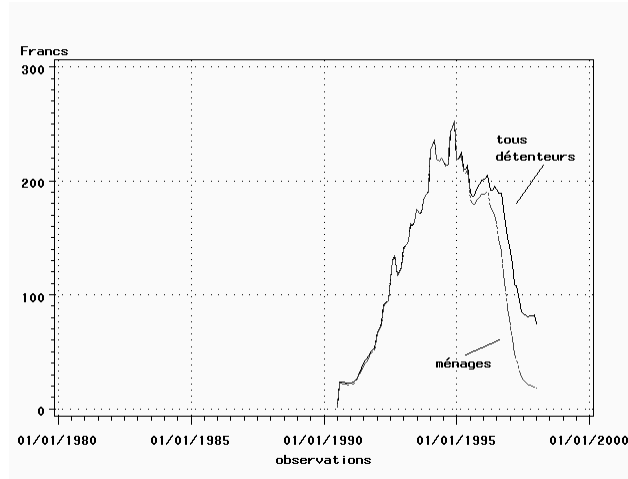


FIG. B.7: Evolution des quantités réelles par tête : FCC, ensemble des détenteurs et ménages.

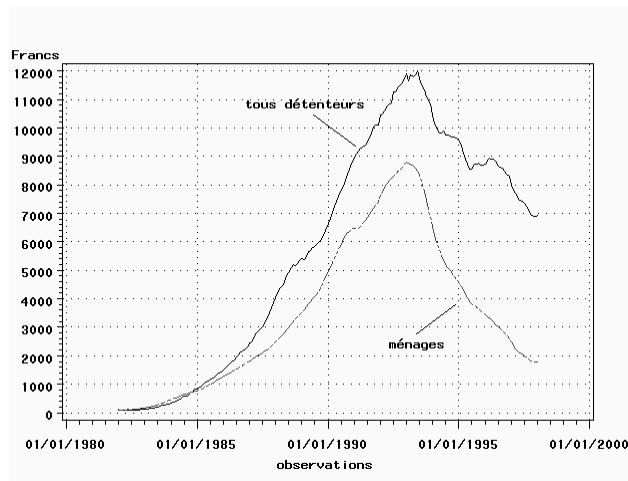


FIG. B.8: Evolution des quantités réelles par tête : OPCVM, ensemble des détenteurs et ménages.

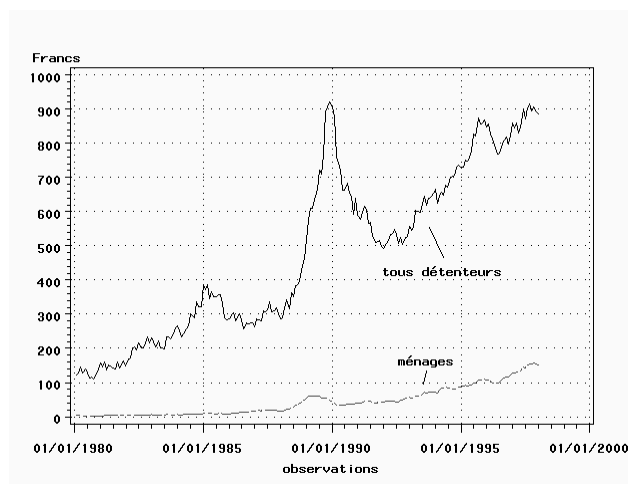


FIG. B.9: Evolution des quantités réelles par tête : titres et comptes en devises (convertis en Francs), ensemble des détenteurs et ménages.

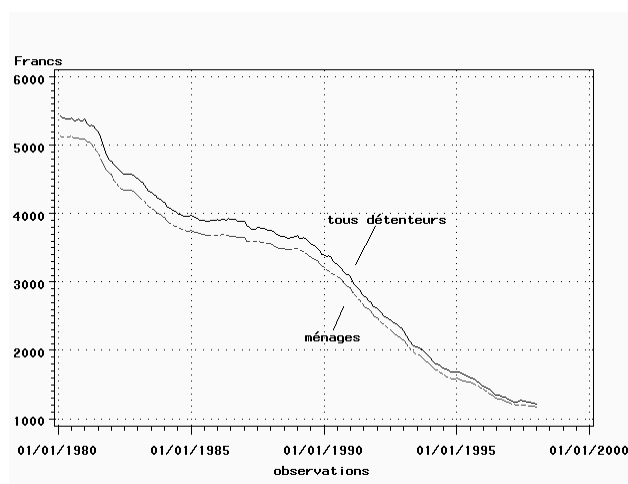


FIG. B.10: Evolution des quantités réelles par tête : bons non négociables, ensemble des détenteurs et ménages.

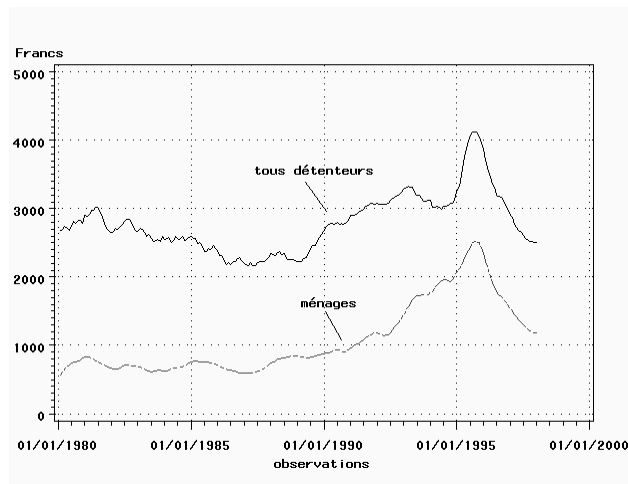


FIG. B.11: Evolution des quantités réelles par tête : comptes à terme, ensemble des détenteurs et ménages.

Annexe C

Prix et quantités simulés

TAB. C.1: Tableau des prix.

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$	$j = 7$	$j = 8$	$j = 9$	$j = 10$
$i = 1$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$i = 2$	0,930	1,019	1,015	0,986	1	1,009	0,983	0,917	0,965	0,977
$i = 3$	0,981	1,054	0,896	1,010	1,031	1,065	0,979	1,048	0,911	1,037
$i = 4$	0,963	1,048	1,038	1,095	1,040	0,926	0,959	1,066	1,017	1,041
$i = 5$	0,944	1,078	1,050	1,030	1,022	1,008	1,058	1,002	1,038	0,998
$i = 6$	0,976	1,033	1,026	1,088	0,988	0,989	0,908	1,032	0,923	1,077
$i = 7$	0,927	0,957	1,009	1,003	1,014	1,044	1,087	0,950	1	0,999
$i = 8$	1,048	0,949	0,903	1,012	0,869	0,997	1,014	1,035	0,953	0,960
$i = 9$	1,063	1,014	0,973	0,990	0,978	0,927	0,927	1,052	0,951	0,989
$i = 10$	0,975	0,965	0,969	0,970	0,996	0,980	1,050	1,028	0,943	0,953
$i = 11$	0,997	1,003	0,949	1,066	0,995	1,032	1,099	1,078	1,103	1,038
$i = 12$	0,982	1,044	1,074	1,071	0,997	1,043	1,028	1,057	1,013	0,986
$i = 13$	1,009	1,051	1,094	1,017	1,071	1,024	1,081	0,981	0,898	1,020
$i = 14$	0,984	1,059	0,930	0,965	1,020	1,088	0,987	1,025	0,983	1,028
$i = 15$	1,008	1,087	0,955	0,945	0,954	0,972	1,043	0,991	0,984	1,022
$i = 16$	0,922	0,988	1,009	1,014	0,934	1,056	0,923	0,965	1,058	0,968
$i = 17$	0,986	1,040	0,953	1,061	0,995	1,041	1,084	0,989	1,016	0,999
$i = 18$	1,013	1,047	0,947	0,905	0,939	1,071	1,017	0,999	0,976	1,052
$i = 19$	1,084	0,941	1,071	1,058	1,010	1,020	1,041	0,951	1,093	1,027
$i = 20$	1,020	1,028	0,989	0,970	1,073	0,987	1,022	0,992	1,035	0,940
$i = 21$	1,115	0,981	0,990	0,979	0,977	0,974	1,100	0,910	0,931	0,923
$i = 22$	1,057	1,025	0,961	1,087	0,955	1,029	1,056	1,017	1,028	1,012
$i = 23$	0,970	1,011	1,032	1	0,963	0,961	0,974	1,077	0,989	1,042
$i = 24$	0,956	0,976	0,964	1,030	0,936	1,006	1,049	1,020	0,946	0,971
$i = 25$	0,991	1,009	1,020	0,975	0,991	1,098	1,061	1,038	1,013	0,961
$i = 26$	1,018	1,057	0,983	0,985	0,942	0,962	1,007	0,917	1,004	0,948
$i = 27$	1,012	1,010	1,002	0,994	1,038	0,946	0,954	0,953	1,102	0,939
$i = 28$	1,005	0,933	1,049	0,955	0,998	1,046	0,887	0,956	1,030	1,074
$i = 29$	1,032	0,964	0,972	0,952	0,962	0,954	1,048	0,991	0,905	0,966
$i = 30$	1,097	1,065	1,063	1,079	0,988	1,030	1,008	1,056	1,065	1,019
$i = 31$	1,020	0,978	1,075	0,998	0,989	0,926	1,035	0,931	0,951	1,020
$i = 32$	1,037	1,052	1,044	1,022	1,034	1,022	1,022	1,036	0,947	0,960
$i = 33$	0,947	1,034	0,999	1,060	0,968	0,882	0,980	0,986	0,928	0,958
$i = 34$	1,040	1,015	0,875	0,988	0,965	1,042	1,057	1,067	1,039	1,041
$i = 35$	0,973	0,963	0,943	0,966	1,004	1,008	1,085	0,964	0,983	1,093
$i = 36$	1,010	0,977	0,996	1,069	0,984	1,006	1,038	0,966	1,033	0,984
$i = 37$	1	1,034	0,950	0,963	1,038	1,002	1,049	0,889	0,910	0,922
$i = 38$	1,006	1,021	1,011	1,079	0,952	0,925	1,019	0,938	1,042	0,994
$i = 39$	0,979	1,092	1,012	1,012	1,051	0,959	0,952	0,951	0,949	1,051
$i = 40$	0,983	0,963	0,993	0,947	1,006	0,943	1,037	1,016	1,099	0,937

TAB. C.2: Tableau des quantités.

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$	$j = 7$	$j = 8$	$j = 9$	$j = 10$
$i = 1$	102,75	126,07	102,90	86,47	89,49	76,39	100,67	100,99	135,36	88,41
$i = 2$	115,87	92,58	85,32	104,66	98,96	91,89	114,93	77,84	85,06	68,37
$i = 3$	108,08	82,45	134,13	87,97	75,48	81,40	104,68	95,61	82,08	80,86
$i = 4$	100,89	80,09	92,03	76,36	84,75	89,04	91,97	127,35	111,06	95,68
$i = 5$	109,85	101,10	111,63	91,07	97,67	152,33	120,18	93,27	105,45	85,51
$i = 6$	91,20	105,78	107,69	98,70	101,15	77,78	98,24	83,07	103,62	112,52
$i = 7$	115,94	118,21	110,16	78,61	105,39	100,13	107,60	110,47	115,51	96,14
$i = 8$	96,13	89,56	94,39	128,95	139,46	100,91	91,53	91,23	110,94	94,54
$i = 9$	85,27	99,50	82,81	97,70	115,00	115,74	100,72	108,75	115,19	96,43
$i = 10$	101,47	110,26	105,94	99,06	101,74	122,07	102,09	88,12	146,97	115,82
$i = 11$	143,11	127,26	85,30	94,23	94,05	92,16	84,37	85,67	102,57	101,34
$i = 12$	96,00	84,12	89,38	107,03	112,60	89,40	120,75	115,30	132,67	84,94
$i = 13$	104,65	82,36	121,47	90,29	87,96	153,32	104,57	110,66	100,98	92,93
$i = 14$	91,85	70,95	100,94	102,93	108,71	100,45	118,61	130,88	138,63	82,69
$i = 15$	116,28	87,84	104,66	100,45	87,12	72,98	97,67	81,68	101,69	93,37
$i = 16$	119,30	104,79	104,02	93,03	86,70	93,83	113,69	108,51	79,44	173,86
$i = 17$	71,40	96,93	106,62	110,99	110,44	92,40	76,78	98,89	82,91	91,17
$i = 18$	94,29	103,23	101,61	114,13	103,31	113,35	108,37	79,61	111,62	99,11
$i = 19$	82,76	127,44	77,62	72,95	103,24	81,62	105,20	108,40	84,34	68,43
$i = 20$	90,74	107,19	88,92	126,72	88,91	110,747	100,07	97,94	116,61	119,59
$i = 21$	71,06	99,41	117,44	115,36	98,99	103,13	76,37	93,90	105,23	131,36
$i = 22$	80,27	103,94	102,71	83,61	105,91	93,18	138,16	101,48	86,61	85,92
$i = 23$	98,71	94,50	152,42	129,03	119,41	107,19	103,75	133,12	101,46	99,41
$i = 24$	117,67	98,38	138,96	93,78	113,76	93,34	136,23	93,06	165,10	104,57
$i = 25$	90,56	161,44	117,47	123,38	94,85	119,53	121,92	79,73	90,81	109,09
$i = 26$	127,18	95,01	87,08	111,28	102,71	116,63	97,35	122,91	101,96	142,50
$i = 27$	100,96	81,05	83,01	104,28	102,33	101,35	95,68	98,05	91,99	105,34
$i = 28$	106,84	109,57	99,34	154,01	101,19	110,68	132,48	107,18	103,59	82,65
$i = 29$	102,99	100,40	109,36	115,01	153,54	136,03	89,91	90,44	120,29	91,12
$i = 30$	87,47	74,63	76,78	100,16	75,35	85,74	89,70	110,16	74,34	101,17
$i = 31$	106,54	99,47	102,82	97,72	109,29	116,98	92,33	119,44	123,35	118,76
$i = 32$	94,01	89,87	77,49	87,90	86,10	160,32	92,73	90,89	97,01	77,62
$i = 33$	102,35	87,46	112,20	88,78	103,78	120,90	95,80	95,26	94,11	91,06
$i = 34$	96,90	98,87	105,25	115,75	93,78	131,36	137,16	123,56	87,27	103,89
$i = 35$	82,65	98,11	97,67	90,45	82,11	134,47	82,93	79,81	70,96	86,74
$i = 36$	96,26	124,24	98,50	96,78	91,75	72,19	121,66	101,32	101,14	117,38
$i = 37$	106,07	98,47	135,23	101,89	112,82	109,36	125,18	142,43	83,16	120,20
$i = 38$	94,48	90,04	121,90	120,30	109,20	107,53	75,56	91,64	111,97	107,36
$i = 39$	94,52	70,58	107,43	97,88	117,12	119,27	104,00	96,98	106,30	96,98
$i = 40$	64,91	115,69	111,56	82,86	58,93	95,60	87,41	68,27	85,63	89,92

Annexe D

Eléments de programmation pour résoudre les inégalités d'Afriat

Nous devons minimiser pour U_i^* et $\frac{1}{\lambda_i^*}$ la forme quadratique (D.1).

$$\min \sum_{i=1}^T \left(\left(\frac{U_i^*}{CQ_{i/b}} - 1 \right)^2 + \left(\frac{(\lambda_i^*)^{-1}}{CP_{i/b}} - 1 \right)^2 \right) \quad (\text{D.1})$$

sous contraintes :

$$CQ_{i/b}^* > 0, \forall i \in \{1, \dots, T\},$$

$$CP_{i/b}^* > 0, \forall i \in \{1, \dots, T\},$$

$$U_i^* - U_j^* - \lambda_j(p_j \cdot x_i - 1) \leq 0, \forall (i, j) \in \{1, \dots, T\}.$$

Nous nous bornons à donner la ré-écriture (D.1), la minimisation en elle-même étant faite en minimisant le programme linéaire complémentaire. (D.1) peut se réécrire (D.2) :

$$c'X + X'HX \quad (\text{D.2})$$

sous contraintes :

$$GX \begin{bmatrix} > \\ \geq \end{bmatrix} b,$$

avec :

$c = [\frac{-2}{CQ_{1/b}}, \dots, \frac{-2}{CQ_{T/b}}, \frac{-2}{CP_{1/b}}, \dots, \frac{-2}{CP_{T/b}}]'$, un vecteur colonne de dimension $(2T \times 1)$,

$$H = \begin{bmatrix} (CQ_{1/b})^{-2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (CQ_{2/b})^{-2} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (CQ_{T/b})^{-2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (CP_{1/b})^{-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & (CP_{2/b})^{-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & (CP_{T/b})^{-2} \end{bmatrix}$$

une matrice carrée $(T \times T)$,

G : une matrice de contraintes de dimension $((T^2 + T) \times 2T)$,

b : un vecteur colonne de dimension $(2T \times 1)$, chaque élément étant nul.

Par exemple, pour deux observations $i, j = 1, 2$, le programme est :

$$\min c'X + X'HX$$

sous contrainte :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & (p_2 \cdot x_1 - 1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & (p_1 \cdot x_2 - 1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} > \\ \geq \\ > \\ \geq \\ > \\ > \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec :

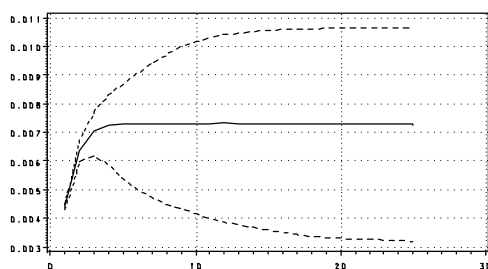
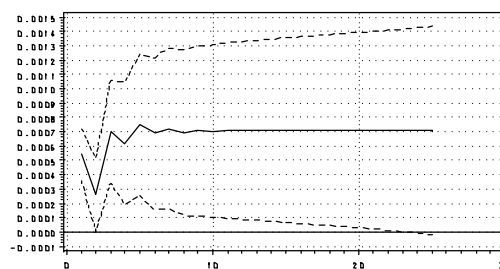
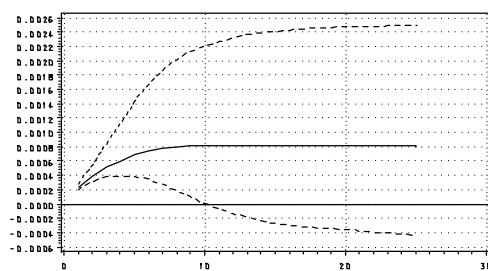
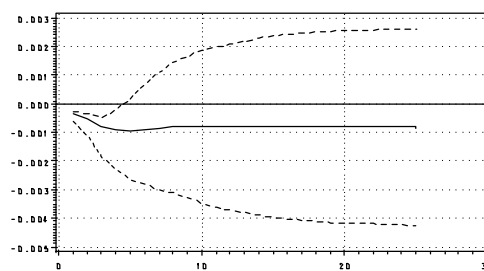
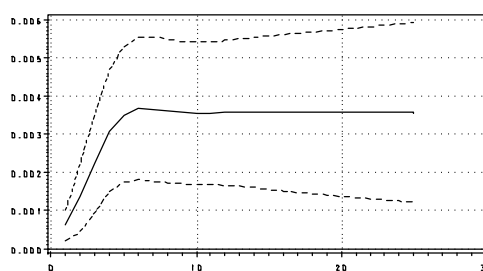
$$c = \left[\frac{-2}{CQ_{1/b}}, \frac{-2}{CQ_{2/b}}, \frac{-2}{CP_{1/b}}, \frac{-2}{CP_{2/b}} \right]'$$
$$h = \begin{bmatrix} (CQ_{1/b})^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (CQ_{2/b})^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (CP_{1/b})^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (CP_{2/b})^{-2} \end{bmatrix}.$$

Annexe E

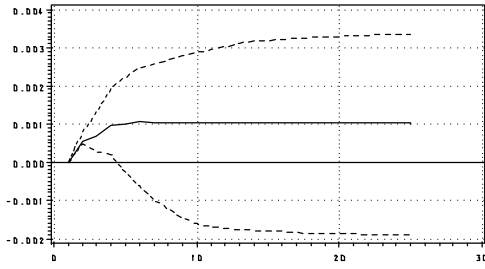
Fonctions de réponse

E.1 VECM 1

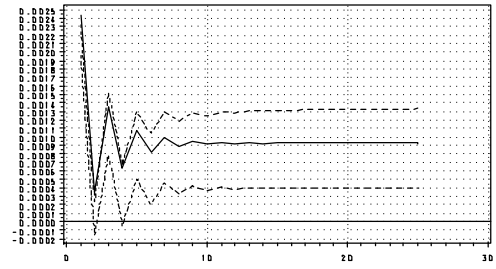
impulsion dans $divQ^n$, réponse de :

 $divQ^n$  Δp  r^{own}  r^{lt}  gdp^n

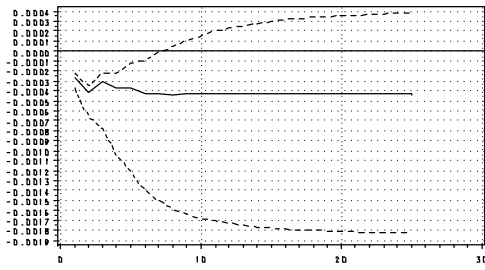
impulsion dans Δp , réponse de :



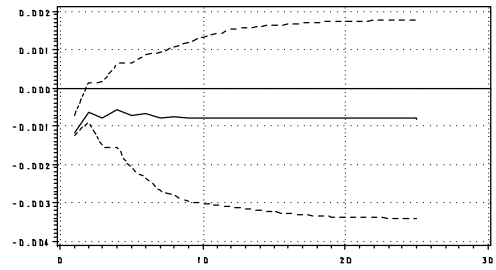
$divQ^n$



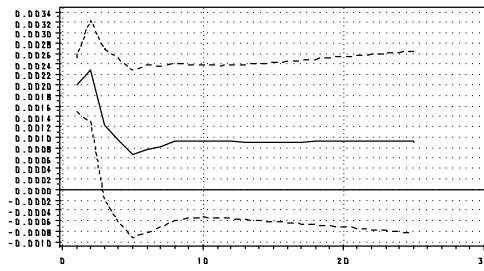
Δp



γ^{own}

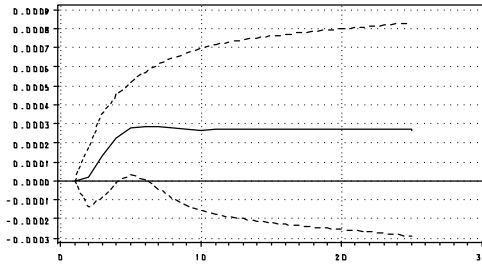


γ^{lt}

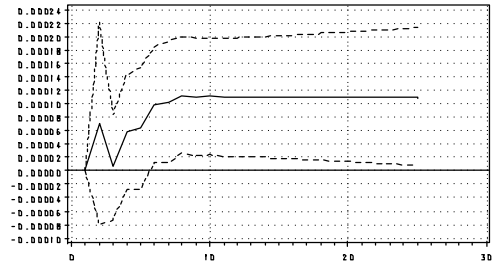


gdp^n

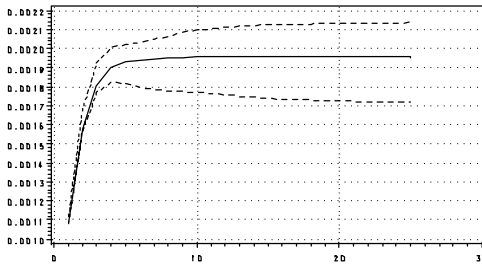
impulsion dans r^{own} , réponse de :



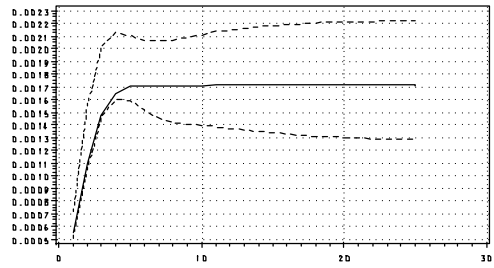
$divQ^n$



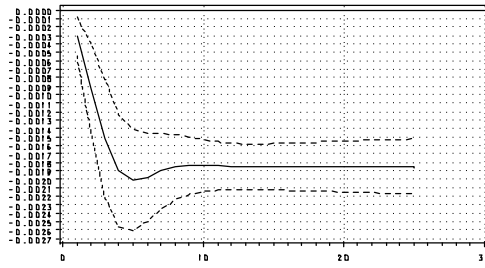
Δp



r^{own}

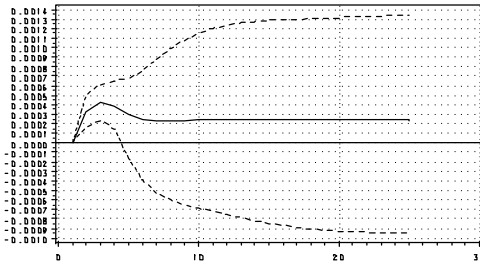


r^{lt}

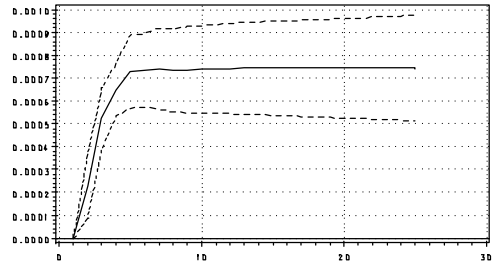


gdp^n

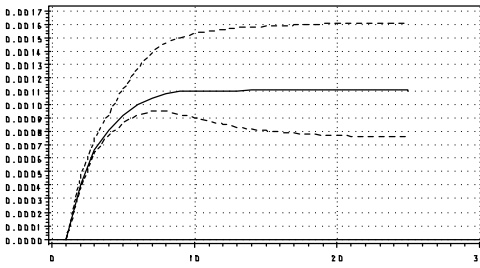
impulsion dans r^{lt} , réponse de :



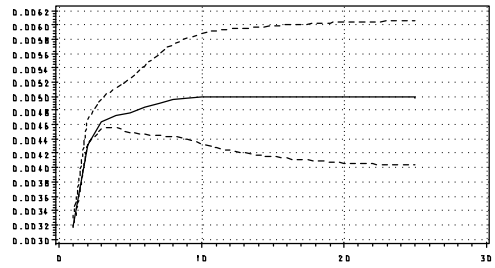
$divQ^n$



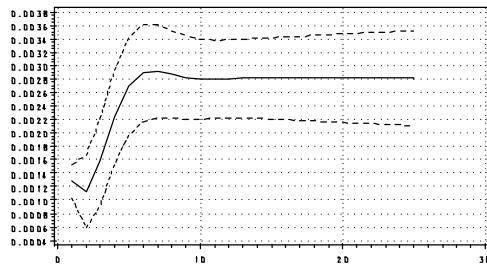
Δp



r^{own}

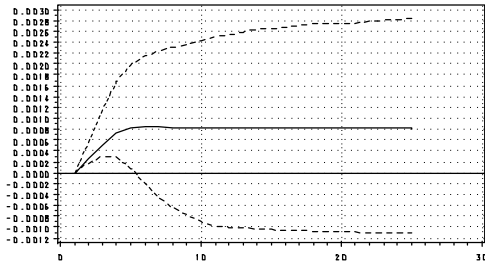


r^{lt}

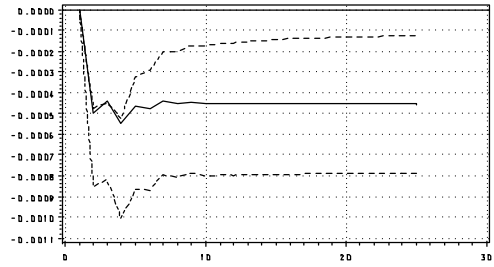


gdp^n

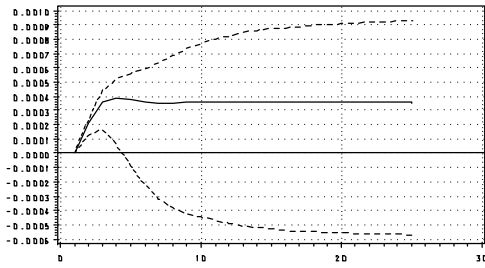
impulsion dans gdp^n , réponse de :



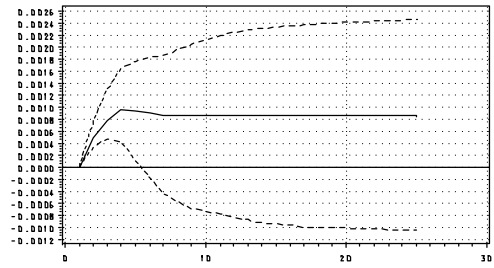
$divQ^n$



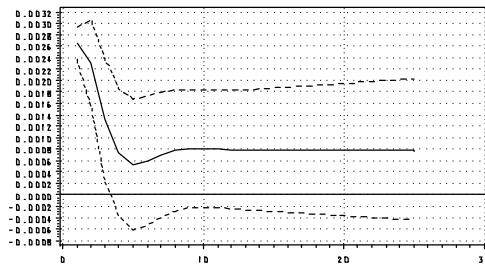
Δp



r^{own}



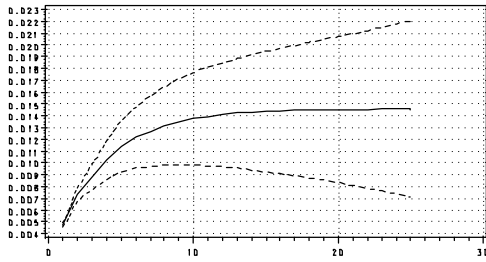
r^{lt}



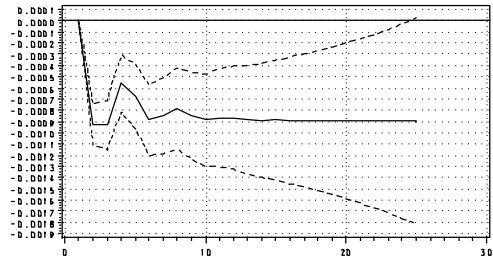
gdp^n

E.2 VECM 2

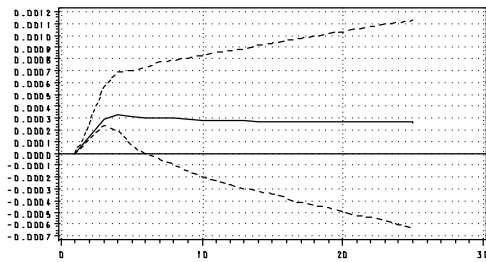
impulsion dans $divQ^n$, réponse de :



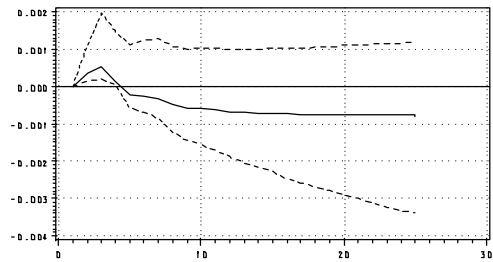
$divQ^n$



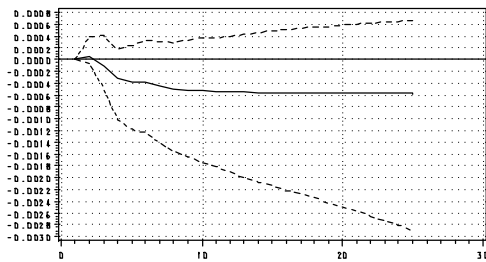
Δp



r^{own}

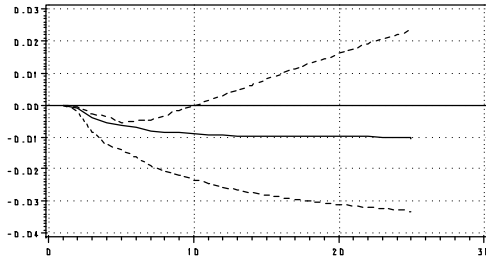


r^{lt}

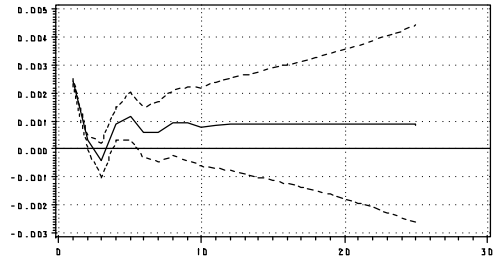


gdp^r

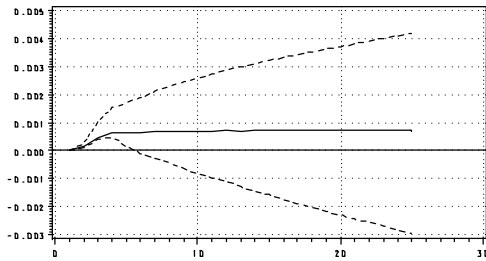
impulsion dans Δp , réponse de :



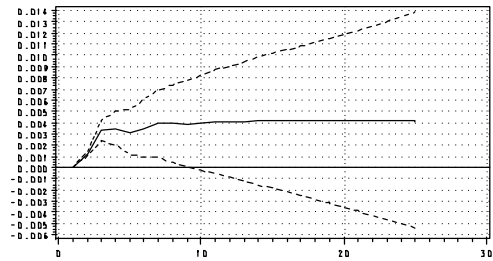
$divQ^n$



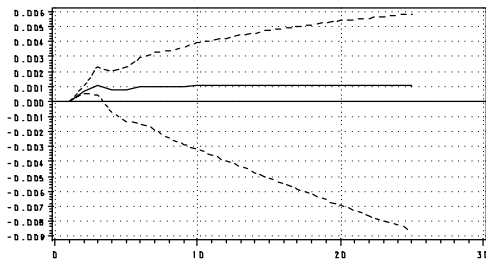
Δp



r^{own}

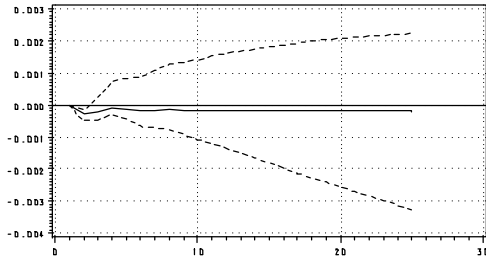


r^{lt}

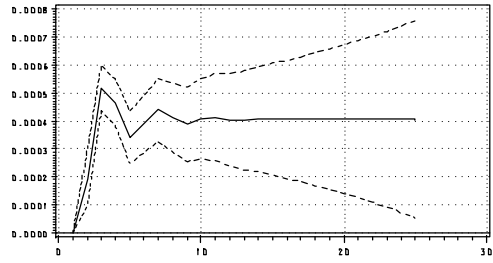


gdp^r

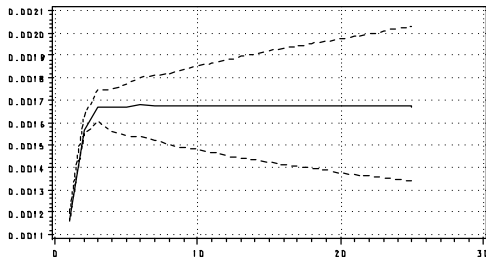
impulsion dans r^{own} , réponse de :



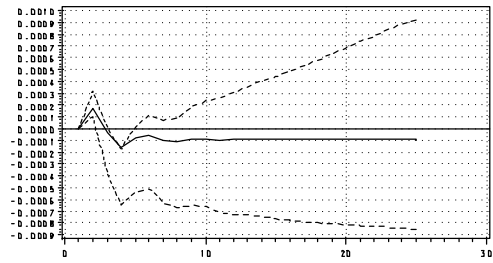
$divQ^n$



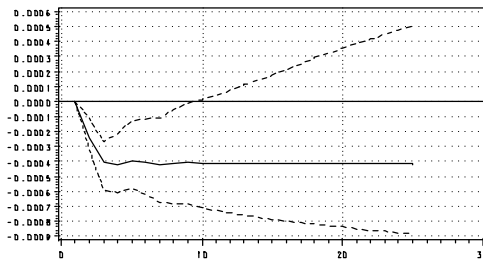
Δp



r^{own}

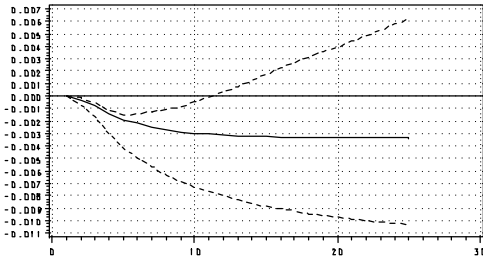


r^{lt}

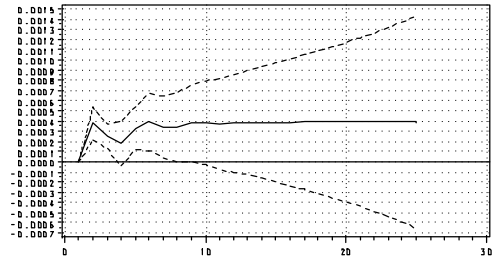


gdp^r

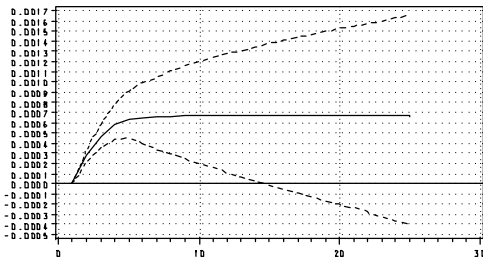
impulsion dans r^{lt} , réponse de :



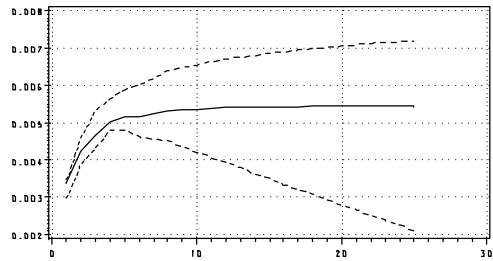
$divQ^n$



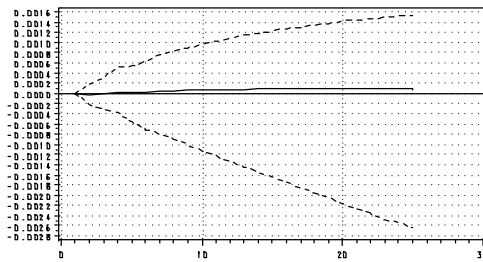
Δp



r^{own}

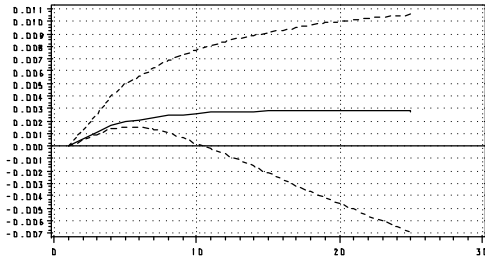


r^{lt}

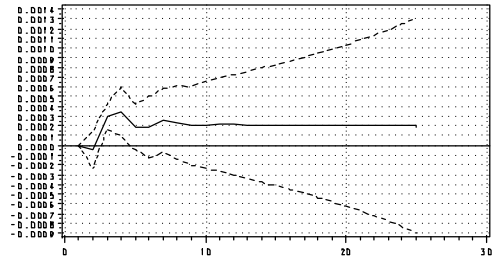


gdp^r

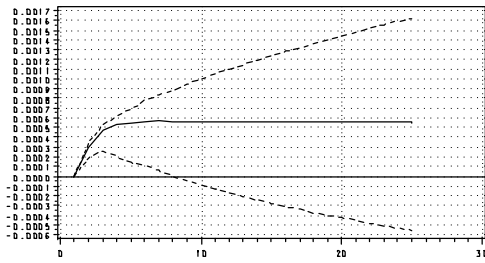
impulsion dans gdp^r , réponse de :



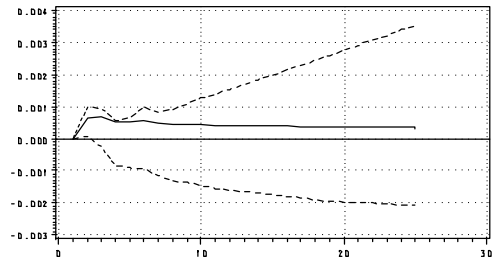
$divQ^n$



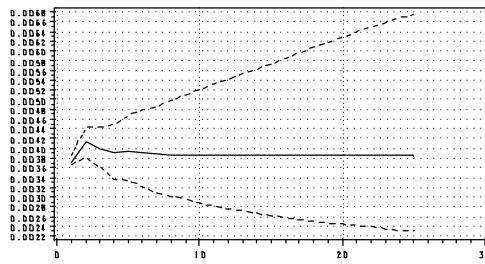
Δp



r^{own}



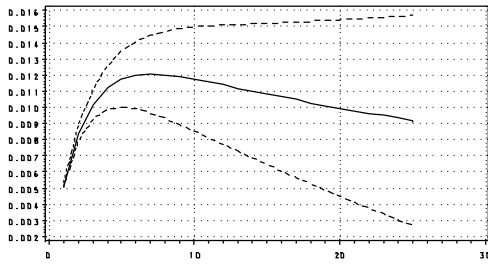
r^{lt}



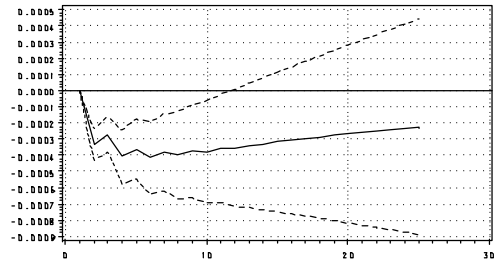
gdp^r

E.3 VECM 3

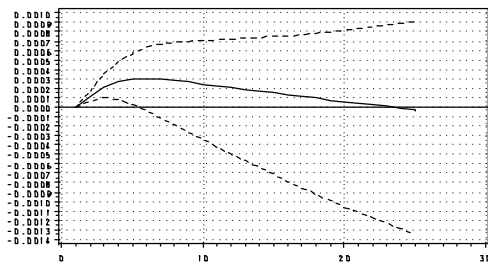
impulsion dans $divQ^r$, réponse de :



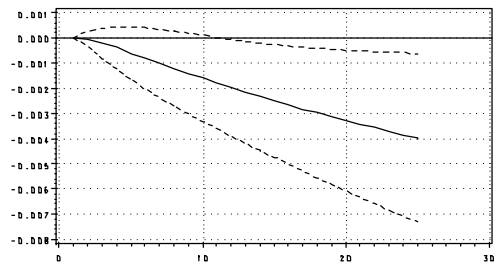
$divQ^r$



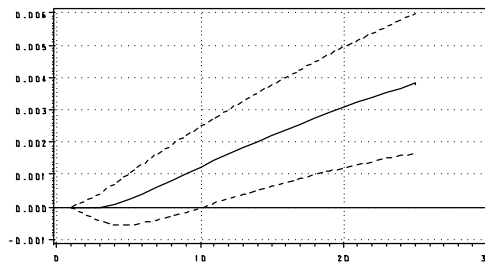
Δp



r^{own}

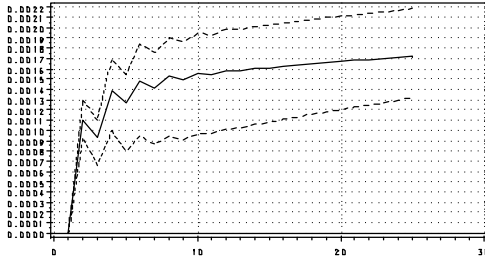


r^{lt}

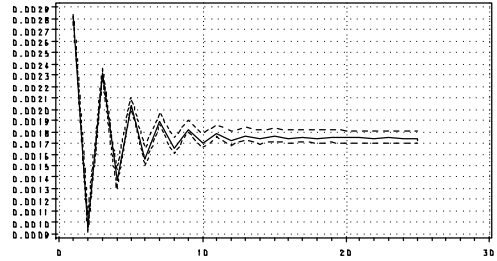


gdp^r

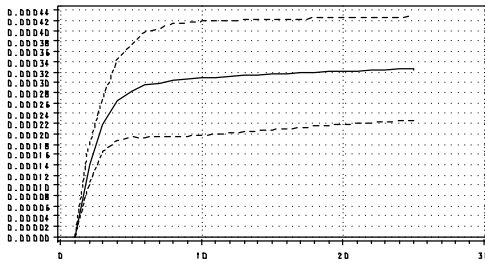
impulsion dans Δp , réponse de :



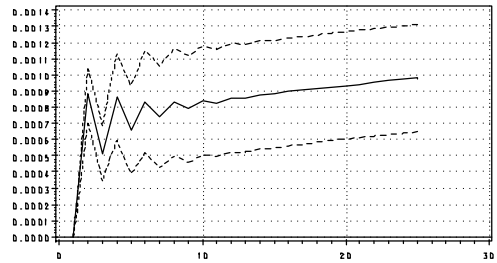
$divQ^r$



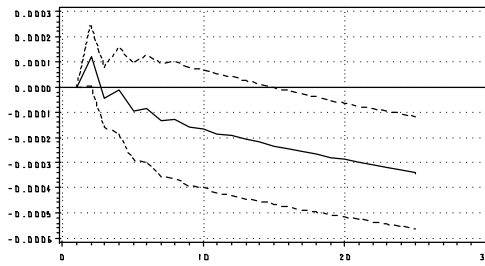
Δp



r^{own}

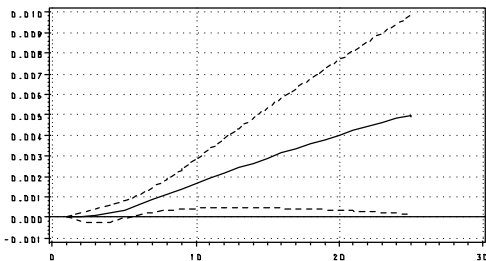


r^{lt}

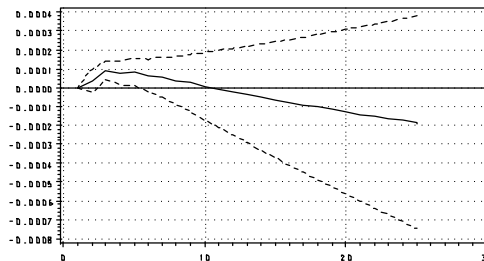


gdp^r

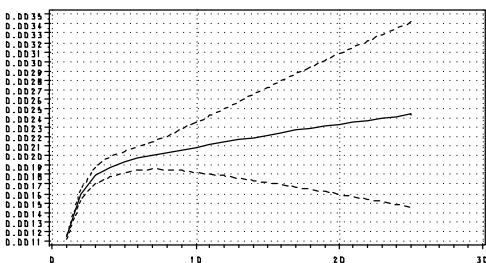
impulsion dans r^{own} , réponse de :



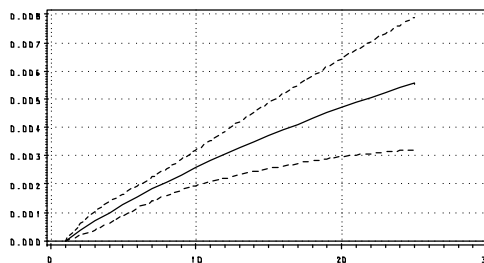
$divQ^r$



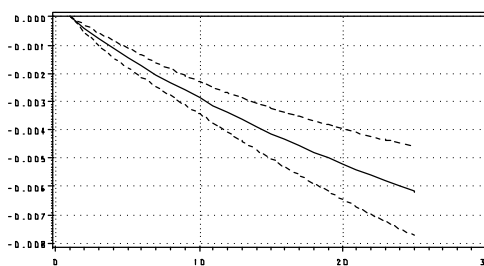
Δp



r^{own}

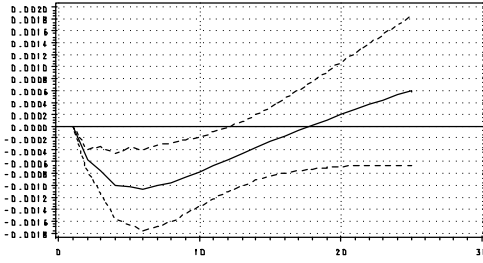


r^{lt}

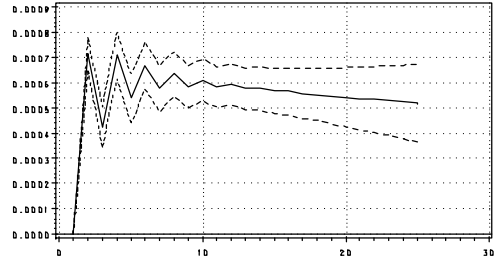


gdp^r

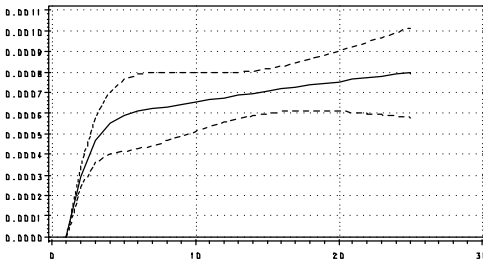
impulsion dans r^{lt} , réponse de :



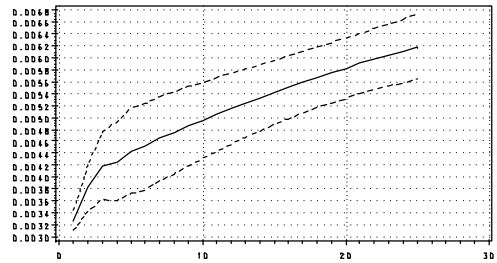
$divQ^r$



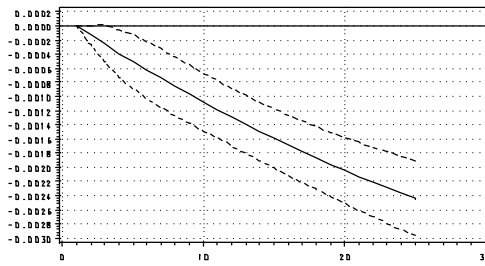
Δp



r^{own}

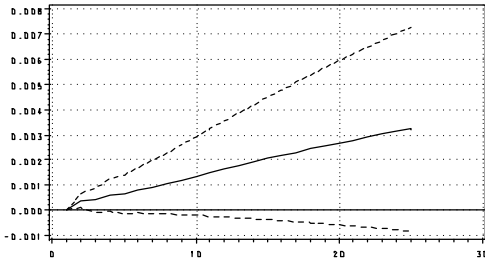


r^{lt}

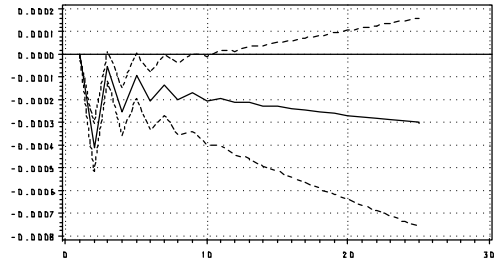


gdp^r

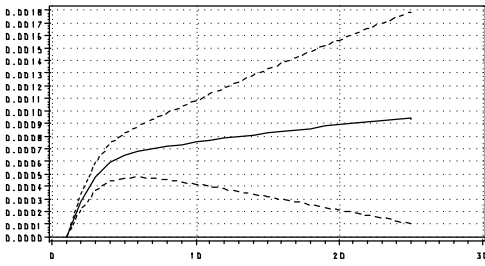
impulsion dans gdp^r , réponse de :



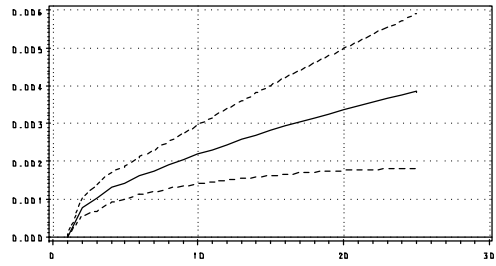
$divQ^r$



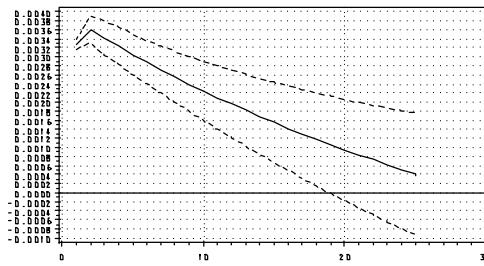
Δp



r^{own}



r^{lt}



gdp^r

Annexe F

**Simulations dynamiques du
modèle LAIDS en différence,
pour les biens de
consommation et le loisir**

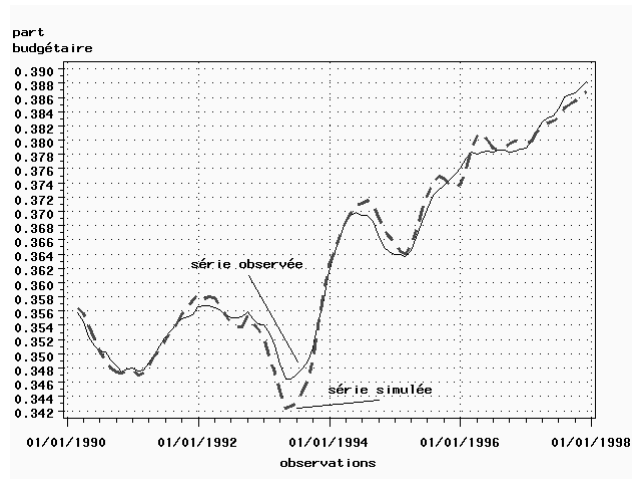


FIG. F.1: Parts budgétaires observées et simulées, pour la consommation agrégée.

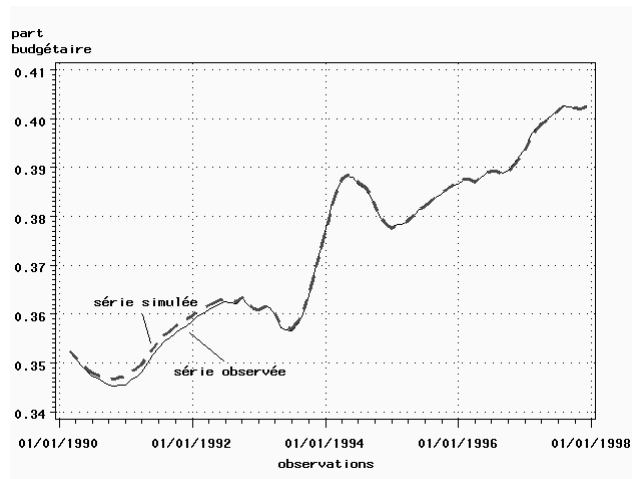


FIG. F.2: Parts budgétaires observées et simulées pour le loisir.